Malaise

Theoretisch-practischer

Unterricht im Rechnen

zunächst für die

Schulen des Königl. Bayer. Heeres

und

zum Gebrauche Jener, die über die Gründe beim Rechnen sich selbst unterrichten wollen.

Von

Ferdinand Ritter von Malaisé

Oberst bei der Königl. Bayer. Artillerie-Berathungs-Commission,
Ritter des Verdienst-Ordens der Bayer. Krone und des Großherzoglich Toskanischen St. Joseph-Ordens.

Dritte durchgesehene Auflage.

Mit vier Anhängen: 1) Maaße, Gewichte und Münzen verschiedener Länder; 2) Resultate der Uebungsbeispiele; 3) Erklärung, Messen und Inhaltberechnung der räumlichen Größen, nebst 2 Figurentafeln; 4) Bezüge im Königl. Heere.

München.
Verlag von Christian Kaiser.
1863.

Ihren Königlichen Hoheiten

den Prinzen

Ludwig, Leopold und Arnulph

von Bayern

ehrerbietigst gewidmet.

Obgleich Jahre vergangen sind, seit es mir, als Erzieher Eurer Königlichen Hoheiten, gestattet war, Höchst Ihnen neben andern Gegenständen auch über die Zahlen- und Raumgrößen-Lehre, mit den vorliegenden Elementen beginnend, Vorträge zu halten, so wollen Höchstdieselben sich dennoch gnädigst erinnern, wie durch diese Grundlage das ganze folgende Studium der Mathematik erleichtert und zur Klarheit wurde.

Seinerseits gedenkt der ehrfurchtvollst Unterzeichnete mit

Vergnügen der raschen Fortschritte, welche dadurch Höchstdieselben gemacht haben.

Im Hinblicke hierauf erlaubt sich Höchst Ihnen die gegenwärtige 3te Auflage dieses Lehrbuches ehrerbietigst zu widmen

Eurer Königlichen Hoheiten

München im Juli 1863.

treuergebenster Diener
F. Ritter von Malaisé,
k. b. Oberst.

Vorrede zur ersten Auflage.

Zur Erzielung eines gleichförmigen Unterrichtes in den Regimentsschulen wurde vom Königlichen Kriegs-Ministerium dem Verfasser der Auftrag, ein Lehrbuch der Arithmetik für die niedere und die 1te Classe der höhern Regimentsschulen der Infanterie und Cavalerie, innerhalb der aus dem Inhaltsverzeichnisse ersichtlichen Grenzen, zusammenzustellen.

Bei der Erfüllung dieses beehrenden Auftrages war es des Verfassers angelegentliches Streben, sowohl, durch die im Lehrbuche durchgeführte Behandlungsweise der Arithmetik, das Unterrichtgeben zu erleichtern, als zugleich den Lernenden ein Handbuch zu verschaffen, aus dem sie, neben mechanischer Fertigkeit im Rechnen, sich auch die Einsicht in dessen Gründe erwerben können.

Die in den Anhängen gesammelten Angaben sollen, außer daß sie Stoff zu vielen Rechnungsaufgaben liefern, zugleich Notizen enthalten, welche in militärdienstlichen und in Privatverhältnissen von Interesse seyn können. — Die im ersten Anhange unter andern enthaltenen gesetzlichen Bestimmungen der Maaße, Gewichte und Münzen von Bayern, wurden auf dem Königl. Hauptmünzamte dahier, aus besonderer Gefälligkeit, durchgesehen und geprüft. — Die im dritten Anhange unter anderm erklärten Verfahrungsarten „Figuren verjüngt aufzunehmen" sollen hauptsächlich nur als Beispiele dienen, um das Verstehen von Karten und Planen einzuleiten und zu erleichtern. — Die im vierten Anhange, aus den Königl. Verordnungen, gesammelten Angaben über die Gebühren im Königl. Heere sind ebenfalls durch die gefällige Bemühung competenter Rechnungsbeamten mehrseitig verglichen und deren Richtigkeit geprüft.

Solche Paragraphen, welche im Lehrbuche mit * bezeichnet sind, können, wenn es in den Unterrichtsstunden an Zeit gebricht, dem eigenen Fleiße der Zuhörer überlassen bleiben, ohne daß hiedurch der Zusammenhang des Unterrichtes gestört würde. — Alle sonstigen Erläuterungen, die noch

hier über eine oder die andere Einrichtung des Lehrbuches zusammengestellt werden könnten, sind an den einschlägigen Orten als Anmerkungen aufgeführt.

München im Februar 1842.

Zur zweiten Auflage.

Die erste Auflage des gegenwärtigen Lehrbuches ist seit beinahe 2 Jahren vergriffen. — Die fortgesetzte Frage nach demselben veranlaßte den Verfasser zu einer zweiten Auflage, mit dem Wunsche, dieselbe möchte nicht minder günstig als die erste aufgenommen werden. — Es wurde hiezu die erste Auflage sorgfältigst durchgesehen und nicht unwesentlich vermehrt.

München im Dezember 1846.

Zur dritten Auflage.

Diese Auflage hat bezüglich des Lehrganges an jenen der 2ten Auflage sich halten können, da dem Verfasser bezügliche Anforderungen nicht zugegangen sind. — Dagegen haben die seit Erscheinen der 2ten Auflage eingetretenen Veränderungen in Münz-, Maaß und Gewicht, dann in den Gagen-, Löhnungs- rc. Bezügen des K. B. Heeres, Umarbeitungen der Anhänge nöthig gemacht, die mit thunlichster Sorgfalt vorgenommen wurden.

Die Gebühren im Heere sind in den letzten, vierten, Anhang gestellt, um fernere Veränderungen leichter nachtragen zu können. — Die Vorschriften über die Verpflegung des kgl. bayer. Heeres im Kriege sind im Jahr 1859 zusammengefaßt erschienen, daher hier, zur Ermäßigung der Bogenzahl, nur im Umrisse aufgenommen. Aus dem nämlichen Grunde, und wegen in Aussicht stehender Veränderungen, sind auch die Beispiele über das Rechnungswesen einer Compagnie (§. 206 der 2ten Auflage) hier nicht vorgetragen.

München im Juli 1863.

Inhalt.

Erste Abtheilung.

Das Numeriren.

Zweite Abtheilung.

Die Rechnungsarten mit unbenannten und einfach benannten Zahlen.

Vierte Abtheilung.

Von den Brüchen.

Fünfte Abtheilung.

Die Decimalbrüche.

Sechste Abtheilung.

Von den Verhältnissen, den Proportionen und ihrer Anwendung auf zusammengesetzte Aufgaben.

Erster Anhang.

Zweiter Anhang.

Seite

Dritter Anhang.

Vierter Anhang.

Druckfehler und Zusätze.

Seite	Zeile	
271	3 v. unt.	Statt 3 Pfennig, lese 5 Pfennig.
347	12 v. unt.	ist beizusetzen: Oder wenn in einem Münzpfunde 900 Theile fein Silber und 100 Theile Kupfer gemischt enthalten sind.
348	18 v. ob.	beizusetzen: überhaupt „süddeutsche Währung" genannt.
352	10 v. unt.	Statt Anmerk. 7, setze: Anm. 8 u. 10.
424	3 v. unt.	Statt $19\frac{1}{6}$, setze: 19.
439	3 v. unt.	ist beizusetzen: Für, während eines Urlaubs, nicht in nat. empfangene Rationen, ist die feste Geldvergütung: a) 18 kr. für 1 leichte, b) 22 kr. für ein Cuirassierpferd, und c) 25 kr. für 1 schwere, vollständige Ration.

Erste Abtheilung.

Das Numeriren.

Erster Abschnitt.

Allgemeine Erklärungen.

a. Was ist die Größenlehre?

Alle Gegenstände, die uns umgeben, haben bestimmte, wenn auch nicht allen Dingen gemeinschaftliche, Eigenschaften. Eine Eigenschaft aber gibt es, die allen Dingen zukömmt, es ist dieß eine gewisse Größe.

Seit undenklichen Zeiten hat man sich mit dieser allgemeinen Eigenschaft, und mit ihren Veränderungen an den Gegenständen, d. i. mit ihrer Vermehrung und Verminderung, beschäftigt. Hiedurch ist eine eigene Wissenschaft entstanden, und diese heißt Größenlehre.

b. Einheit und Zahl.

Die Größe eines Dinges kann man einem Andern nur dadurch versinnlichen, daß man ihm angibt, wie vielmal es größer oder kleiner ist, als ein allgemein bekannter Gegenstand. Um z. B. die Größe eines Mannes anzugeben, sagt man wie viele Fuß er mißt, indem die ungefähre Größe des Mannsfußes als jedem bekannt, anzunehmen ist.

Jeder Gegenstand, welcher dazu dient, um die Größe von andern Gegenständen anzugeben, heißt Einheit, und die Angabe, wie oftmal eine Sache die Einheit enthält, diese Angabe heißt Zahl. Hievon kömmt zählen, d. h. untersuchen, wie vielmal sich in einer Sache die Einheit befindet.

Die Einheit muß zum Zählen auch passend gewählt seyn, daher es für verschiedene Gegenstände auch verschiedene Einheiten gibt; die hauptsächlichsten sind:

der Gulden, als die Einheit des Geldes;
der Fuß und der Schritt, zur Angabe der Längen;
der Quadrat-Fuß, zur Größenangabe von Flächen;
der Kubik-Fuß } zur Angabe der Größe von Körpern,
die Klafter } als z. B. von Steinen, von Holz ꝛc.;
die Maaß zur Angabe der Menge einer Flüßigkeit;
der Metzen, zur Angabe der Menge Getreides ꝛc.;
das Pfund, zur Angabe der Menge verschiedener Dinge.

Die Größe dieser Einheiten wird gesetzlich bestimmt und überwacht, um Irrung und Betrug bei Kauf und Verkauf zu hindern. Von der Größe dieser Einheiten muß sich jedoch vorerst ein Jeder durch eigene Anschauung deutliche Kenntniß verschaffen, bis im Verfolge ihre Abhängigkeit von einander gezeigt werden kann.

Außer diesen gesetzlich bestimmten Einheiten kann aber beim Zählen auch jedes andere Ding als Einheit dienen.

c. Einheiten von höherm und niederm Range.

Zur Erleichterung des Verkehres werden, wo es große Dinge zu zählen gibt, mehrere Einheiten zusammen genommen und eine Einheit von höherem Range oder von höherer Gattung genannt, und umgekehrt wird auch, um kleinere Dinge zu zählen, eine Einheit (z. B. der Fuß) in mehrere gleiche Stücke zerstückt, und jedes solche Stück eine Einheit von niederm Range oder von niederer Gattung genannt. Einheiten aber, aus denen Einheiten höhern und niedern Ranges gebildet werden, heißen Haupt-Einheiten.

d. Unbenannte Zahlen, benannte Zahlen.

Zählt man die Anzahl der Einheiten eines Dinges, ohne dabei auf den Namen der Einheit (Gulden oder Fuß ꝛc.) Acht zu geben, indem man gleichsam nur wissen will, wie oftmal der Gegenstand größer als die Einheit ist, so nennt man die so erhaltene Zahl eine unbenannte Zahl. Wird jedoch beim Zählen der Namen der Einheit ausdrücklich genannt, dann heißt die erhaltene Zahl benannt und zwar einfach benannt, wenn nur der Name einer Einheit vorkömmt, wie z. B. Gulden; hingegen mehrfach benannt, wenn bei der Zahl mehrere Namen, wie z. B. Gulden, Kreuzer u. s. w. vorkommen.

Ferner heißen Dinge, die mit der nämlichen Einheit gezählt sind, gleichnamig oder gleichbenannt; hingegen

andere, die mit verschiedener Einheit gezählt sind, **ungleichnamig**. So z. B. ist eine Anzahl Gulden mit jeder andern Anzahl Gulden gleichnamig, hingegen mit einer Anzahl Pfund ungleichnamig.

c. Gezählte Größen und stetige Größen.

Bei dem Zählen eines Dinges können die gezählten Einheiten entweder so zusammenhängen, daß das Ende der einen Einheit schon der Anfang der folgenden ist, wie z. B. die einzelnen Ellen bei einem Stücke Tuch. Oder es können die gezählten Einheiten getrennt nebeneinander bestehen, wie z. B. die einzelnen Guldenstücke von beisammen liegendem Gelde.

Im Falle des Zusammenhangs der Einheiten nennt man die Sache eine **stetige** oder **zusammenhängende Größe**. Sind aber die einzelnen gezählten Einheiten getrennt von einander, oder nimmt man auf ihren Zusammenhang, wenn auch einer bestünde, keine Rücksicht, indem man nur zählt, wie vielmal die Sache größer als die Einheit ist, so nennt man sie eine **gezählte Größe**.

In Folge dessen wird die Größenlehre abgetheilt in

die Zahlenlehre, auch **Arithmetik** genannt, welche sich mit den gezählten Größen beschäftigt, und in

die Geometrie oder die Lehre von den stetigen Größen.

Anmerkung: Da nun jeder Gegenstand der Beurtheilung durch die Zahl fähig ist, und nach ihr beurtheilt werden muß, wenn man unter Menschen wohnen und mit ihnen im Verkehre seyn will, so ergibt sich deutlich, daß die Arithmetik in allen Zweigen der menschlichen Unternehmungen ihre Anwendung findet, die jedoch nach der Art der Unternehmung verschieden seyn kann.

Die Arithmetik läßt sich ferner in eine reine oder theoretische und eine angewandte oder praktische abtheilen. Auf die reine oder theoretische Arithmetik stützt sich die angewandte. Die Theorie soll daher Jeder erlernen, welcher Anwendung von der Zahlenlehre machen will; von der Anwendung aber braucht Jeder billigerweise so viel, als er zur Erfüllung seiner Obliegenheiten nöthig hat.

Von diesem Gesichtspunkte aus ist das vorliegende Lehrbuch aufgestellt, welches demnach von der Anwendung so viel enthält, als in den gewöhnlichen Dienst- und Privatverhältnissen vorkömmt, und dabei die Theorie so behandelt, daß sie die Urtheilskraft heran bilden und Jeden fähig machen soll, sich auch in solchen Rechnungsfällen helfen zu können, die nicht genau nach den aufgestellten Regeln gehen.

Zweiter Abschnitt.

Vom Numeriren.

Die Angabe, wie oftmal die Einheit in einer Größe enthalten ist, oder sich davon wegnehmen läßt, heißt Zahl.

Um Zahlen anzugeben, hat man Schriftzeichen (Figuren) und Sprachzeichen. Die Schriftzeichen heißen Ziffern, die Sprachzeichen aber Zahlwörter; und die Art mit Hülfe von Ziffern eine Zahl zu schreiben, und eine mit Ziffern geschriebene Zahl zu lesen und zu verstehen, heißt Numeriren.

Ziffern sind daher Zahlzeichen, ähnlich wie die Buchstaben Lautirzeichen sind, und Numeriren ist eine ähnliche Vorübung zur Zahlenlehre, wie das Syllabiren zum Lesen.

§. 1. Ziffern.

Hier folgen nun die jetzt gebräuchlichen

Ziffern	ihre Namen	ihre Bedeutung	und Erklärung
0	Null	Nichts	Man denkt sich nämlich bei jedem der Zeichen 0, 1, 2, 3 u. s. f. eine ganz bestimmte unveränderliche Anzahl von einzelnen Dingen, deren Menge durch die hier rechts neben ihnen stehende Anzahl von Strichen versinnlicht ist.
1	Eins	I	
2	Zwei	II	
3	Drei	III	
4	Vier	IIII	
5	Fünf	IIIII	
6	Sechs	IIIIII	
7	Sieben	IIIIIII	
8	Acht	IIIIIIII	
9	Neun	IIIIIIIII	

Zusatz. Zu obigen Zahlwörtern merke man sich noch, daß neun Einheiten und eine zusammen genommen zehn Einheiten heißen, und daß folglich die Anzahl obiger Ziffern zehn ist.

§. 2. Einheiten höhern Ranges.

Wollte man in obiger Art fortfahren und für jede folgende Zahl eine neue Ziffer und ein neues Zahlwort annehmen, so müßte die Zahlenlehre sehr umständlich werden. Es ist jedoch ein einfaches Mittel erfunden worden, um mit den obigen zehn Ziffern jede noch so große Zahl zu schreiben.

Dieses Mittel besteht im folgenden Gesetze:
Je zehn Einheiten sollen wieder mit der Ziffer 1 bezeichnet und **eins von höherm Range** genannt werden, ähnlich wie man z. B. 4 Pfennig zusammen einen Kreuzer nennt.

Dann sollen, wenn mehrere Ziffern neben einander geschrieben stehen, wie z. B.

120636

die Einheiten dieser Ziffern einen um so höhern Rang haben, je weiter sie zur **linken** Hand stehen; d. h. es soll zwar jede Ziffer wie z. B. 6, sie stehe, wo sie wolle, nicht mehr, noch weniger als sechs Einheiten anzeigen; diese Einheiten selbst aber sollen in jeder Stelle von anderm Werthe seyn; nämlich so, daß sie in der letzten Stelle rechter Hand Einer, d. h. einzelne Dinge bedeuten, in jeder links darauf folgenden Stelle aber, ganze Mengen von Einheiten und zwar in jeder Stelle **zehnmal** mehr, als in der nächst vorhergehenden Stelle rechter Hand.

Diesem Gesetze gemäß bedeutet bei 120636 die ganz rechts stehende Ziffer 6 „sechs Einer" oder 6 einzelne Dinge; die erste links neben ihr stehende Ziffer 3 „drei Einheiten", von denen aber jede Einheit einen zehnmal größern Werth hat; die zweite links stehende Ziffer 6 bedeutet „6 Einheiten", von denen aber jede Einheit wieder einen zehnmal größern Werth hat, als die Einheiten der rechts daran stehenden Ziffer 3 u. s. f.

§. 3. Namen der Einheiten.

Die Namen der oben angegebenen Einheiten verschiedenen Ranges bilden im Teutschen eine einfache regelmäßige Folge von Wörtern. Fängt man nämlich rechter Hand die Bezeichnung an, so heißt eine Einheit der

1ten Stelle:	Eins, ...	(Eins vom Nullten Range)	
2ten „	Zehn, ...	(Eins vom 1ten	höhern
3ten „	Hundert, ...	(„ „ 2ten	Range
4ten Stelle:	ein Tausend, ...	(Eins vom 3ten	
5ten „	zehn Tausend, ...	(„ „ 4ten	„ „
6ten „	hundert Tausend, . .	(„ „ 5ten	
7ten Stelle:	eine Million, ...	(Eins vom 6ten	
8ten „	zehn Millionen, . .	(„ „ 7ten	„ „
9ten „	hundert Millionen, .	(„ „ 8ten	
10ten Stelle:	ein tausend Millionen,	(Eins vom 9ten	
11ten „	zehn tausend Millionen,	(„ „ 10ten	„ „
12ten „	hunderttausend Millionen	(„ „ 11ten	

13ten Stelle: eine Billion, . . . (Eins vom 12ten höhern Range) u. s. f.; kommen nämlich noch mehr Stellen vor, so sind die Namen wieder so, wie von der 7ten bis 12ten Stelle (oder vom 6ten bis 11ten Range), nur daß statt des Wortes Million nach und nach die Wörter Billion bei der 13ten Stelle (12ten höhern Rang), Trillion bei der 19ten Stelle (18ten höhern Rang), Quadrillion u. s. w. gebraucht werden. Bei dieser Uebersicht der Namen aller Einheiten präge man sich besonders ein: daß immer nach je drei Ziffern von rechts nach links, die Wörter **Ein, Zehn, Hundert,** nur noch mit einem höhern Namen vereint, wiederkehren.

Ist dieses richtig aufgefaßt und vorher noch völlig eingeübt von 0 bis 9, von neun bis neunzehn u. s. f. bis hundert hinauf und dann wieder bis Null zurück ohne Anstand zu zählen, so wird es leicht, jede noch so große Zahl richtig zu zählen und jede mit noch so vielen Ziffern geschriebene Zahl zu lesen.

Anmerkung 1. Die Bildung der Zahlwörter von zehn bis hundert geschieht sehr einfach, man nennt nämlich:

eins und zehn, abgekürzt eilf; zwei und zehn, abgekürzt zwölf; drei und zehn, abgekürzt dreizehn und so regelmäßig fort bis neunzehn; zwei Zehner heißen dann abgekürzt zwanz**ig**; drei Zehner, dreiß**ig**; vier Zehner, vierz**ig** u. s. f. Endlich zwei Zehner und eins werden zusammen einundzwanzig u. s. f. genannt.

Anmerkung 2. Die oben angegebenen zehn Ziffern, so wie auch die nach obigem Gesetze gebildeten Einheiten höhern Ranges sind jetzt bei den Völkern der verschiedensten Sprachen im Gebrauche, und der Unterschied besteht nur darin, daß die Zahlen von 0 bis 9, und die Einheiten höhern Ranges andere Namen, oder mit den nämlichen Namen doch eine andere Bedeutung erhalten. So z. B. heißt im Französischen schon die Einheit vom 9ten höhern Range: Billion; die vom 12ten höhern Range: Trillion u. s. f.

§. 4. Mit Ziffern geschriebene Zahlen zu lesen.

Da, wie oben gezeigt wurde, bei einer Zahl von noch so vielen Ziffern, nach je drei derselben, immer wieder die Namen: Ein, Zehn, Hundert wiederkehren; so braucht man sich nur zu üben, jede drei nebeneinander geschriebene Ziffern, sie mögen mit Nullen untermengt seyn, wie sie wollen, richtig und ohne Zögern zu lesen, als z. B. 853, 604, 900, 075, 002 u. a. m., und sich dabei öfter zu versinnlichen, welcher eigentliche Werth unter jeder dieser einzelnen Ziffern zu verstehen sey.

So wird z. B. 853 gelesen: Achthundert, fünfzig und drei oder nach dem teutschen Sprachgebrauche: Achthundert drei und fünfzig, und die einzelnen Ziffern bedeuten dabei 3, drei einzelne Dinge, 5, fünf Zehner, 8, acht hundert.

Ferner bei 074 (gelesen vier und siebenzig) bedeutet die Ziffer 4, vier einzelne Dinge, 7, sieben Zehner, 0, kein Hundert.

Ist aber diese Fertigkeit, die an vielen Beispielen zu üben ist, im vollen Maaße erlangt, so darf man bei einer Zahl von mehreren z. B. 5 oder 6 Zifferstellen diese nur von der rechten Seite herein in Klassen zu 3 Ziffern abtheilen oder sich abgetheilt denken, dann links anfangend jede Klasse allein lesen und zwar die letzte Klasse rechts ohne Zusatz, die links daran stehende Klasse aber mit dem Zusatz Tausend; z. B. zu lesen:

376 208	51 004
abgetheilt: 376|208	abgetheilt: 51|004
gelesen: 376 Tausend und 208	gelesen: 51 Tausend und 004.

Haben die Zahlen mehr als 6 Ziffern, so theilt man dieselben wieder von rechts herein in Klassen, jedoch zu 6 Ziffern (wobei aber der letzten Klasse links deren weniger bleiben dürfen) und liest von der linken Hand anfangend, die Ziffern jeder Klasse so, als stünden sie allein; nur wird
von der 7 bis 12ten Stelle (d. i. der 2ten Kl.) d. Wort Million,
„ „ 13 — 18ten „ (d. i. der 3ten Kl.) „ „ Billion,
„ „ 19 — 24ten „ (d. i. der 4ten Kl.) „ „ Trillion,
u. s. f. angehängt; z. B. es ist zu lesen:

1) 6120 067008
abgetheilt: 6120|067008
gelesen: 6 Tausend und 120 Millionen,
67 Tausend und 008.

2) 5067 000036 823596 430009
abgetheilt: 5067|000036|823596|430009
d. i. 5 Tausend und 067 Trillionen,
— — — — 036 Billionen,
823 Tausend und 596 Millionen,
430 Tausend und 009.

Anmerkung. Diese Klassenstriche erleichtern dem Anfänger die Uebersicht; später aber, wenn man die Zahlen selbst anschreibt, thut man besser, zwischen je drei Ziffern einen bemerkbaren Abstand zu lassen, wie z. B. 5 067 000 036 823 596 430 009. Nie aber gewöhne man sich, Komma zwischen die Ziffern zu machen, weil diese in der Zahlenlehre eine eigene Bedeutung haben, wie später erklärt werden wird.

Uebungsbeispiele im Lesen der Zahlen.

Die hier stehenden Zahlen sind zu lesen und mit Worten zu schreiben:

1) 72531689; 4) 3204000609700005;
2) 246005083; 5) 8030070070000 7000;
3) 500000006; 6) 2060000008970000604009;

7) 1000000000000 Pfennige betragen 250000000000 Kreuzer oder 4166666666 Gulden und 40 Kreuzer, und wer diese Pfennige zählen wollte, und zu diesem Zwecke, täglich 12 Stunden unausgesetzt, in jeder Minute 100 Pfennige zählte, würde 38052 Jahre lang zählen müssen.

8) Die ganze Grenzlinie des Königreichs Bayern beträgt 731 geographische Stunden und der gesammte Flächeninhalt 1381 Quadrat-Meilen, auf denen (im Jahre 1840) 4370977 Seelen wohnten.

9) Bayern hatte im Jahre 1827 eine Bevölkerung von 4044569 Seelen in 842753 Familien; Ende 1843 aber 4440327 Seelen, in 987463 Familien.

10) Die bayer. Armee zählte 1846 an Infanterie 42456 Mann, an Cavallerie 9534 Mann, an Artillerie 3154 Mann und an Fuhrwesen 1095 Mann, die nicht Streitbaren, als Aerzte ꝛc. eingezählt.

11) Die Fläche des Königreichs ist in folgender Art angebaut: 9793266 Tagwerke Aecker, 2792160 Tagwerke Wiesen, 363812 Tagwerke Weinberge, Wohnungen sammt Gärten, 6444876 Tagw. Waldungen, 507247 Tagw. Gewässer und 2332711 Tagw. Weiden, Moose und unangebautes Land.

§. 5. Ausgesprochene Zahlen mit Ziffern zu schreiben.

a) Das Anschreiben der dreizifferigen Zahl ist die Grundlage. Das Verfahren hiezu, in dem man volle Fertigkeit erlangen muß, ist sehr einfach, nämlich:

Man schreibt zuerst die Ziffer, welche die Anzahl der Hunderter nennt, dann rechts daneben jene der Zehner, und rechts neben diese, die Ziffer der Einer. Ist z. B. zu schreiben:

1) Vierhundert sechs und fünfzig, d. i.
4 Hunderter, 5 Zehner, 6 Einer; so setzt man: 456.
2) Fünfhundert, d. i.
5 Hunderter, 0 Zehner, 0 Einer, „also 500."

3) Achthundert und sieben, d. i.
8 Hunderter, 0 Zehner und 7 Einer, „also 807."
4) Zweihundert und dreißig, d. i.
2 Hunderter, 3 Zehner und 0 Einer, „also 230."

Besondere Rücksicht ist hierbei auf die Ziffer 0 zu nehmen. Da nämlich dieses Zeichen nur die Fehlanzeige ist, wenn einer dreiziffrigen Zahl irgend ein Rang, gleichviel ob der Hunderter, Zehner oder Einer fehlt, so kann mit Hülfe der Null auch jede blos 2 oder einziffrige Zahl, z. B. 76, 2 u. s. a. dreiziffrig geschrieben werden, nämlich 076; 002 u. s. f.

Anmerkung. Auch erkennt man hieraus, daß Nullen, die ganz links am Anfange einer Zahl stehen, weggelassen werden können, während Nullen, die zwischen oder rechts von bedeutenden Ziffern stehen, nie verändert werden dürfen; denn so ist z. B.
008 einerlei mit 8, hingegen
500 sehr verschieden von 5, indem durch das Auslassen der 00 bei 500 der 5er um zwei Rang erniedrigt wurde, während bei 008 das Auslassen der Nullen, den Rang der Ziffer 8 ungeschmälert läßt.

b) Kann man nun jede ausgesprochene Zahl von 1 bis 999 dreiziffrig schreiben, so übe man sich, Zahlen, die Tausende nennen, auch mit Ziffern zu schreiben, und zwar jedesmal sechsziffrig, indem man sowohl die Tausende, als auch das Folgende (nach a) dreiziffrig schreibt. Zur leichtern Uebersicht läßt man dabei zwischen je drei Ziffern einen kleinen Abstand, nämlich:

572 Tausend und 319, . . . angeschrieben 572 319;
17 Tausend und 832, . . . „ „ 017 832;
Vier Tausend und sieben, . . . „ „ 004 007;
Fünfhundert Tausend und neunzig „ „ 500 090;
Achthundert zwei und fünfzig Tausend
vierhundert und siebzehn, . . „ „ 852 417.

Auch hier kann man die ganz links am Anfange bei den Tausendern stehenden Nullen weglassen, und thut es auch jederzeit, wenn keine Millionen oder überhaupt keine höhern Einheiten mehr vorkommen.

c) Hat man nun Fertigkeit im Schreiben jeder Zahl unter einer Million, so geht es mit allen größeren sehr leicht. Im Fall nämlich die ausgesprochene Zahl Millionen zählt, so schreibt man ihre Anzahl mit 6 Ziffern hin, und fügt hierauf das Uebrige der ausgesprochenen Zahl auch sechsziffrig rechts bei. Hört man Billionen, so werden erst diese, dann die Millionen, dann das Uebrige, jedes für sich sechs-

ziffrig hingeschrieben, wobei man auch hier die Nullen ganz links zu Anfang der Zahl jedesmal wegläßt.

Es sey z. B. anzuschreiben die ausgesprochene Zahl: 3 Tausend und 49 Millionen, 18 Tausend und sechs; so schreibt man zuerst die Anzahl der Millionen hier 3 Tausend und 49 sechsziffrig hin, nämlich 003 049; rechts an sie das übrige auch sechsziffrig, also 018 006, und man erhält mit Weglassung der vordersten Nullen die ausgesprochene Zahl 3 049 018 006.

Es sei ferner mit Ziffern zu schreiben: 25 Tausend 8 Billionen, und 2 hundert; so hat man 025 008 Billionen, 000 000 Millionen und 000 200, daher ist die vollständige Zahl 25 008 000 000 000 200, indem man nur links die erste Null weglassen durfte.

In gleicher Art verfährt man aber mit jeder noch größern Zahl, wenn solche vorkommen sollte.

Uebungsbeispiele.

Folgende mit Worten geschriebene Zahlen sind mit Ziffern zu schreiben:

12) Die Frauenkirche in München hat eine Höhe von dreihundert fünf und dreißig Fuß, die Martinskirche in Landshut von vierhundert und siebzig, und die Zugspitze von zehn Tausend sechshundert und dreißig Fuß.

13) Der ganze Flächenraum des Königreichs Bayern beträgt zwei und zwanzig Millionen, zweihundert vier und dreißig Tausend und zwei und siebzig Tagwerk.

14) Der Umkreis der Erde hält fünf Tausend vier hundert geographische Meilen und ihre ganze Oberfläche neun Millionen, zweihundert ein und achtzig Tausend, neunhundert sechs und fünfzig Quadratmeilen.

15) Der Durchmesser der Erde ist ein Tausend siebenhundert und neunzehn geographische Meilen, und der Raum, den sie einnimmt, beträgt zwei Tausend, sechshundert und fünfzig Millionen, sechshundert sechs und achtzig Tausend Kubikmeilen.

16) Die Entfernung der Erde von der Sonne beträgt zwanzig Millionen, sechshundert zwei und achtzig Tausend, dreihundert neun und zwanzig geographische Meilen; die Entfernung des Mondes von der Erde aber ein und fünfzig Tausend, siebenhundert und sechs solche Meilen.

§. 6. Zählungsarten.

Die nun vollständig erklärte Art zu zählen, nach welcher immer zehn Einheiten eine höhere Einheit ausmachen, heißt die zehntheilige Zählungsart oder auch das Decimalsystem oder die Decadik. (Vom griechischen Worte Deca, zehn.)

Außer dieser allgemeinen, auf alle zählbaren Dinge anwendbaren Zählungsart, sind bei Geld, Maaß und Gewicht noch viele andere Zählungsarten eingeführt; so z. B. wird beim Geld der Heller nur auf 7 gezählt und schon 8 Heller eine Einheit von höherem Range (Kreuzer) genannt; die Kreuzer aber werden bis 59 gezählt und erst 60 Kr. machen eine Einheit vom 2ten höhern Range aus, welche Gulden genannt wird.

Die Zahl, welche bei einer Zählungsart angibt, wie viele Einheiten zusammengenommen eine höhere Einheit bilden, heißt die Eintheilungszahl oder die Grundzahl. Hat eine Zählungsart durchgängig nur eine Eintheilungszahl, sind nämlich, wie in unserm Dezimalsystem, alle höhern Einheiten nach ein und demselben Gesetze gebildet, so heißt sie regelmäßig; hingegen unregelmäßig, wenn wie bei unserm Gelde u. s. w. mehrere Eintheilungszahlen gebraucht werden.

Anmerkung Die im Vorhergehenden erklärte Art die Zahlen mit zehn Grundzahlwörtern zu nennen und mit zehn Zeichen zu schreiben, ist nur eine willkührliche Annahme, die vom Abzählen an den zehn Fingern abzustammen scheint. Es hätten anfänglich auch mehr oder weniger Zahlwörter und Zeichen angenommen werden können, wie man §. 46. Anmerkung ersehen kann. — Die zehntheilige Zählungsart war schon bei den Griechen und Römern eingeführt. Sie kannten aber nicht unsere zehn Zahlzeichen 0, 1, 2, 3 ..... 9, und die einfache höchst sinnreiche Art damit die Zahlen anzuschreiben. Beides stammt aus Indien; ist uns aber durch die Araber zugekommen, weßwegen wir jene Ziffern die arabischen nennen. Die vor dem gebräuchlichen römischen Ziffern (§. 7) werden nur noch bei Aufschriften u. dgl. angewendet, indem das Rechnen mit denselben schwer zu erlernen und sehr zeitraubend ist.

§. 7. Die römischen Zahlzeichen.

Die Römer benützten hiezu einige ihrer Lautirzeichen (Buchstaben) nämlich:

I (i) für eins.	C (c) für einhundert.
V (v) für fünf.	D (d) für fünfhundert.
X (x) für zehn.	M (m) für eintausend.
L (l) für fünfzig.	

Um nun mit diesen Zeichen Zahlen zu schreiben, setzten sie dieselben von der linken zur rechten Hand, nach der Größe ihres Werthes nebeneinander. So z. B. wurde 1687 geschrieben: MDCLXXXVII; und es macht das Aussprechen einer so geschriebenen Zahl immer ein Zusammenzählen nöthig, nämlich 1 Tausend,

5 hundert und 1 hundert sind 6 hundert, fünfzig und 10 und 10 und 10 geben achtzig, dann 5 und 1 und 1 machen sieben.

Wurde aber ein Buchstabe von geringerm Werthe links voraus, und rechts neben ihn einer von größerm Werthe geschrieben, so zeigte dieses an, daß der geringere vom rechts folgenden höhern wegzunehmen sei; so z. B. bedeutet

IV, die Zahl 4; CDXCIX, die Zahl 499.
XLII, die Zahl 42; MDCCCXXXIX, die Zahl 1839.

Mehrere Tausend wurden durch die treffende Ziffer mit darüber gesetztem Querstrich bezeichnet, so bedeutet z. B.

$\overline{\mathrm{VIII}}$ die Zahl 8 000; $\overline{\mathrm{CCC}}$CCIX die Zahl 300 209;
$\overline{\mathrm{C}}$MDCLIV „ „ 101 654; $\overline{\mathrm{M}}$ „ „ 1 000 000.

Uebungsbeispiele.

17) Es sind die Zahlen 58; 319; 1841 } mit röm. Ziffern
18) „ „ „ „ 474; 1812; 8972 } zu schreiben.

Es sind folgende Zahlen zu lesen und mit arabischen Ziffern zu schreiben:

19) Den XXIX April MDCCXC | 20) CDVII
21) XCIV | 22) CMXLIV.

23) Der gelehrte Gerbert, Bischof von Rheims, der im Jahre CMXCIX, als Sylvester II. auf den päpstlichen Stuhl erhoben wurde, verbreitete die jetzt gebräuchlichen Ziffern, welche er bei den Arabern in Spanien hatte kennen lernen.

Fragen, deren Beantwortung zur Wiederholung der ersten Abtheilung dienen kann.

1) Was ist die Größenlehre? (Antwort: Seite 1 a)
2) Was versteht man unter Einheit, was unter Zahl? (b)
3) Was sind Einheiten höhern oder niedern Ranges? (c)
4) Was ist eine unbenannte, was eine benannte Zahl? (d)
5) Wenn heißen Zahlen mehrfach, wenn einfach benannt? (d)
6) Welche Zahlen sind gleichnamig, welche ungleichnamig? (d)
7) Was ist eine stetige Größe, was eine gezählte und was ist die Zahlenlehre? (Antw.: Seite 5. e)
8) Was für ein Unterschied ist zwischen Ziffern und Zahlen? (S. 4.)
9) Wie viele Ziffern haben wir, und wie viele Zahlen? (§. 1.)
10) Wie werden mit unsern zehn Zahlzeichen alle Zahlen geschrieben?
11) Welche Namen haben dabei die Einheiten verschiedenen Ranges, u. welche Namen kehren nach einer bestimmten Anzahl immer wieder? (§. 3.)
12) Welche Bedeutung und Anwendung hat das Zeichen 0? (§. 5.)
13) Darf man bei den Zahlen 5007, 5070, 5007, 0507, 0057, 5700, die Nullen weglassen? bei welchen? bei welchen nicht? und warum?
14) Was versteht man unter der zehntheiligen Zählungsart? (§. 6.)
15) Bestehen außer dieser noch andere Zählungsarten? (§. 6.)
16) Hatten die Römer andere Ziffern, andere Zahlen oder eine andere Zählungsart als wir? (§. 6.)
17) Welches sind die römischen Zahlzeichen, und wie werden damit Zahlen geschrieben? (§. 7.)

Zweite Abtheilung.

Die Rechnungsarten mit unbenannten und einfach benannten Zahlen.

---

§. 8. Erklärung, was eine Rechnungsart ist.

Durch Vor= und Rückwärtszählen könnte man nun die Veränderungen der Zahlen, nämlich ihre Vermehrungen und Verminderungen finden. So z. B. ließe sich dadurch ermitteln: 1) wie viel 842 Mann und 753 M. zusammen genommen geben; oder 2) was übrig bleibt, wenn man von 137 Patronen, 86 verbraucht hat. Man dürfte bei der ersten Frage nur Mann um Mann von der einen Abtheilung zur andern hinüber treten lassen, und aufwärts zählen: 842 und 1 geben 843, und 1 geben 844 u. s. f., bis daß die beiden Abtheilungen in eine vereint wären.

Anstatt eines solchen zeitraubenden, bei größern Zahlen nicht zu erlebenden Abzählens (welches jedoch Leute, die nur das Numeriren erlernten, mit Hülfe ihrer Finger anwenden müssen) sind eigene Verfahrungsarten erfunden, um die Veränderungen der Zahlen auf kürzere Art, als durch Abzählen zu finden. Diese heißen Rechnungsarten, und Rechnen heißt: die Veränderungen der Zahlen mit Hülfe der Rechnungsarten finden.

Anmerkung. Da sich Zahlen nur vermehren und vermindern lassen, so kann es eigentlich nur zwei Hauptrechnungsarten geben, nämlich 1) jene der Vermehrung; 2) jene der Verminderung.

Erster Abschnitt.

Vom Zusammenzählen.

§. 9. Erklärung der Zusammenzählung.

Der Name erklärt schon deutlich, worin diese leichteste der Rechnungsarten besteht. Es ist nämlich die Vereini=

gung zweier oder mehrerer Zahlen in eine einzige, die allein so groß ist, als alle jene gegebenen Zahlen zusammen genommen. Die Zahlen, welche zusammengezählt werden sollen, nennt man die gegebenen Stücke oder die Posten, und die Zahl, welche man durch das Zusammenzählen der Stücke findet, heißt das Ganze. Wenn man z. B. 9 kr. und 5 kr. zusammenzählt, so sind 9 kr. und 5 kr. die gegebenen Stücke oder Posten, und die gefundene Zahl 14 kr., die allein so groß ist, als die beiden gegebenen Posten zusammen genommen, ist das Ganze.

Anmerkung. Zusammenzählen nennt man auch addiren, vom lateinischen addere, hinzufügen; so wie das Ganze auch Summe, und die Posten „Summanden" genannt werden vom lateinischen Worte summa das Ganze.

§. 10. Erklärung der Rechnungszeichen + und =.

Um in Kürze die Rechnungsarten anzuzeigen, sind sogenannte Rechnungs-Zeichen eingeführt, deren beim Zusammenzählen zwei vorkommen.

1) Um anzuzeigen, daß Zahlen zusammengezählt (addirt) werden sollen, setzt man zwischen je zwei derselben das Zeichen + und spricht dieses stehende Kreuz mit und, oder mehr (plus) aus.

2) Will man anzeigen, daß zwei Dinge gleich sind, d. h. die nämliche Einheit gleichvielmal enthalten, so setzt man zwischen sie das Zeichen =, und liest es: ist gleich oder sind gleich. So z. B. bedeutet 5 kr. + 3 kr. + 9 kr. = 17 kr., daß 5 kr., 3 kr. und 9 kr. zusammengezählt werden sollen, und daß diese 3 Zahlen zusammen so viele Einheiten enthalten, als die Zahl 17 kr. allein, und es wird gelesen: 5 kr. und 3 kr. und 9 kr. ist gleich mit 17 kr.

§. 11. Grundsätze des Zusammenzählens.

Unter Grundsatz versteht man eine Aussage, deren Richtigkeit von selbst einleuchtet. Die Grundsätze der Addition sind:

I. Nur gleichnamige Zahlen (d. Seite 3.) können zusammengezählt werden. So lassen sich z. B. 2 Guldenstücke und 3 Pfennige weder als Pfennige noch als Gulden addiren; betrachtet man sie aber unter einem gemeinschaftlichen Namen z. B. Geldstücke, dann ist ihre Summe 5 Geldstücke.

II. **Das Ganze (Summe) ist gleichnamig mit den zusammengezählten Stücken (Summanden).** Dieß zeigt ebenfalls das obige Beispiel.

Es lassen sich daher in jeder Zählungsart nur Zahlen von gleichem Range, also z. B. in unserer zehntheiligen Zählungsart Einer und Einer, Zehner und Zehner zc. zusammenzählen, und die Summe hat jedesmal den Rang der Stücke. So sind 6 Einer + 3 Einer = 9 Einer; 2 Hunderter + 4 Hunderter = 6 Hunderter u. s. w. Hingegen können 2 Hunderter + 3 Einer nicht zusammengezählt, sondern nur **nebeneinander** ausgesprochen werden: 2 Hundert u. 3 (203).

III. **Man erhält die nämliche Summe, ob man die Posten stückweise oder mit einemmal zuzählt.** Soll man z. B. zu 3 kr. hinzufügen 6 kr., so erhält man 9 kr., ob man nun die 6 kr. auf einmal oder ob man sie stückweise, z. B. als 3 kr., 1 kr., 1 kr. und 1 kr., zu den 3 krn. hinzulegt.

IV. **Man erhält auch die nämliche Summe, in welcher Reihenfolge man die gegebenen Stücke zusammenzählt.** Gibt z. B. von drei Compagnien die erste 2 Mann, die zweite 7 Mann und die dritte 5 Mann auf Dienst, so erhält man einerlei Stärke, in welcher Ordnung man sie auch zusammenstellen mag. Es sind nämlich 2 Mann + 7 M. + 5 M. = 14 Mann, eben so gut als 7 Mann + 2 M. + 5 M. = 14 Mann, oder 5 Mann + 7 M. + 2 Mann = 14 Mann sind.

Anmerkung. Unsere Art der Zahlenangabe durch **Zusammenstellung** von ungleichnamigen Stücken, erscheint auf den ersten Blick unbequemer, als wenn jede Zahl (so wie die ersten neun, 1, 2, 3 bis 9) mit einer eigenen Figur bezeichnet wäre. Aber gerade auf jener Zusammenstellung, nach welcher z. B. 5106 aus 5 Tausender + 1 Hunderter + 0 Zehner + 6 Einer, ferner 842 aus 8 Hunderter + 4 Zehner + 2 Einer besteht, beruht die Leichtigkeit, mit selbst großen Zahlen rechnen zu können. Um z. B. 5106 und 842 zu addiren, wird man nur ihre gleichnamigen Stücke, als ihre Einer, dann ihre Zehner u. s. w. zusammenzuzählen brauchen. Wäre hingegen jede dieser beiden Zahlen durch ein eigenes Zahlwort und eine eigene Figur bezeichnet, so müßte um ihre Summe zu erhalten, die kleinere eins um eins zur größern hinzu gezählt werden. Bei unsern ersten 9 Zahlen vermeidet man dieses nur dadurch, daß man ein für allemal die Summe von je zwei derselben auswendig lernt.

§. 12. Das Zusammenzählen von zwei einziffrigen Zahlen.

0	und	1	ist	1	$0 + 9 = 9$
1	"	1	sind	2	$1 + 9 = 10$
2	"	1	"	3	$2 + 9 = 11$
3	"	1	"	4	$3 + 9 = 12$
4	"	1	"	5	$4 + 9 = 13$
5	"	1	"	6	$5 + 9 = 14$
6	"	1	"	7	$6 + 9 = 15$
7	"	1	"	8	$7 + 9 = 16$
8	"	1	"	9	$8 + 9 = 17$
9	"	1	"	10	$9 + 9 = 18$

Durch Aufwärtszählen von eins um eins stellen sich Anfänger eine Tafel zusammen für jede unsrer 9 Ziffern, wie die hier zur Seite für die Zahlen 1 und 9 angelegten. Mit Hülfe dieser Tafel prägen sie sich dann die Summe von je zwei einziffrigen Zahlen ein, bis sie dieselben auswendig, auch außer der Ordnung, rasch angeben können. Diese Fertigkeit ist durchaus nöthig, um größere Zahlen ohne viel Zeitverlust addiren zu lernen.

Anmerkung. Wenn die Summe der beiden Zahlen 10 überschreitet (z. B. $8 + 5 = 13$), so kann man die kleinere (5) so zerstücken, daß das eine Stück (2) die größere Zahl (8) auf 10 ergänzt. Man denkt sich nämlich bei $8 + 5$ zuerst $8 + 2$ sind 10 und hiezu noch 3 sind 13. Hiedurch wird die Uebung weniger mechanisch.

§. 13. Das Zusammenzählen der einziffrigen zur zweiziffrigen Zahl in der zehntheiligen Zählungsart.

Regel. Man zähle die einziffrige Zahl nur zu den Einern der zweiziffrigen Zahl (nach §. 12), als hätte diese keine Zehner. Erhält man hiebei

1) nicht mehr als 9 Einer, so spricht man die Zehner der zweiziffrigen Zahl sogleich dazu aus; z. B. was geben 34 und 5? Die 5 Einer geben zu den 4 Einern gezählt, 9 Einer, zu diesen die drei Zehner ausgesprochen, gibt 9 und dreißig (39). Ist aber
2) die Summe der Einer größer als 9, so spricht man nur ihre Einer aus, vermehrt dagegen die Zehnerziffer der zweiziffrigen Zahl um eins; z. B. was geben $34 + 8$? Die 4 und 8 Einer geben 12 (also mehr als 9), man spricht daher nur ihre Einerziffer 2, hingegen die Zehnerziffer 3 der Zahl 34 um eins höher aus, sagt also: 2 und vierzig.

Anmerkung. Bei diesem Zusammenzählen kann man sich manche kleine Vortheile aneignen, als z. B. zu einer Zahl wird 9 addirt, dadurch daß man ihre Einerziffer um eins vermindert, ihre Zehner hingegen um eins vermehrt. Aehnlich verfährt man mit 8. Auch gehört hieher das Zerstücken der einziffrigen Zahl (Anm. §. 12).

Uebungsbeispiele.

Die beste Uebung ist vorerst das Aufwärtszählen mit allen Ziffern von Null bis 100 und darüber. Man sagt z. B. mit 8; 0 und 8 geben 8, und 8 geben 16, u. s. f.; sodann 1 und 8 geben 9, und 8 geben 17, u. s. f.

24) 8 + 7 + 5 + 9 + 6 + 4; **25)** 8 + 2 + 9 + 3 + 6 + 7; **26)** 9 + 8 + 9 + 7 + 6 + 5 + 6 + 8 + 9 + 9 + 9 + 8 + 8.

Beweis der obigen Regel.

Die Angabe eines Verfahrens, durch welches man alle Exempel der nämlichen Art ausrechnen kann, heißt eine Regel, und die Darlegung der Richtigkeit des Verfahrens, heißt der Beweis. Die oben angegebene Regel gründet sich darauf, daß jede zweiziffrige Zahl (34) aus zwei ungleichnamigen Stücken, den (3) Zehnern und den (4) Einern zusammengestellt ist (§. 2). Mit den (4) Einern der zweiziffrigen Zahl (34) ist die einziffrige Zahl (5 oder 8) gleichnamig und es können diese daher zusammengezählt werden (nach §. 11, Grunds. I.) Ist nun

1) die erhaltene Einersumme nicht größer als 9, mithin einziffrig, so kann sie alsbald neben die Zehnerziffer gestellt (39) und zu ihr ausgesprochen werden (nach §. 2). Ist aber

2) die Summe der Einer größer als 9, z. B. (4+8=12), also zweiziffrig, so besteht sie selbst wieder aus zwei ungleichnamigen Stücken, nämlich aus (1) Zehner und (2) Einern, welch ersterer die vorhandenen (3) Zehner der zweiziffrigen Zahl (34) um eins vermehrt.

§. 14. Das Zusammenzählen mehrziffriger Zahlen.

Wenn mehrere zwei oder mehrziffrige Zahlen unsrer Zählungsart, z. B. 4925 Mann + 19 M. + 3607 M. + 328 M. + 6215 Mann zusammenzuzählen sind, so verfahre man, wie folgt:

Regel. 1) Man schreibe die zu addirenden Zahlen (wie Seite 18 im Beispiel a) so untereinander, daß ihre letzten Ziffern rechter Hand sämmtlich in eine aufrechte Reihe kommen, also nur Einer unter Einer, Zehner unter Zehner u. s. f. stehen, und ziehe unterhalb der letzten Zahl einen liegenden Strich.

2) Dann zähle man, rechts anfangend, zuerst die Reihe der Einer zusammen (nach §. 13), und schreibe ihre Summe, wenn sie einziffrig ist, ganz unter die addirte Reihe, unterhalb des Striches, an. Wäre die Summe aber nicht einziffrig, so schreibe man nur ihre Einer unter die addirte Reihe, merke sich ihre Zehner (gewöhnlich nur im Kopf) und zähle diese zur nächst linksfolgenden Reihe hinzu.

3) Hierauf wird auf die nämliche Art die folgende zweite Reihe, dann die dritte u. s. f. addirt, und alles was für die erste Reihe gesagt wurde, gilt auch wörtlich für jede folgende. Nur die Summe der allerletzten Reihe links wird völlig unter den Strich geschrieben, ohne etwas im Sinne zu behalten.

Beispiel a)	4 925	Mann
	19	„
	3 607	„
	328	„
	6 215	„
	2 3	
Summa	15 094	Mann.

Erklärung.

Im obigen Beispiele gibt die Summe der Einer 34; ihre Einerziffer 4 ist unterm Striche angeschrieben, und ihre 3 Zehner zur folgenden Reihe der Zehner gezählt. Die nun folgende Summe der Zehner gibt 9 und ist daher ganz angeschrieben. Die Summe der Hunderter ist 20, man schreibt daher 0 an, und zählt 2 zur folgenden letzten Reihe, deren Summe 15 endlich voll herunter geschrieben ist.

Antw. Die gesuchte Summe ist 15 094 Mann.

Beispiele.

b) Gegebene Stücke od. Posten.	266	fl.	c)	8 017 589
	39 573	„		26 259
	4 809	„		6 018 954
	78	„		4 619
	20 974	„		
Summe	65 700	fl.		14 067 421

Anmerkung 1. Wer eines der Beispiele, etwa b, durch Zusammenzählen der einzelnen Guldenstücke finden wollte, würde hiezu wohl gegen 11 Stunden brauchen. Der Grund der Abkürzung bei obigem Verfahren beruht aber darauf, daß jede unserer mehrziffrigen Zahlen aus ungleichnamigen Stücken zusammengestellt ist (§. 11. Anmerk.), die zum Theil schon sehr groß sind. Indem man z. B. die Ziffern der 3ten Reihe zusammenzählte, so wurden mit einemmal ganze Mengen von Einheiten, nämlich Hunderter, in der 4ten Reihe Tausender u. s. f. zusammengezählt.

Anmerkung 2. Aus der vorstehenden Regel ist auch leicht zu erkennen, daß die Grundregel alles Zusammenzählens darin besteht, die Ziffern von gleichem Range einzeln zusammenzuzählen, wobei das untereinander Schreiben derselben zwar zur Erleichterung dient, aber nicht durchaus nöthig ist.

Uebungsbeispiele.

27) 35+16+5+86+93+54+79.
28) 852+9+307+91+26+517.
29) 76+4708+692+8657+8+999.
30) 43806+9654+52417+300008.
31) 9306786+8798400+987098.

32. a) 57 896 518 + 309 + 6 204 632 + 89 900 + 59 + 707 770 + 18 000 + 876 234.

32. b) Man zähle alle Posten der obigen 6 Beispiele in ein Ganzes zusammen.

Beweis. Nach Grundsatz I. §. 11 können gleichnamige Zahlen, also Einer und Einer, Zehner und Zehner u. s. f. zusammengezählt werden. Indem man nun 1) die gegebenen Stücke so unter einander schreibt, daß rechter Hand alle Einer unter einander kommen, so stehen dadurch auch alle Zehner, alle Hunderter u. s. w. unter einander, und es haben die in jeder aufrechten Reihe stehenden Ziffern einerlei Einheiten, d. h. sie sind gleichnamig und können daher zusammengezählt werden. 2) Gibt hiebei irgend eine Reihe eine zweiziffrige Summe (wie im Beispiel a die erste Reihe die Summe 34 gab), so ist diese aus zwei Stücken zusammengestellt, nämlich aus ihrer Einerziffer (4), welche gerade solche Einheiten enthält, als in der addirten Reihe stehen, und welche daher gerade unter die Reihe geschrieben werden muß, damit ihr der Name auch in der Summe bleibt (Grunds. II. §. 11); dann aus ihrer Zehnerziffer (3), welche, wie in jeder zehntheilig geschriebenen Zahl zehnmal größere Einheiten enthält (§. 2), mithin solche, wie die links folgende Reihe hat, und daher nur zu dieser gezählt werden kann. Gibt aber irgend eine Reihe eine einziffrige Summe (wie z. B. die 2te Reihe die Summe 9 gab), so enthält sie nur Einheiten von eben der Art als die addirte Reihe, und muß daher vollständig unter diese Reihe gesetzt werden, damit ihr auch in der Summe der gleiche Name (Zehner) bleibt. 3) Daß aber in allen Reihen das nämliche Verfahren zu beobachten ist, ergibt sich aus unserer regelmäßigen Zählungsart, in der je 10 Einheiten eines Ranges eine Einheit des nächst höhern Ranges geben. Hat man endlich auf diese Art die Zahlen stückweise zusammengezählt, so ist deren Summe ganz dieselbe, als wenn man die Zahlen Einer um Einer addirt hätte, weil es nach Grundsatz III. und IV., §. 11. ganz einerlei ist, in welcher Ordnung man die gegebenen Stücke zusammenzählt.

§. 15. Probe der Zusammenzählung.

Jedes Verfahren, womit man sich versichert, daß kein Rechnungsfehler begangen sey, nennt man eine **Probe**. Bei der Addition ist ein wiederholtes Zusammenzählen in umgekehrter Ordnung die sicherste Probe. Man addire nämlich jede aufrechte Reihe zweimal gleich hintereinander, und zwar einmal von unten hinauf, und dann von oben herab. Findet man beidemal die nämliche Summe, so kann man annehmen, daß diese Reihe richtig zusammengezählt ist, indem es ein seltener Zufall wäre, bei der so veränderten Aufeinanderfolge der Posten den nämlichen Fehler zu begehen. Stimmen aber

beide Summen nicht überein, so zähle man ein Drittesmal u. s. f. zusammen, bis man erkennt, welche der gefundenen Summen die richtige ist.

Anmerkung 1. Man kann auch zur Probe die Posten abtheilen, indem man zuerst nur ungefähr die halbe Anzahl derselben zusammenzählt, dann die übrigen und hierauf die so gefundenen zwei Summen addirt, wobei das nämliche herauskommen muß, als wären alle Posten auf einmal zusammengezählt worden (§. 11. III). Dieses Abtheilen der Posten kann man auch bei großer Anzahl derselben zur Erleichterung der Rechnung anwenden.

Anmerkung 2. Da jede Probe selbst wieder eine Rechnung ist, in der man also fehlen kann, so gibt es eigentlich für keine Rechnung ein untrügliches Prüfungsmittel, und es kann, wenn eine Probe nicht zutrifft, der Fehler ebensowohl in dieser als in der Hauptrechnung selbst liegen. Ein aufmerksames, durchdachtes Rechnen gehört daher immer zu den besten Proben.

§. **16.** Zusammenzählen unbenannter Zahlen im Kopfe.

Die §§. 12 und 13 geben die Anleitung zur Addition einziffriger Zahlen dann einer ein- und zweiziffrigen Zahl im Kopfe. Hiezu kann noch geübt werden das Zusammenzählen von zweien Zahlen, die auch mehr als zwei Ziffern haben. Man stelle sich hiebei die zu addirenden Zahlen recht lebhaft vor, addire dann zur ganzen ersten Zahl, zuerst nur die Einer der zweiten Zahl, hierauf zu der erhaltenen Summe die Zehner der zweiten Zahl und fahre in dieser Art fort. Es ist z. B. 358 und 67 im Kopfe zu addiren: Man sagt 358 und 7 gibt 365 (nach §. 13); ferner 365 und 6 Zehner ist 3 Hundert, 12 Zehner und 5, d. i. 4 Hundert, zwanzig und fünf (425).

Zur Uebung rechne man im Kopfe:

33) 27 und 10 und 10 und 10 und 10 und 10 geben?

34) 56 und 30?	37) 35 und 24?
35) 78 und 60?	38) 97 und 46?
36) 584 und 90?	39) 427 und 285?

Zweiter Abschnitt.

Vom Abziehen unbenannter oder einfach benannter Zahlen.

§. **17.** Erklärung des Abziehens und des Zeichens (—).

Die Rechnungsart, welche finden lehrt, was übrig bleibt, wenn man von einer Zahl eine andere

Zahl wegnimmt, wird das **Abziehen** genannt. Dabei heißt diejenige Zahl, von der weggenommen wird, das Ganze; diejenige Zahl, welche man wegnimmt, der Abzug, und diejenige Zahl, welche übrig bleibt, der Rest oder Unterschied. Wenn man z. B. von 9 Gulden, 6 Gulden wegnimmt, so bleiben 3 Gulden, und es ist daher in diesem Beispiele 9 Gulden das Ganze; 6 Gulden der Abzug und 3 Gulden der Rest oder Unterschied.

Um diese Rechnungsart anzuzeigen, schreibt man das Ganze voraus, und trennt es vom Abzug durch das Zeichen (—), welches weniger gelesen wird. Demgemäß steht obiges Beispiel: 9 Gulden — 6 Gulden = 3 Gulden und wird gelesen: 9 Gulden weniger 6 Gulden ist gleich 3 Gulden.

Anmerkung 1. Von lateinischen Wörtern abgeleitet, sagt man auch: Subtraction, statt das Abziehen; subtrahiren, statt abziehen; der Minuend, statt das Ganze; der Subtrahend, anstatt der Abzug; die Differenz, anstatt der Rest oder Unterschied, und Minus, anstatt weniger.

Anmerkung 2. Zusammenzählen und Abziehen sind zwei Verfahrungs- oder Rechnungs-Arten, die einander gerade entgegengesetzt sind; denn so wie das Zusammenzählen ein Hinzufügen, also Vermehren ist, so ist im Gegentheil das Abziehen ein Hinwegnehmen, also Vermindern.

§. 18. Grundsätze des Abziehens (der Subtraction).

Das Abziehen beruhet auf den nämlichen Grundsätzen wie das Zusammenzählen:

I. Nur gleichnamige Zahlen lassen sich von einander abziehen, d. h. es müssen das Ganze und der Abzug immer durch die nämliche Einheit gezählt werden können.

II. Der Rest hat denselben Namen wie das Ganze und der Abzug. Es lassen sich demnach nur jene unsrer Zahlen von einander abziehen, die gleichen Rang haben, d. i. Einer von Einern, Zehner von Zehnern u. s. w., und der Rest hat jedesmal den nämlichen Rang wie das Ganze und der Abzug.

III. Man erhält den nämlichen Rest, ob man vom Ganzen den Abzug auf einmal, oder ob man ihn stückweise und in welch beliebiger Ordnung wegnimmt. So bleiben, wenn man z. B. von 8 Gulden, 5 Gulden wegnimmt, 3 Gulden übrig, man mag nun diese 5 Gulden einen um einen, oder alle 5 auf einmal, oder in welcher Art und Ordnung man wolle, wegnehmen.

IV. **Man erhält auch den nämlichen Rest, wenn man vor dem Abziehen, sowohl zum Ganzen als zum Abzug ein und die nämliche Zahl addirt.** So z. B. ist 6 — 4 = 2, und auch noch 9 — 7 = 2, obgleich man sowohl das Ganze 6, als auch den Abzug 4 um 3 vergrößerte.

V. **Wenn der richtige Unterschied zum Abzug addirt wird, so erhält man wieder das Ganze (den Minuend).**

Es stelle z. B. AB einen Weg von 7 Schritten A 0 1 2 3 4 5 6 7 B
und CD einen andern Weg von 5 „. C 0 1 2 3 4 5 D vor;
dann ist der richtige Unterschied beider Wege die Strecke E 0 1 2 F
von 2 Schritten. Hiebei aber ist augenfällig, daß wenn dieser Unterschied EF zum zweiten Weg CD addirt wird, eine der AB völlig gleiche Wegstrecke von 7 Schritten hervorkommen muß.

Anmerkung. Aus dem Grundsatz V. ergibt sich auch noch eine andere Erklärungs-Art für die Subtraction, nämlich: Von einer Zahl, (z. B. von 7) eine zweite (z. B. 5) subtrahiren, heißt eine dritte Zahl finden, die zur zweiten addirt, die erste wiedergibt.

§. 19. Subtractionen, bei denen sowohl der Abzug als der Rest einziffrige Zahlen unserer Anschreibeart sind.

Jedes Abziehen kann dadurch verrichtet werden, daß man entweder von dem größern Ganzen zum kleinern Abzug abwärts, oder vom kleinern Abzug zum größern Ganzen aufwärts zählt. So kann man z. B., wenn von 12 die Zahl 8 abgezogen werden soll, entweder von 12 rückwärts zählen, bis man auf 8 kömmt, oder man kann von 8 aufwärts zählen, bis man auf 12 kömmt. Auf beide Arten erhält man einerlei Unterschied, hier 4.

Hat man nun eine Subtraction, in welcher der **Abzug einziffrig** (z. B. 9), und das **Ganze** (z. B. 17) **nicht größer ist, als daß der Unterschied auch noch einziffrig wird**, so weiß Jeder, der die Additionstafel §. 12 im Kopfe hat, ohne Aufwärtszählen von eins um eins, augenblicklich anzugeben, wie weit vom Abzug (9) bis zum Ganzen (17) ist; nämlich 8, weil 9 + 8 = 17 ist.

Nun ist aber das Abziehen solcher Zahlen, bei denen Abzug und Rest einziffrig sind, die Grundlage jeder Subtraction; es suche daher Jeder hierin volle Fertigkeit zu erlangen, was mit Hülfe der Tafel §. 12 geschehen kann.

§. 20. Das Abziehen größerer Zahlen unsrer zehntheiligen Zählungsart.

Die Grundregel des Abziehens zweier Zahlen unserer Zählungsart besteht (wie die des Zusammenzählens §. 14) darin, daß man jede Ziffer des Abzugs von derjenigen Ziffer des Ganzen abzieht, die mit ihr in gleichem Range steht.

Zu diesem Zwecke schreibe man 1) den Abzug so unter das Ganze, daß die Einer (folglich auch die Zehner, Hunderter u. s. w.) genau unter einander zu stehen kommen, was zwar nicht durchaus nöthig ist, jedoch den Ueberblick erleichtert. 2) Fange sodann rechter Hand an; ziehe nämlich die Einer des Abzugs von den darüber stehenden Einern des Ganzen ab, und setze den Rest der Einer gerade herunter, unterhalb eines Striches an. 3) Hierauf verfahre man eben so mit den Zehnern, dann mit den Hundertern und fahre so links fort, bis man jede Ziffer des Abzugs von der über ihr stehenden Ziffer des Ganzen abgezogen hat.

Hiebei können jedoch zwei verschiedene Arten von Beispielen vorkommen, nämlich:

a) Solche, in denen jede Ziffer des Abzugs kleiner, oder doch nicht größer ist, als diejenige Ziffer des Ganzen, die im Ansatze gerade über ihr steht, wie im Beispiele: Von 159 078 soll abgezogen werden 54 032.

Ansatz.	159 078	**das Ganze (Minuend)**
	54 032	**der Abzug (Subtrahend)**
	105 046	**der Rest oder Unterschied (Differenz).**

Erklärung der Ausrechnung. Da in dieser Art von Beispielen jede Ziffer des Abzugs sich von der über ihr stehenden größern Ziffer des Ganzen abziehen läßt, so ist die Rechnung sehr einfach und heißt: 2 von 8, oder 2 bis 8, sind 6; sodann bei den Zehnern 3 bis 7 sind 4; hierauf bei den Hundertern 0 bis 0 ist 0; bei den Tausendern 4 bis 9 ist 5; bei den Zehntausendern 5 bis 5 ist 0 und endlich bei den Hunderttausendern von Nichts bis 1 ist 1. Demnach ist 105046 der gesuchte Rest oder Unterschied, der nämlich angibt, wie viel übrig bleibt, wenn man von 159078 die Zahl 54032 wegnimmt, oder um wie viel 159078 größer ist als 54032.

Uebungsbeispiele.

40) 97 — 43; **42)** 89 145 608 — 69 003 002;
41) 1849 — 745; **43)** 5 682 304 — 5 071 203.

Beweis. Die Gründe dieser Rechnungsart beruhen gänzlich auf den 3 ersten Grundsätzen der Subtraction (§. 18). Im Ansatze haben nämlich jede zwei Ziffern, die übereinander stehen, einerlei Einheiten und können daher nach dem I. Grundsatze von einander abgezogen werden. Der Rest ist nach dem II. Grundsatze gleichnamig mit dem Abzug und dem Ganzen; es gebührt ihm daher in unserer Anschreibeart die nämliche Stelle, d. i. gerade unter seinem Abzug. Nach dem III. Grundsatze endlich darf der Abzug stückweise vom Ganzen weggenommen werden, ohne daß hiedurch im Rest ein Fehler entstünde.

b) Subtractions-Beispiele, in denen eine oder mehrere Ziffern des Abzugs größer sind, als die gerade über ihnen stehenden Ziffern des Ganzen. Man soll z. B. 1365 abziehen von 2084.

2 0 8 4	das Ganze.
1·3 6·5	der Abzug.
7 1 9	der Rest.

Der Ansatz und das Verfahren ist wie bei der ersten Art Beispiele. Kömmt man aber auf eine Ziffer (5) des Abzugs, die größer ist als die gerade über ihr stehende Ziffer (4) des Ganzen, von welcher (4) demnach nicht abgezogen werden kann [indem man auch nicht die obere kleinere Zahl (4) von der untern größern Zahl (5) abziehen darf, da ja die untere Zahl jene ist, welche weggenommen werden soll]; so denke man sich diese zu kleine Ziffer (4) des Ganzen um 10 vermehrt (hat also 14), ziehe von dieser vergrößerten Zahl (14) die unter ihr stehende Ziffer (5) des Abzugs ab (nach §. 19) und setze den Rest (9) unterhalb des Striches an. Zugleich aber gebe man der im Abzug links folgenden Ziffer (6) ein Zeichen (etwa einen Punkt) und lese beim folgenden Abziehen jede so bezeichnete Ziffer (6·) des Abzugs um eins größer als sie geschrieben steht (also 7 anstatt 6).

Dieses Verfahren, nach welchem man jede zu kleine Ziffer des Ganzen um 10 Einheiten und zugleich die im Abzug links folgende Ziffer um eins vergrößert, heißt das Borgen.

Die obige Rechnung lautet demnach bei den Einern anfangend: 5 von 4 geht nicht, man borge daher 10, sage 5 bis 14 sind 9 und schreibe diese unterhalb an; gebe aber zugleich der links folgenden Ziffer (6·) des Abzugs ein Zeichen, lese sie dann um eins größer und sage 7 bis 8 ist 1. Ferner bei den Hundertern 3 bis 0 geht nicht, man borge daher den 0 Hundertern 10 und sage, 3 bis 10 ist 7, gebe jedoch sogleich den 1 Tausend des Abzugs ein Zeichen und lese 1 und 1 d. i.

2 bis 2 ist 0, welche Null man als ganz links stehend nicht anschreibt (§. 5).

Zweites Beispiel. Um dieses Verfahren noch mehr zu versinnlichen, soll gesucht werden, um wie viel 70 010 293 größer ist als 9 480 358.

Das Ganze	7 0 0 1 0 2 9 3
Der Abzug	·9·4·8·0·3 5·8
Der Rest	6 0 5 2 9 9 3 5

Man hat bei den Einern: 8 bis 13 sind 5; bei den Zehnern, 6 bis 9 sind 3; bei den Hunderten, 3 bis 12 sind 9; bei den Tausendern, 1 bis 10 sind 9; bei den Zehntausendern, 9 bis 11 sind 2; bei den Hunderttausendern, 5 bis 10 sind 5; bei den Millionen 10 bis 10 sind 0 und bei den Zehnmillionen, 1 bis 7 sind 6.

Anmerkung. Man kann auch beim Borgen, anstatt die im Abzug folgende Ziffer um eins zu vergrößern, die über ihr stehende Ziffer des Ganzen um eins verkleinern. Das oben angegebene Verfahren aber ist einfacher.

Uebungsbeispiele.

44) 325 — 217. **45**) 6816 — 4929. **46**) 38072 — 9358.
47) 3 800 781 fl. — 3 730 299 fl. **48**) 6 045 fl. — 5 096 fl.
49) 8 000 605 — 93 896. **50**) 6 080 070 — 5 979 895.

Beweis der Richtigkeit des Verfahrens beim Borgen.

Die Ziffer des Ganzen, welche vor dem Borgen kleiner als die darunter stehende Ziffer des Abzugs war, wird dadurch, daß man ihr 10 borgt, sicher größer als die unter ihr stehende Ziffer des Abzugs, indem diese höchstens 9, und durch hinzufügen einer an sie geborgten eins, höchstens zehn werden kann. Nach dem Borgen kann man also offenbar jedesmal die vorerst zu große Ziffer des Abzugs abziehen, und hieraus erhellt die Zweckmäßigkeit des Verfahrens. Die Richtigkeit desselben aber gründet sich einfach auf den vierten Grundsatz §. 18, nach welchem der Rest richtig bleibt, wenn man das Ganze und den Abzug um Gleiches vermehrt. Indem man nun irgend eine Ziffer des Ganzen um 10 vergrößert, so wird, da in unsrer Zählungsart je 10 Einheiten eine Einheit vom nächst höhern Range ausmachen (§. 2), hiedurch das Ganze eigentlich um eine Einheit der links folgenden Ziffer größer. Indem man nun zugleich im Abzug die links folgende Ziffer um eins vermehrte, was man durch den Punkt angedeutet hat, so werden beide Zahlen, nämlich das Ganze und der Abzug um eine Einheit des nämlichen Ranges größer und geben daher, nach wie vor, den gleichen Rest (§. 18, Grundsatz IV). So z. B. wurden im Exempel 2084 — 1365 (man sehe oben) die 4 Einer des Ganzen um 10 Einer, d. i. um einen Zehner, vergrößert, und um das nämliche auch der Abzug, indem man beim Abziehen der Zehner, deren 7 statt der angeschriebenen 6 abzog. Ferner wurde bei den

Hundertern das Ganze um 10 Hunderter = 1 Tausender vermehrt, zugleich aber wurde auch der Abzug um 1 Tausend vergrößert, indem man bei dem folgenden Abziehen der Tausende, statt 1 Tausender nun 2 Tausender abzog.

§. 21. Probe der Subtraction.

Man addire zum Abzug den gefundenen Rest. Die so erhaltene Summe muß das Ganze (den Minuenden) geben.

2084	das Ganze,
1·36·5	der Abzug,
719	der Rest,
2084	S. v. Abz. u. Rest.

Addirt man z. B. (in der nebenstehenden Subtraction) zum Abzug 1365 den Rest 719 (n. §. 14), so erhält man die Summe 2084; und da dieses einerlei mit dem in der ersten Zeile stehenden Ganzen ist, so zeigt sich der gefundene Rest 719 richtig.

Der Beweis ist bei Grundsatz V. §. 18 geführt.

Anmerkung. Diese Probe der Subtraction ist sehr brauchbar, indem sie leichter und daher dem Fehlen weniger unterworfen ist, als ein wiederholtes Abziehen; überdieß braucht man, um sie anzuwenden keine einzige Ziffer zu schreiben (was nur der Anschaulichkeit wegen im obigen Beispiel geschah) indem man gewöhnlich nur nachsieht, ob die Zusammenzählung von Abzug und Rest die oberste Zahl wieder gibt.

§. 22. Das Abziehen im Kopfe.

Diese Uebung wird in ähnlicher Art, wie bei der Addition, vorgenommen. Nachdem im Abziehen nach §. 19 Fertigkeit erlangt ist, übe man das Abziehen einer einziffrigen Zahl von einer zweiziffrigen, indem man mit jeder der Ziffern 1 bis 9 von 100 abwärts zählt, z. B. mit 6; 100 weniger 6 bleiben 94, 94 weniger 6 bleiben 88 u. s. f. Geht dieses mit allen Ziffern von 1 bis 10 ohne Anstand, so übe man auch das Abziehen mehrziffriger Zahlen, indem man sich dabei die Zahlen lebhaft vorstellt, und wie in dem schriftlichen Abziehen, die Einer von den Einern, die Zehner von den Zehnern u. s. f. wegnimmt.

Uebungsbeispiele, die man zuerst im Kopfe und dann schriftlich rechne.

51) 387 — 10; 52) 416 — 40;
53) 1835 — 1806; 54) 1841 — 1798.
55) Von 36 kr. wurden 17 kr. ausgegeben; wie viel bleiben?
56) Von 48 Patronen wurden 29 verfeuert; wie viel bleiben?

Fragen zum ersten und zweiten Abschnitt.

1) Was heißt zusammenzählen oder addiren? (Antw. §. 9.)
2) Wie nennt man die Zahlen, welche addirt werden, und wie die beim Addiren gefundene Zahl? (§. 9.)
3) Was sind Rechnungszeichen, u. welche braucht man beim Addiren? (§. 10.)
4) Welche Zahlen können zusammengezählt werden? (§. 11. I.)
5) Welchen Namen hat das Ganze in Beziehung auf die Stücke? (§. 11. Grunds. II.)
6) Ist man beim Zusammenzählen mehrerer Zahlen an eine bestimmte Reihenfolge gebunden oder nicht? (§. 11. III.)
7) Können die einzelnen Zifferstellen, aus welchen eine Zahl, z. B. 72 083 zusammengestellt ist, wirklich zusammengezählt werden oder nicht, und warum? (§. 11. Grunds. I.)
8) Wie geschieht eigentlich die Addition zweier einziffriger Zahlen? (§. 12.)
9) Wie wird eine einziffrige Zahl zu einer zweiziffrigen addirt? (§. 13.)
10) Man gebe das Verfahren des Zusammenzählens mehrziffriger Zahlen unserer zehntheiligen Zählungsart an. (§. 14.)
11) Man addire 36 + 21 + 390 + 7842 und zeige die Richtigkeit des Verfahrens. (§. 14.)
12) Was ist eine Probe und wie geschieht die Probe bei der Addition? (§. 15.)

Zweiter Abschnitt. (Abziehen.)

1) Was heißt abziehen oder subtrahiren? (Antwort §. 17.)
2) Wie nennt man a) die Zahl, von welcher weggenommen wird? b) welche weggenommen wird? c) welche übrig bleibt? (§. 17.)
3) Was ist das Subtractionszeichen und wohin muß es gesetzt werden? (§. 17.)
4) In welcher Beziehung steht die Subtraction zur Addition? (§. 17.)
5) Welche Zahlen lassen sich abziehen, und welche Benennung hat der Rest? (§. 13. I. u. II.)
6) Muß der Abzug mit einemmale abgezogen werden, oder wie kann es auch anders geschehen? §. 18. III.)
7) Wenn man zum Ganzen und zum Abzug Gleiches zuzählt, wie wird der Rest? (§. 18. IV.)
8) Was muß man erhalten, wenn Abzug und Rest addirt werden?
9) Wie ist das practische Verfahren beim Abziehen der Zahl 745 von 1849? (§. 20.)
10) Wie bei 8 000 605 — 93 896, und wie wird die Richtigkeit gezeigt? (§. 20.)
11) Wie geschieht die Probe der Subtraction und warum? (§. 21.)

Dritter Abschnitt.

Vom gleichmäßigen Vermehren oder Multipliciren unbenannter und einfach benannter Zahlen.

§. 23. Erklärung dieser Rechnungsart.

Wenn alle Posten einer Addition gleich sind (wie bei 8 Mann + 8 M. + 8 M. + 8 M. + 8 M. + 8 M.

= 48 Mann) so schreibt man diesen gleichen Posten (hier 8 Mann) nur einmal an, und setzt rechts neben ihn ein liegendes Kreuz oder einen Punkt (× oder .) mit der Anzahl (hier 6) der Posten. Obiges Beispiel wird daher geschrieben „8 Mann × 6" oder „8 Mann . 6 = 48 Mann" und gelesen 8 Mann mal 6 gleich 48 M. In diesem kürzern Ansatze heißt der durchgängig gleiche Posten (8 M.) „das Einfache," die Anzahl der Posten (im obigen Bspl. 6) heißt „der Anzeiger" und die Summe (48 M.) heißt „das Zusammengesetzte."

Auch kann die Summe gleicher Posten schneller als durch Zusammenzählen gefunden werden; die Rechnungsart (d. i. das kürzere Verfahren) hiezu wird in den folgenden §§. gelehrt, und heißt das Zusammensetzen oder Multipliciren, d. i. das Vervielfältigen oder gleichmäßige Vermehren. Hieraus folgt:

Zwei Zahlen (z. B. 8 Mann und 6) mit einander multipliciren oder zusammensetzen, heißt die eine Zahl (8 Mann) so oftmal oder in solcher Art nehmen, als die andere Zahl (6) Eins enthält; und auch

Die Multiplication oder Zusammensetzung ist die Rechnungsart, mit welcher die Summe gleicher Posten auf kürzere Art als durch Zusammenzählen gefunden wird.

Frage. Was bedeutet I.) 48 Patronen × 136? II.) 473.19?

Antw. zu I. Daß die Summe von 136 Posten zu finden ist, von denen jeder 48 Patronen enthält; oder daß man die Zahl „48 Patronen" so oftmal nehmen soll, als die Zahl 136 die Eins enthält.

Anmerkung. Aus dem Lateinischen abgeleitet, sagt man auch anst. das Einfache: „der Multiplicand," d. i. das zu Vervielfältigende; anst. der Anzeiger: „der Multiplicator," d. i. der Vervielfältiger; anst. das Zusammengesetzte: „das Product" oder Multiplex, d. i. das Hervorgebrachte oder das Vielfache. Ferner nennt man auch die beiden gegebenen Zahlen, d. i. das Einfache und der Anzeiger, „die Factoren" (Hervorbringer).

§. 24. Die Multiplication einer einziffrigen Zahl mit einer einziffrigen Zahl, und das Einmaleins.

Für die Multiplication (Vervielfältigung) einer einziffrigen Zahl (z. B. 7) mit einer einziffrigen Zahl (z. B. mit 5), gibt es kein kürzeres Verfahren als die Zusammenzählung selbst; und zwar muß man (n. §. 12) die eine Zahl (7) so oftmal zusammenzählen als die andere Zahl (5) Einer enthält. Man findet daher den Werth von 7×5,

indem man sagt: 7 und 7 ist 14, und 7 ist 21, und 7 ist 28, und 7 ist 35, so daß 7 × 5 = 35 ist.

Da man aber das Product je zweier einziffrigen Zahlen sehr häufig braucht, und das jedesmalige Aufsuchen durch Zusammenzählen allzu zeitraubend wäre, so zählt man sich ein für allemal das 0 bis 9fache von jeder unsrer 10 Ziffern zusammen, schreibt sich die erhaltenen Summen in eine Tafel, wie es hier nebenan für die Ziffer 6 geschehen ist, und lernt mit Hülfe derselben das Product je zweier einziffrigen Zahlen auswendig. Nur wer diese Tafel, welche das Einmaleins heißt, so im Gedächtniß hat, daß er auch außer der Ordnung das Product von je zwei Ziffern anzugeben weiß, wird Fertigkeit im Multipliciren größerer Zahlen erlangen können.

6	mal	0	ist	0
6	×	1	=	6
6	×	2	=	12
6	×	3	=	18
6	×	4	=	24
6	×	5	=	30
6	×	6	=	36
6	×	7	=	42
6	×	8	=	48
6	×	9	=	54
6	×	10	=	60

Anmerkung. 1. Um das selbst angefertigte Einmaleins zu prüfen, steht hier eine Productentafel aller einziffrigen Zahlen. Will man nämlich aus dieser Tafel das Product zweier Ziffern, z. B. 6 × 8 entnehmen, so geht man vorn in die 6te Zeile herunter und in dieser rechts hinein bis zur 8ten aufrechten Reihe, wo man 6 × 8 = 48 findet.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Anmerkung. 2. Hätte man für jede Zahl eine eigene Ziffer, so müßte das Product von je zwei Zahlen durch Zusammenzählen gefunden werden, was bei großen Zahlen eine höchst mühsame Arbeit wäre. Durch unsere Zahlenanschreibeart (§. 3.) aber wird es möglich, selbst große Zahlen leicht und schnell zu multipliciren. Bevor jedoch die Regeln hiezu angegeben werden, folgen hier die Sätze, auf denen jene Regeln beruhen.

§. 25. Grundsätze und vorbereitende Sätze zur Multiplication.

I. Von den beiden Zahlen einer Multiplication ist der Anzeiger (Multiplicator) immer als unbenannte Zahl anzusehen, indem er nur angibt, wie oft das Einfache (Mutiplicand) zu nehmen ist. Das Einfache aber kann als gegebener Posten der Addition benannt oder auch unbenannt seyn, und das Zusammengesetzte (Product) hat jedesmal die Benennung des Einfachen; denn

es ist die Summe des mehrmals zusammengezählten Einfachen. Wenn daher von den beiden Factoren der eine benannt ist, so ist dieser das Einfache, und das Zusammengesetzte hat dessen Benennung. So ist im Beispiele 5 mal 4 fl., 5 der Anzeiger, 4 fl. das Einfache und das Zusammengesetzte ist 20 mit der Benennung Gulden des Einfachen, d. i. 4 fl. $\times$ 5 = 20 fl.

Zusatz. Wenn eine Zahl von irgend einem Range unserer zehntheiligen Zählungsart (z B. 3 Hunderter) mehrmals genommen wird, so hat das Product den nämlichen Rang; z. B. 3 Hunderter $\times$ 4 = 12 Hunderter (nach I.).

Anmerkung. Bei der Multiplication müssen nicht so, wie beim Zusammenzählen und Abziehen, die beiden gegebenen Zahlen einerlei Einheiten haben, sondern es muß sogar die eine Zahl unbenannt seyn. Es kömmt jedoch bei praktischen Fällen häufig vor, daß auch der Anzeiger eine benannte Zahl zu sein scheint. Welcher von den beiden Factoren aber, in einem solchen Falle, das Einfache sey, und welcher der unbenannte Anzeiger, erkennt man an der Benennung des gesuchten Productes, und diese ergibt sich jederzeit aus dem Sinne der Rechnung. Man beantworte z. B. die folgenden zwei Fragen:

1) Was kosten 5 Pfund einer Waare, das Pfund zu 4 fl. gerechnet?
2) Wie viel Pfund erhält man für 4 fl., wenn 5 Pfund einen Gulden kosten?

Zu 1. Es fragt sich hier um den Preis einer Waare. Dieser kann wohl die Benennung Gulden, nicht aber den Namen Pfund haben, es ist daher 4 fl. das Einfache, die Zahl 5 aber ist der Anzeiger, da auch 5 Pfund 5 mal so viel kosten als 1 Pfund. Man hat daher 4 fl. $\times$ 5 = 20 fl.

Im zweiten Beispiele hingegen, wo es sich um die Anzahl Pfunde fragt, die man für 4 fl. erhält, kann die Antwort nur den Namen Pfund haben. Es ist daher 5 Pfund das Einfache und die Zahl 4 ist der Anzeiger, weil man auch für 4 fl. 4mal so viel erhält als für 1 Gulden. Daher heißt die Rechnung 5 Pfund $\times$ 4 = 20 Pfund.

Sollte man aber ausrechnen, was heraus kömmt, wenn man 4 Gulden mit 5 Pfund multiplicirt, so kann das Product eben sowohl 20 Gulden als 20 Pfund seyn. Es kömmt nämlich auf den Sinn der Aufgabe an, zu entscheiden, welche von den beiden gegebenen Zahlen das Einfache ist.

Uebungsbeispiele.

57) Was geben 5 Hunderter 3mal genommen?
58) Was ist das 4fache von 7 Tausendern? 59) 6 Zehner $\times$ 3 = ?
60) Wenn in 1 Zelt 8 Mann liegen, wie viel dann in 6 solcher Zelte?
61) Jemand kauft 7 Pfund Fleisch um 1 fl., wie viel erhält er für 9 fl.?

II. Satz. Man darf bei jeder Multiplication die Factoren unter sich vertauschen, und man wird das nämliche Product erhalten; nur muß man, wenn das Einfache benannt ist, dessen Benennung dem neuen Einfachen lassen. So z. B. erhält man einerlei, ob man 48 Mann 6 mal, oder 6 Mann 48mal nimmt.

Beweis. Um sich hievon zu überzeugen, denke man sich vor der Front einer Abtheilung, die 6 Glieder hoch steht und in jedem der 6 Glieder 48 Mann zählt, so daß also ihre Stärke 48 Mann $\times$ 6 ist. Begebe sich hierauf auf eine Flanke der Abtheilung, so wird man nur noch 6 Mann in einer Linie vor sich, jedoch 48 solcher Reihen hintereinander haben, so daß also die jetzige Stärke der Abtheilung 6 Mann $\times$ 48 ist. Da jedoch diese unverändert blieb, so ist offenbar 48 Mann $\times$ 6 einerlei mit 6 Mann $\times$ 48, und man erhält auch durch Zusammenzählen aus dem einen sowohl als aus dem andern 288 Mann.

Anmerkung. Mit Hülfe von Punkten, die man reihenweise aufzeichnet, kann man sich ebenfalls die Richtigkeit des zweiten Satzes für je zwei beliebige Zahlen versinnlichen.

III. Satz. Man erhält auch das nämliche Product, ob man das Einfache auf einmal, oder ob man es stückweise und die Stücke in welch beliebiger Ordnung multiplicirt. Soll man z. B. 7 Kreuzer 5mal nehmen, so wird man stets 35 Kreuzer erhalten, ob man nun die 7 Kreuzer auf einmal mit 5 multiplicirt, oder ob man sie in 2 oder 3 oder mehrere Stücke, z. B. 4 + 2 + 1 Kreuzer zerstückt, und jedes einzelne Stück 5mal nimmt, wodurch man 20 + 10 + 5 Kreuzer, d. i. auch 35 Kreuzer erhält.

Beweis. Um dieses vollkommen einzusehen, denke man sich, wie hier nebenan, 5 Zeilen jede zu 7 Kreuzern, also im Ganzen 35 Kreuzer untereinandergelegt und ziehe nach dem 4ten Kreuzer jeder Zeile einen aufrechten Strich, und eben so nach dem 6ten. Man erhält dadurch 3 Abtheilungen.

1te Zeile	* * * *	* *	*	kr.
2te "	* * * *	* *	*	"
3te "	* * * *	* *	*	"
4te "	* * * *	* *	*	"
5te "	* * * *	* *	*	"

In der ersten Abtheilung linker Hand sind 5 Zeilen, jede zu 4 kr., also zusammen 5 mal 4 kr., d. i. 20 kr. In der folgenden Abtheilung sind auch 5 Zeilen, aber es liegen in jeder Zeile nur 2 kr., also zusammen 5 mal 2 kr., d. i. 10 kr. In der letzten Abtheilung endlich sind wieder 5 Zeilen, aber in jeder Zeile nur 1 kr., also zusammen 5 $\times$ 1 d. i. 5 kr.

Demnach befinden sich in den drei Abtheilungen zusammengenommen 5 . 4 kr. + 5 . 2 kr. + 5 . 1 kr., und da durch das Abtheilen der aufliegenden 5 $\times$ 7 kr. = 35 kr. die Anzahl derselben weder vermehrt noch vermindert wurde; so ist offenbar 5 . 4 kr. + 5 . 2 kr. + 5 . 1 kr. = 5 . 7 kr. geblieben.

Auch ändert es im Producte nichts, wenn man das Einfache mit dem zerstückten Anzeiger in beliebiger Aufeinanderfolge der Stücke multiplicirt. Wer z B. 8 Gulden 6mal nehmen soll, erhält auch das richtige Product 48 Gulden, wenn er den Anzeiger 6 zer-

stückt, z. B. in 3 + 1 + 2, und nun die 8 fl. 3mal, dann die 8 fl. noch 1mal und endlich die 8 fl. noch 2mal nimmt. Man erhält dadurch 24 fl. + 8 fl. + 16 fl., was zusammen auch 48 fl. gibt.

Die Richtigkeit hievon erhellt aus dem IIten Satze, demzufolge man den Anzeiger beliebig als das Einfache ansehen kann, und dieses nach IIItem Satze stückweise multipliciren darf.

IV. Satz. Wenn man bei einer Multiplication einen der beiden Factoren vergrößert (od. verkleinert), so wird dadurch das Product eben so vielmal vergrößert (oder verkleinert).

Beweis. Jedes Product ist die Summe von lauter gleichen Stücken, und das Einfache ist das mehrmal zu addirende gleiche Stück. Macht man nun das Einfache größer oder kleiner (z. B. 3mal), so werden hiedurch alle zu addirenden Stücke, somit augenfällig die ganze Summe, die hier Product heißt, eben so vielmal vergrößert oder verkleinert, ohne daß man den Anzeiger verändert hätte.

Vergrößert oder verkleinert man aber den Anzeiger (z. B. 3mal) bei ungeändertem Einfachen, so wird dieses Einfache so oftmal (hier 3mal) mehr oder weniger genommen, daher wird auch die Summe, d. i. das Product, eben so oftmal (3mal) vergrößert oder verkleinert.

Die Richtigkeit des Satzes zeigt sich demnach, welchen der beiden Factoren man auch vergrößere oder verkleinere.

V. Satz. Wenn man bei einer Multiplication den einen Factor eben so vielmal vergrößert, als man den andern verkleinert, so bleibt das Product unverändert. So ist z. B. 2 × 6 = 12 und auch 4 × 3 = 12.

Beweis. Denn indem man statt 2, den zweimal größern Factor 4 setzte, so mußte das Product zweimal größer werden (IV.); indem man aber hierauf statt dem andern Factor 6, den zweimal kleinern Factor 3 setzte, so wurde das Product wieder zweimal kleiner und kam demnach wieder auf seine anfängliche Größe 12 zurück.

VI. Satz. Wenn man einer beliebigen Zahl unserer zehntheiligen Zählungsart (z. B. 2476) eine Null rechts anhängt (24760), so wird die Zahl (2476) dadurch zehnmal größer. Hängt man ihr zwei Nullen an (247600), so wird sie 100mal, durch 3 Nullen 1000mal größer u. s. f.

Beweis. Durch Anhängen einer Null (24760) rückt jede Ziffer der Zahl um eine Stelle weiter links vor, d. h. die Einerziffer (6), welche vorher die erste Stelle rechter Hand hatte, steht jetzt an der zweiten Stelle, und bedeutet daher (6) Zehner (§. 2). Die Zehnerziffer (7),

welche vorher die zweite Stelle hatte, steht jetzt an der dritten Stelle, und bedeutet daher (7) Hunderter u. s. w. Es hat folglich jede Ziffer der Zahl (2476) einen zehnmal größern Werth erhalten, und da diese Ziffern die Stücke sind, aus denen die Zahl zusammengestellt ist, so muß durch die Verzehnfachung aller einzelnen Stücke auch die ganze Zahl zehnmal größer geworden seyn (IIIter Satz). Hängt man eine zweite Null rechts an (247 600), so wird die Zahl wiederholt 10mal, also im Ganzen 100mal größer; hängt man 3 Nullen an (2 476 000), so ist die Zahl wieder 10mal, also zusammen 1000mal größer geworden u. s. f., was zu beweisen war.

Zusatz. Soll demnach eine Zahl mit 10 oder mit 100 oder mit 1000 ꝛc. multiplicirt werden, so darf man ihr nur so viele Nullen rechts anhängen, als deren der Factor 10 oder 100 oder 1000 u. s. w. hat.

§. 26. Multiplication einer mehrziffrigen Zahl mit einer einziffrigen.

Regel. 1) Man schreibe die mehrziffrige Zahl als Multiplicand an, und darunter die einziffrige Zahl als Anzeiger. 2) Multiplicire sodann rechts die letzte Ziffer des Multiplicanden (Einfachen) nach §. 24, mit dem Anzeiger und schreibe das Herauskommende, wenn es einziffrig ist, gleich unter den Anzeiger unterhalb eines Striches an; ist es aber zweiziffrig, so schreibe man nur seine Einer herunter und merke sich seine Zehner, um sie zum folgenden Producte zu addiren. 3) In der nämlichen Art multiplicire man der Ordnung nach jede folgende Ziffer des Multiplicanden (Einfachen), nur daß man jedesmal zum folgenden Producte die gemerkte Zahl addirt. 4) Dem ganzen Producte endlich gibt man den Namen des Einfachen.

Beispiel. Was geben 3 fl. mit 70 582 multiplicirt?

Ausrechnung. Die größere Zahl (70 582 fl.) ist als Einfaches und darunter die kleinere (3) als Anzeiger gesetzt. Dann sagt man: 3mal 2 ist 6 und schreibt diese 6 unterhalb eines Striches unter die multiplicirte 2.

d. Einfache	70 582 fl.
d. Anzeiger	× 3
d. Produkt	211 746 fl.

Hierauf bei den 8 Zehnern, 3mal 8 ist 24, schreibt nur 4 an und behält die 2 Zehner im Sinne. Ferner 3mal 5 ist 15 und dazu 2 im Sinne gibt 17, schreibt daher nur die 7 an und behält 1 im Sinne; dann 3mal 0 ist 0 und 1 im Sinn ist 1; endlich 3mal 7 ist 21, die man als letztes Product ganz herunter schreibt. Das Product ist also 211 746 Gulden.

Uebungsbeispiele.

62) 4 × 172 Mann?	66) 500796 × 8?
63) 2 fl. × 50268?	67) 7 × 407300?
64) 6 × 970 Portionen?	68) 12063497 × 5?
65) 437008 × 9 Pfund?	69) 869987 × 9?

Beweis. Dieser beruht auf den Sätzen des §. 25. Nach dem IIten Satze dürfen die Zahlen der beiden Factoren vertauscht werden; daher kann man immer die einziffrige Zahl als Anzeiger wählen, wenn auch gleich wie im obigen Beispiele diese kleinere Zahl 3 Gulden das eigentliche Einfache war.

Nach dem IIIten Satze darf das Einfache (70582 fl. stückweise multiplicirt werden, und nach §. 11 Anmerk. ist bekannt, daß jede unserer mehrziffrigen Zahlen aus so vielen Stücken von verschiedenem Range besteht, als sie Ziffern hat, daß also 70582 = 7 Zehntausender + 0 Tausender + 5 Hunderter + 8 Zehner + 2 Einer ist.

Indem man aber jedes dieser Stücke einzeln mit dem Anzeiger (3) multiplicirt, erhält nach Item Satze §. 25 jedes dieser Producte gleichen Namen mit dem multiplicirten Stücke, so daß z. B. die 8 Zehner × 3 = 24 Zehner sind, und demnach an die Stelle der Zehner geschrieben werden müssen. Da aber an der Zehnerstelle des Products nur *eine* Ziffer stehen kann, und 24 Zehner = 2 Hundertern + 4 Zehnern sind, so kann von 24 nur die Einerziffer 4 gerade herunter an die Stelle der Zehner geschrieben, ihre Zehnerziffer 2 aber muß als 2 Hunderter zum links folgenden *Producte* der Hunderter addirt werden, was der Kürze wegen gleich im Kopfe geschieht. So wie man aber hier bei dem Producte der Zehner geschlossen hat, eben so kann man bei jeder andern Stelle des Einfachen (70582) schließen.

Nach Item Satze endlich ist bekannt, daß das ganze Product die Benennung des Einfachen (3 fl.) haben muß.

§. 27. Multiplication einer mehrziffrigen Zahl mit einer Ziffer höhern Ranges, d. i. mit einer einzelnen Ziffer, die rechts eine oder mehrere Nullen hat.

Regel. 1) Man setze die Zahl mit den Nullen als Anzeiger; 2) multiplicire dann mit ihrer ersten Ziffer linker Hand, ganz so wie im vorigen §; schreibe jedoch *die zuerst gefundene Ziffer des Productes genau unter jene Ziffer des* **Anzeigers** *mit der man eben multiplicirt* und 3) schreibe zuletzt die Nullen des Anzeigers gerade herunter ins Product.

Beispiel. Was ist 21839 fl. mal 4000?

21 839 fl. × 4 000 87 356 000 fl.	Man sagt 4mal 9 ist 36, schreibt 6 unter die Ziffer 4 des Anzeigers und behält 3 im Sinne; ferner 4mal 3 ist 12 und 3 im Sinn gibt 15 u. s. f. nach §. 26. Zuletzt

sind ins Produkt 87 356 die 3 Nullen des Anzeigers gerade herunter geschrieben.

Uebungsbeispiele.

70) 459 × 70 =	72) 520 619 × 8000 =
71) 3806 × 1000 =	73) 90 000 fl. × 3 461 007 =

Beweis. Bei dem Factor 4000 bedeuten die 3 Nullen rechts nichts anderes, als daß die Ziffer 4 vom 3ten höhern Range, d. i. vom Range der Tausender ist. Da nun 4 Tausender einerlei mit 4000 sind, so steht die obige Rechnung auch wie hier neben. In dieser wird 21839 mit 4

21 839 4 Tausender 87 356 Tausender d. i. 87 356 000	multiplicirt nach vorigem §. Man erhält das Product 87 356, dessen Benennung die des benannten Factors 4, also Tausender ist (nach §. 25. I. Satz.). Da nun

in diesem Falle das Product immer gleichen Rang mit der ersten Ziffer (4) des Anzeigers hat; so hat es eben so viele Nullen rechter Hand als dieser, und die zuerst erhaltene Ziffer des Productes gehört ihrem Range gemäß gerade unter die Ziffer des Anzeigers mit der man multiplicirt.

§. 28. Multiplication zweier mehrziffrigen Zahlen.

Regel. 1) Man nehme auch hier am bequemsten die kleinere Zahl als Anzeiger und schreibe sie unter die größere; 2) fange dann rechts an, multiplicire **mit jeder einzelnen Ziffer des Anzeigers das ganze Einfache**, völlig so wie im §. 26; schreibe zugleich die einzelnen Producte jedes in eine eigene Zeile und so unter einander, daß die **zuerst erhaltene Ziffer jedes Productes gerade unter jene Ziffer des Anzeigers zu stehen kömmt, mit der man eben multiplicirt** (wie §. 27). Nullen des Anzeigers, die etwa **zwischen** andern Ziffern desselben stehen, werden dabei gänzlich übersprungen. 3) Zuletzt werden die einzelnen gefundenen Zeilen addirt, und zwar so, daß man nur die gerade über einanderstehenden Ziffern zusammenzählt, die hier rechter Hand keine so vollen Reihen bilden wie bei der Addition. Diese Summe, mit dem Namen des Einfachen, ist das gesuchte Product.

Anmerkung. Die Regel für das Untereinanderschreiben der einzelnen Producte (Partialproducte genannt) ist auch: „Man rücke für jede

links folgende Ziffer des Anzeigers (selbst für Null) das Partialproduct um eine Stelle links hinein." Obige Angabe (bei 2) ist aber allgemein brauchbarer.

Erstes Beispiel. Man multiplicire 7024 mit 36519 fl.

Ausrechnung.	
d. Einfache	36519 fl.
Anzeiger	× 7024
	146076
	73038
	255633
d. Product	256509456 fl.

Erklärung. Die kleinere Zahl 7024 ist als Anzeiger geschrieben. Dann ist die obere Zahl 36519 zuerst mit 4 multiplicirt, und das Product 146076 in die erste Zeile unter den Strich geschrieben wie im §. 26. Dann ist 36519 mit 2 multiplicirt, und das Product 73038 in die zweite Zeile so geschrieben, daß die zuerst erhaltene Ziffer 8 gerade unter jener Ziffer (2) des Anzeigers steht, mit der man eben multiplicirt, wodurch hier 8 unter die Ziffer 7 der vorigen Zeile zu stehen kömmt. Die nun folgende Null des Anzeigers wird übersprungen und 36519 gleich mit 7 multiplicirt; das sich ergebende Product 255633 wird in die dritte Zeile unter den Strich wieder so angeschrieben, daß seine erste Ziffer 3 gerade unter der Ziffer 7 des Anzeigers steht, mit der man multiplicirt. Zuletzt ist von der rechten Seite an, Alles was gerade unter einander steht, addirt; man erhält die Summe 256509456 Gulden, welche das gesuchte Product ist.

Zweites Beispiel. Hat der eine, oder haben beide Factoren Nullen rechter Hand, z. B. 20700 × 35000, so multiplicire man, ohne Rücksicht auf diese Nullen zu nehmen, und hänge zuletzt dem Producte (7245) so viele Nullen (hier $2 + 3 = 5$) rechts an, als beide Factoren miteinander rechter Hand haben. Demnach ist das gesuchte Product: 724500000. Hiebei ist es bequem, jene der beiden Zahlen als Anzeiger zu nehmen, welche ohne die Nullen die kleinere ist; hier also 35.

```
   20700
×  35000
--------
 1035
 621
--------
 724500000
```

Uebungsbeispiele.

74) Was geben 3081 Gulden 18mal genommen?
75) Man multiplicire 28 Musketen mit 1973?

76) 317 × 205?	80) 31 × 5009?
77) 91 × 7382?	81) 230 × 160?
78) 876 × 69?	82) 756 × 2800?
79) 508 × 73?	83) 44000 × 5040?

84) 1800600 × 705060?
85) 83154 × 6084?
86) 9007 × 8005?
87) 43568 × 457?
88) 8456 × 781?
89) 61457 × 61457?
90) 8100 × 45?
91) 78300 × 96000?
92) 64789 × 510600?
93) 456008 × 900006?

Beweis zum ersten Beispiele. Jede Multiplication darf mit zerstücktem Anzeiger vorgenommen werden (§. 25. III). Da sich nun der Anzeiger 7024 in die Stücke 4 + 20 + 7000, d. i. 4 Einer + 2 Zehner + 7 Tausender abtheilen läßt, so kann 36519 in der Art mit 7024 multiplicirt werden, daß man 36519 zuerst 4mal (nach §. 26), dann 2 Zehner mal (nach §. 27), dann 7 Tausend mal (§. 27) nimmt und diese drei Producte addirt.

d. Einfache	36519	
d. Anzeiger	× 7024	
	146076	Einer
	73038	Zehner
	255633	Tausender
d. Product	256509456	

Nun wurde in die erste Zeile unter den Strich das Product von 36519 mal 4 Einer, also 146076 Einer (§. 26), in die zweite Zeile das Product von 36519mal 2 Zehner, d. i. 73038 Zehner (§. 27) und in die dritte Zeile das Product von 36519 mal 7 Tausender, also 255633 Tausender geschrieben, so daß also jede Zeile den Rang jener Ziffer des Anzeigers 7024 hat, mit der eben multiplicirt wird, daher diesem Range gemäß gerade unter derselben anfangen muß. Hiemit aber ist die Richtigkeit des in der Regel angegebenen Untereinanderschreibens der Zeilen nachgewiesen. Da endlich hiebei nur Ziffern von gleichem Range untereinander zu stehen kommen, wie der Ansatz nebenan zeigt, so können die einzelnen Partialproducte addirt werden (§. 11).

36519
× 7024
146076
730380
255633000
256509456

Anmerkung 1. Die bei den einzelnen Producten des ersten Beispiels leeren Stellen rechter Hand könnten auch als Ersatz der obigen Namen: Zehner, Tausender 2c. 2c. durch Nullen ausgefüllt werden, wie dieß hier neben angezeigt ist. Da aber diese Nullen zur Größe der Summe 256509456 weder etwas zu= noch wegthun, so sind sie der Kürze wegen ausgelassen. Die Stellen jedoch, wo sie hingehören, müssen leer bleiben.

Beweis zum zweiten Beispiele. Man betrachte die hier folgenden drei Ansätze: Im ersten ist 207 × 35 = 7245 gefunden (nach §. 28. 1tem Beispiel).

1.	2.	3.
207	20700	20700
× 35	× 35	× 35000
1035	1035	1035
621	621	621
7245	724500	724500000

Im zweiten Ansatze sind dem Einfachen 207 seine 2 Nullen angehängt. Es wurde dadurch 100mal größer (§. 25. VI), folglich muß auch das Product 100mal größer werden (§. 25. IV) was durch

Anhängen von 2 Nullen geschieht. Im dritten Ansatze sind dem Anzeiger 35 seine 3 Nullen angehängt. Er wird dadurch 1000mal größer (§. 25. VI), also muß auch das Product 1000mal größer werden (§. 25. IV), d. h. es muß auch 3 Nullen erhalten (§. 25. VI. Zusatz).

Es müssen also dem Producte gerade so viele Nullen angehängt werden, als beide Factoren (hier $2+3=5$) zusammen hatten.

Anmerkung 2. Gewöhnlich fängt man die Multiplication mit der Einerziffer des Anzeigers an, wie es oben die Regel angibt, und fährt dann der Reihe nach links fort. Dieses ist jedoch nicht durchaus nöthig, sondern man kann auch mit jeder andern Ziffer des Anzeigers anfangen und in beliebiger Ordnung fortfahren, wenn man nur rechter Hand die erste Ziffer jedes einzelnen Productes gerade unter jene Ziffer des Anzeigers schreibt, mit der eben multiplicirt wird. Rechnet man z. B. die Multiplication 36519 × 7024 in völlig umgekehrter Art aus, also links mit der Ziffer des Anzeigers anfangend, und rechts der Ordnung nach fortfahrend, so erhält man das nämliche Product wie Eingangs §. 28. Denn man hat die nämlichen Zeilen (Partialproducte) zu addiren, nur in umgekehrter Aufeinanderfolge, was aber (nach §. 11. III.) einerlei Summe 256509456 geben muß.

```
    36519
     7024
---------
255633 ::
  73038 :
  146076
---------
256509456
```

Man multiplicire die Uebungsbeispiele Nr. 74 bis 93 nun auch in umgekehrter Art.

§. 29. Multiplication von mehr als zwei Factoren.

Regel. Man multiplicire zuerst zwei Factoren miteinander (am bequemsten die beiden größten); hierauf das erhaltene Product mit dem dritten u. s. f., bis man auch mit dem letzten gegebenen Factor multiplicirt hat.

Beispiel. Was gibt 34 × 9 × 276 Pfund?

```
   276 Pfund;
×   34
  ----
  1104
  828
  ----
  9384
×    9
  ----
 84456 Pfund.
```

Ansatz und Rechnung bedürfen keiner Erklärung. Das gesuchte Product ist 84456 Pfund. Der Grund des Verfahrens aber ist eben so einfach; denn indem man vorerst den einen Factor 9 ausläßt, wird das Product 9mal zu klein, und muß daher, was in der zweiten Multiplication geschehen ist, noch 9mal vergrößert werden.

Uebungsbeispiele.

94) 372 × 45 × 5?	**96)** 85607 × 5009 × 10?
95) 3090 × 60 × 87?	**97)** 9810 × 9810 × 700?

§. 30. Probe der Multiplication.

Das Beispiel ein zweitesmal aufmerksam durchzurechnen, ist auch bei der Multiplication die beste Probe. Findet man das zweite Product von dem zuerst gefundenen verschieden,

so vergleicht man beide Producte Zeile für Zeile, um die Verschiedenheit zu finden und den Fehler zu verbessern.

Im Falle beide Factoren mehrziffrig sind, so kann man sie auch bei der wiederholten Multiplication verwechseln (§. 25. II.), oder auch die Multiplication umgekehrt verrichten (§. 29. Anm. 2.)

Man multiplicire z. B. 4086×275 und mache die Probe.

Rechnung:	Probe:	Andere Pr.:
4 086;	275;	4086
275	4 086	275
20 430	1 650	8172
286 02	22 00	286 02
817 2	1 100	20 430
1123650	1 123 650	1123650

Anmerkung. Die Division (Abschnitt 4), als Probe der Multiplication, ist schwerer auszuführen als die wiederholte Multiplication, und ist dabei kein Prüfungsmittel das sicherer wäre, indem bei der Division die nämlichen Partialproducte, nur in umgekehrter Ordnung vorkommen. Ueberdieß gewährt die wiederholte Multiplication den Vortheil, den gemachten Fehler schneller auffinden zu können.

§. 31. Multipliciren im Kopfe.

1) Das Product von je zwei einziffrigen Zahlen ist aus dem Einmaleins bekannt (§. 24) und dem Gedächtniß eingeprägt.

2) Sind Zehner oder Hunderter u. s. w. mit Einern zu multipliciren, so multiplicire man nur die Zehnerziffer oder die Hunderterziffer (nach §. 24.) und nenne das erhaltene Product Zehner oder Hunderter (§. 25. I. Zus.) z. B.

a) 80×4 ist 8 Zehner ×4, gibt 32 Zehner, d. i. 320.

b) 900 fl.×7 ist 9 Hunderter ×7, gibt 63 Hunderter, d. i. 6300 fl.

c) 40×5 = 200. d) 8000 Mann×6 = 48 000 M.

3) Ist eine zweiziffrige Zahl mit einer einziffrigen zu multipliciren, so multiplicire man vorerst die Zehner nach Nr. 2, dann erst die Einer und zähle die in den Einern ausgesprochenen Zehner zu den zuerst gefundenen Zehnern hinzu; z. B. was geben 3×47 Mann? Man sagt 3mal 4 Zehner geben 12 Zehner und merkt sich diese; dann 3mal 7 ist 21, d. i. 2 Zehner und 1 Einer; zuerst hatte man 12 Zehner, hiezu 2 Zehner, geben 14 Zehner und 1 Einer, d. i. 1 Hundert und 41 Mann.

Zur Uebung.			
	98) 14 kr.×2	100) 45 ℔.×6	102) 98×7?
	99) 37 fl.×3	101) 83 ℔.×8	103) 66×9?

Vierter Abschnitt.

Vom Theilen (Dividiren) unbenannter oder einfach benannter Zahlen.

§. 32. Erklärung dieser Rechnungsart.

Die Rechnungsart, mittelst welcher eine gegebene Zahl in gleiche Stücke getheilt wird, heißt Theilung. Die Zahl, welche getheilt wird, heißt die Theilungszahl. Die Zahl, welche theilt, heißt der Theiler, und die durch Theilung gefundene Zahl, wird der Theil oder Anzeiger genannt.

Anmerkung. Aus dem Lateinischen abgeleitet, sagt man meistens Dividend anstatt Theilungszahl, Divisor anstatt Theiler, und Quotient (von quoties, wie oft) statt Theil oder Anzeiger; dann dividiren anstatt theilen und Division statt Theilung.

Soll man z. B. 28 Gulden in 4 gleiche Theile theilen oder zerlegen, so ist 28 Gulden die Theilungszahl (der Dividend), die Zahl 4 ist der Theiler (Divisor) und die gefundene Zahl 7 Gulden ist der Theil (Anzeiger oder Quotient).

Die Bezeichnung der Theilung (Division) geschieht auf zweierlei Art: Man schreibt entweder

1) 28 fl. : 4 oder 2) $\frac{28\text{ fl.}}{4}$

und liest diese Ansätze „28 fl. getheilt (od. dividirt) durch 4". Bei der ersten Bezeichnungsart steht die Theilungszahl (der Dividend) 28 fl. voran; bei der zweiten steht sie ober einem Striche, und man muß sich sorgfältig hüten, die Theilungszahl (den Dividenden) nicht mit dem Theiler (Divisor) zu verwechseln, indem hiedurch die ganze Rechnung unrichtig würde.

Anmerkung. Die Division ist die der Multiplication entgegengesetzte Arbeit; denn bei der Multiplication werden gleiche Stücke in ein Ganzes zusammengesetzt (§. 23), bei der Division hingegen wird umgekehrt ein gegebenes Ganzes in gleiche Stücke zerlegt.

Da alle Stücke, z. B. 7 + 7 + 7 + 7, d. i. 4 × 7 zusammen genommen wieder das Ganze 28 geben müssen, wenn richtig getheilt ist, so kann man die Division auch folgendermaßen erklären:

Eine Zahl (z. B. 28 fl.) durch eine andere Zahl (z. B. 4) dividiren, heißt eine dritte Zahl (7 fl.) finden, die mit dem Divisor (4) multiplicirt (d. i. zusammengesetzt) den Dividenden (28 fl.) wiedergibt; oder „durch die Division findet man „zu einem gegebenen Producte (28 fl.) und einem seiner zwei Factoren „(4) den andern Factor (7 fl.)."

§. 33. Die Grundsätze der Division.

Iter Grundsatz. Der Theil hat mit der getheilten Zahl einerlei Namen. Wer z. B. 12 Heller in Theile zerlegt, bekömmt sicher in keinem Theile etwas anderes als Heller.

IIter Grundsatz. Wenn bei einer Division

1) der Dividend (die Theilungszahl) benannt, der Divisor (Theiler) aber unbenannt ist, so hat der gesuchte Quotient (Theil) den Namen des Dividenden;

2) sind Dividend und Divisor (Theilungszahl und Theiler) benannte Zahlen, so muß ihr Name der nämliche seyn; der gesuchte Quotient (Anzeiger) aber ist dann eine unbenannte Zahl.

Um dieses einzusehen, muß man erkennen, daß die Theilung zwei verschiedene Arten von Aufgaben ausrechnet. Sie theilt nämlich entweder

a) eine gegebene Zahl (15 Heller) in eine verlangte Anzahl (z. B. 3) gleicher Theile, und sucht dabei die Größe der Theile. Oder

b) sie theilt die gegebene Zahl (15 Heller) in gleiche Theile von bekannter Größe (z. B. in Theile zu 3 Heller jeden) und sucht dabei die Anzahl dieser Theile; oder, was das nämliche sagt, sucht eine Zahl, die anzeigt wie oft der Theil (3 Heller) im Ganzen (15 Heller) enthalten ist.

Wenn nun wie bei a) 15 Heller durch 3 getheilt werden, um die Größe der Theile zu finden, so können für jeden Theil nur (5) Heller herauskommen (nach Item Grundſ.); und man erkennt hieraus, daß bei allen Theilungsaufgaben der erstern Art der gesuchte Quotient den Namen des Dividenden habe.

Wer aber wie bei b) eine Zahl 15 Heller in gleiche Theile von bekannter Größe (3 Hl.) theilen soll, dem können für jeden Theil nur Heller gegeben seyn (I. Grundſ.), und indem er diese 15 Heller in Theile zu 3 Heller abtheilt, bekömmt er eine unbenannte Zahl, welche ihm die Anzahl dieser Theile anzeigt.

Zusatz 1. Die Division beantwortet alle Fragen der Theilung, gleichviel ob wie bei „15 Heller : 3 = 5 Heller" die Größe der Theile, oder ob wie bei „15 Heller : 3 Heller = 5mal", die Anzahl der Theile gesucht wird. Da aber hiebei die Zahl des Quotienten (5) die nämliche, und nur sein Name verschieden ist, so kann man die Division nach dem einen oder andern Sinne der Theilung nehmen, wie es gerade bei einer Rechnung bequemer ist, wenn man

nur dem herauskommenden Quotienten den gehörigen Namen (nach Grundſ. II) gibt.

Zuſatz 2. Wenn der Dividend eine unbenannte Zahl iſt, ſo iſt es auch der Quotient, da dieſer keinen andern Namen als der Dividend haben kann, und in dieſem Falle ſind daher die 3 Zahlen der Diviſion unbenannt.

Zuſatz 3. Wenn man eine Zahl irgend eines Ranges unſerer zehntheiligen Zählungsart dividirt (theilt), ſo hat der Quotient (Theil) den nämlichen Rang wie der Dividend, z. B. 8 Hunderter : 4 = 2 Hunderter; denn der Name des Quotienten iſt einerlei mit dem des Dividenden.

III. Man darf den Dividenden ſtückweiſe dividiren, und erhält den nämlichen Quotienten, als hätte man ihn auf einmal dividirt. Wer z. B. den vierten Theil von 44 braucht, darf dieſe Zahl in 36 + 8 zerſtücken, und von jedem Stück den 4ten Theil beſonders nehmen; von 36 iſt er 9 und von 8 iſt er 2. Beides zuſammen iſt 9 + 2 = 11, was völlig richtig der 4te Theil von 44 iſt.

Niemals aber darf der Diviſor zerſtückt werden, weil dadurch die Rechnung völlig verfehlt würde.

Wollte z. B. Jemand, um den 5ten Theil von 30 fl. zu erhalten (der 6 fl. iſt), den Diviſor 5 in 2 + 3 zerſtücken, und nun die Hälfte von 30 fl., das iſt 15 fl., und hiezu noch den 3ten Theil von 30 fl., d. i. 10 fl. nehmen, der erhielte zuſammen 15 fl. + 10 fl., d. i. 25 fl., anſtatt 6 fl. zu erhalten. Auch iſt offenbar die Hälfte (15 fl.) allein ſchon größer als der geſuchte 5te Theil, mithin jede Diviſion durch Zerſtücklung des Diviſors augenfällig unrichtig.

IV. Wenn man nur den **Dividenden**, d. i. die zu theilende Zahl, 2mal, 3mal u. ſ. f. **größer** (oder kleiner) macht, ſo wird auch der geſuchte **Quotient**, d. i. der Theil, 2mal, 3mal u. ſ. f. **größer** (oder kleiner) gefunden.

Denn je größer eine Zahl oder ein Gegenſtand (z. B. ein Bogen Papier) iſt, deſto größer ſind auch deſſen Theile, bei gleicher Anzahl der Theile, und je kleiner eine Zahl, deſto kleiner werden deren Theile.

V. Wenn man nur den **Diviſor**, d. i die Anzahl der Theile, 2mal, 3mal u. ſ. f. **größer** (oder kleiner) macht, ſo wird umgekehrt der geſuchte **Quotient**, d. i. der Theil, 2mal, 3mal u. ſ. f. **kleiner** (oder größer) gefunden.

Denn in je mehr Theile man die nämliche Zahl (oder Gegenſtand z. B. 1 Elle) theilt, deſto kleiner wird jeder Theil; in je weniger Theile man aber theilt, deſto größer wird jeder Theil.

VI. Wenn man den Dividenden und den Diviſor, beide

gleichvielmal vergrößert, (oder beide gleichvielmal verkleinert), so bleibt der gesuchte Quotient unverändert.

Denn macht man den Dividenden (z. B.) 5mal größer, so wird der Quotient auch 5mal größer (n. IV.) und macht man zugleich den Divisor 5mal größer, so wird (n. V) der Quotient 5mal kleiner, kommt also wieder auf seine anfängliche Größe zurück.

§. 34. Vorübungen zum Dividiren.

I. Man nehme das Einmaleins zur Hand und dividire in jeder Zeile (z. B. bei 6 × 9 = 54) das Product (54) durch den ersten der beiden Factoren (6), so muß man den zweiten Factor (9) erhalten (§. 32. Anmerk.). Man sagt nämlich „6 in 54 geht 9mal," oder 54 in 6 gleiche Theile getheilt, treffen auf jeden Theil 9.

II. Soll man nun aber eine zweiziffrige Zahl theilen, deren Product nicht vollständig im Einmaleins steht (wie wenn z. B. 37 durch 7 zu dividiren wäre), so denke man sich das im Einmaleins stehende zunächst kleinere Product (35) des Divisors (7), dividire dieses (35) und merke oder schreibe sich den Ueberschuß (2), um welchen der Dividend (37) größer als das genommene Product (35) ist, unten an. Demnach steht die Rechnung:

37 : 7 = 5	Man sagt nämlich 7 in 35 (anstatt in 37) geht 5mal
2 Ueberschuß	und bleiben 2 als Rest oder Ueberschuß.

Anmerkung. Der Rest ist immer kleiner als der Divisor, wenn man richtig im Einmaleins das nächst kleinere Product genommen hat.

Uebungsbeispiele.

104) 63 : 7?	105) 36 : 9?	106) 42 : 6?
107) 65 : 7?	108) 41 : 9?	109) 58 : 8?

110) 4 Mann erhielten 28 ℔ Brod, was trifft Jeden?
111) Wie oft sind 8 kr. in 56 kr. enthalten?
112) 42 Kerzen sollen in 5 Zimmer gleichheitlich vertheilt werden, wie viele ganze Kerzen kommen in jedes?
113) Ein Weg von 75 Stunden soll in 9 Tagen zurückgelegt werden. Wie viele ganze Stunden treffen per Tag bei gleichen Märschen, und wie viel treffen den letzten Tag, an dem ein etwas größerer Marsch Statt haben darf.

§. 35. Division (Theilung) einer mehrziffrigen Zahl durch eine einziffrige.

Man kann dabei 2 Fälle unterscheiden:

I. Wenn sich jede einzelne Ziffer des Dividenden durch den Divisor ohne Rest theilen läßt,

oder (wie man auch sagt) aufhebt. Zum Beispiel „6309 soll durch 3 dividirt werden.“

Regel. Ansatz. Man schreibe den Dividenden, und unter seine erste Ziffer linker Hand den Divisor, beide getrennt durch einen Strich.

Dividend	6309
Divisor	3

Ausrechnung. Man fange linker Hand zu theilen an (bei allen vorhergegangenen Rechnungsarten hatte man rechts angefangen), frage bei jeder Ziffer des Dividenden, wie oft der Divisor in ihr enthalten ist (nach §. 34), und schreibe, was man auf diese Art findet, gerade über die eben dividirte Ziffer des Dividenden. Im obigen Beispiele sagt man demnach: 3 in 6 ist 2mal enthalten; schreibt also 2 gerade über 6. Sodann 3 in 3 1mal, schreibt daher 1 gerade über die 3 des Dividenden. Ferner 3 in 0 ist 0mal, schreibt also 0 über Null. Endlich 3 in 9 3mal, schreibt also 3 über 9.

Quotient =	2 1 0 3
Dividend	6 3 0 9
Divisor	3

Uebungsbeispiele.

114) 684028:2 =; ‖ **115)** 840888:4 =; ‖ **116)** 70770:7.

Beweis. Der Dividend 6309 wurde stückweise dividirt, nämlich seine 6 Tausender + 3 Hunderter + 0 Zehner + 9 Einer jedes einzeln, was nach §. 33. III. geschehen darf.

Aus §. 33. II. Zus. 3. weiß man, daß jeder dieser Theile mit dem dividirten Stücke gleichen Rang hat, und demgemäß über die getheilte Ziffer des Dividenden geschrieben werden darf und muß. Es ist nämlich

6 Tausender	: 3	=	2 Tausender
. 3 Hunderter	: 3	=	. 1 Hunderter
. . 0 Zehner	: 3	=	. . 0 Zehner
. . . 9 Einer	: 3	=	. . . 3 Einer

Zusammen 6 3 0 9 : 3 = 2 1 0 3. Hieraus erhellt aber die Richtigkeit der angegebenen Regel. Daß hiebei 0 Zehner: 3 wieder 0 gab, bedarf wohl keiner Erklärung; daß aber diese Null bei der Zehnerstelle nicht ausgelassen werden durfte, erkennt man daraus, weil sonst die folgende Einerziffer an die Stelle der Zehner käme, was unrichtig wäre.

Anmerkung. Man kann den Quotienten auch neben den Divisor setzen, wie 6309 : 3 = 2103; jedoch ist es bequemer ihn darüber zu schreiben, weil man dann keine Ziffer des Dividenden zu theilen vergessen kann.

IIter Fall. Wenn sich nicht jede Ziffer des Dividenden durch den einziffrigen Divisor, ohne Rest theilen läßt. Es werde z. B. 58216 dividirt durch 3.

Regel. 1) Der Ansatz ist wie bei I.

2) Auch die Ausrechnung ist im Wesentlichen die nämliche. Hat man aber eine Ziffer getheilt, in welcher der Divisor nicht völlig enthalten ist (§. 34 II.), so behalte man den Ueberschuß im Sinne, lese diesen als Zehnerziffer sogleich mit der rechts folgenden Ziffer des Dividenden in eine zweiziffrige Zahl zusammen und dividire nun diese (nach §. 34).

3) Bleibt auch hiebei ein Rest, so verfahre man mit diesem in gleicher Art; und nur der allenfallsige Ueberschuß der Einerziffer wird unterhalb angeschrieben (wie im §. 34. II). Hiebei müssen Anfänger ganz besonders beachten, daß der jedesmalige Ueberschuß kleiner seyn müsse als der Divisor, was auch schon im §. 34 bemerkt wurde.

Ausrechnung des Beispiels 58216 : 3.

Quot. =	19 405
Dividend	58 216
Divisor	3 .
Letzter Rest	1

Man sagt 3 in 5 ist einmal enthalten; schreibt 1 gerade über 5, und da 1×3 erst 3 gibt, so behält man von 5 den Rest 2; diesen als (2) Zehner mit der zweiten Ziffer 8 in eine Zahl zusammen gelesen, gibt 28; man sagt daher:

3 in 28 geht 9mal; schreibt 9 gerade über die Ziffer 8 des Dividenden, und da 3 × 9 erst 27 gibt, so bleibt von 28 der Rest 1; dieser mit der rechts folgenden Ziffer 2 zusammengelesen, gibt 12, daher man sagt:

3 in 12, 4mal; schreibt also 4 über die 2 und behält, da 4 × 3 = 12 ist, keinen Rest; ferner sagt man:

3 in die folgende Ziffer 1 des Dividenden ist nicht enthalten, man schreibt daher 0 gerade über 1 des Dividenden (Ungeübte müssen sich besonders merken, daß sie selbst 0 im Quotienten nicht auslassen dürfen), behält 1 als Rest und liest es mit der folgenden Ziffer 6 zusammen; da dieses 16 gibt, so sagt man endlich:

3 in 16, 5mal; schreibt 5 gerade über 6, und da 5mal 3 nur 15 gibt, so behält man den Rest 1; dieser ist als Einer-Rest unterhalb angeschrieben.

Uebungsbeispiel. Man dividire 3840 durch 5.

= 0768
3840
5

Hier ist gleich die erste Ziffer des Dividenden, nämlich 3 kleiner als der Divisor 5. Es wird daher die erste Ziffer des Quotienten 0.

Da aber Nullen links am Anfange einer Zahl keine Bedeutung haben (§. 5.), so schreibt man sie im Quotienten

gar nicht an, sondern setzt in diesem Falle den Divisor (5)
= 768 sogleich anfänglich unter die 2te Ziffer (8)
3840 des Dividenden und sagt nun: 5 in 38 geht
5 7mal u. s. f., wie beim vorigen Beispiele.

Uebungsbeispiele.

117)	659 178 : 2	125)	29 651 486 : 6
118)	1 560 473 : 2	126)	95 034 : 6
119)	978 063 : 3	127)	8 400 644 : 7
120)	2 800 057 : 3	128)	4 251 067 : 7
121)	4 270 000 : 4	129)	7 360 256 : 8
122)	39 705 881 : 4	130)	957 241 : 8
123)	360 185 : 5	131)	3 124 060 : 9
124)	8 900 600 : 5	132)	9 500 841 : 9

Beweis. Dieser ist im wesentlichen wie beim 1ten Fall. Wie dort darf nämlich:

Der Dividend (Theilungszahl 58216) stückweise (5 Zehntausender + 8 Tausender + 2 Hunderter + 1 Zehner + 6 Einer) getheilt werden (§. 33. III.). Dann hat:

Jeder erhaltene Theil gleichen Rang mit dem getheilten Stück, und gehört diesem Range gemäß über die getheilte Ziffer des Dividenden (§. 33. II. Zus. 3).

Läßt nun ein Stück (wie z. B. die 5 Zehntausender) einen Rest (2 Zehntaus.), so verliert der Dividend nichts wenn man diesen Rest (2 Zehntaus.) zum rechts folgenden Stück (den 8 Tausendern) hinzu zählt. Da aber in unserer Anschreibeart der Zahlen die Einheit jeder Ziffer 10 mal größer ist als die Einheit der zunächst rechts folgenden Ziffer (§. 2.), so gilt der Rest (2 Zehntaus.) zum folgenden Stücke gezählt dort 10 mal mehr (also 20 Tausender) und kann daher, wie es die Regel angibt, als Zehnerziffer mit der folgenden Ziffer (8) des Dividenden in eine Zahl zusammen (also 20 Tausdr. + 8 Tausdr. = 28 Tausdr.) gelesen, und dann weiter getheilt werden. Diese Schlußfolge ist aber auf jeden Rest anwendbar, nur nicht auf jenen der Einer, weil den Einern keine Ziffer rechter Hand folgt.

§. 36. Division einer mehrziffrigen Zahl durch eine zwei- oder drei- oder mehrziffrige Zahl.

Regel. I. Ansatz. Man schreibe, wie im vorigen §. 35, den Divisor links unter den Dividenden, so jedoch, daß der Divisor nicht weniger über sich hat, als er selbst beträgt. Sollte z. B. a) 6912 durch 32, oder b) 33 148 durch 52 getheilt werden, so sind die Ansätze:

Dividend a) 6912 b) 33148
Divisor : (32) : (52)

wo im Ansatze b) der Divisor 52 unter 331 angeschrieben ist, indem er unter 33 gesetzt, eine kleinere Zahl über sich hätte, als er selbst ist.

Der Divisor ist hiebei der Deutlichkeit wegen durch Klammern angezeigt: (52).

II. Ausrechnung.

Quot. = ˙6
Divid. 33148
Divis. :(52)

1) Man theilt zuerst das über dem Divisor (52) stehende Stück (331) des Dividenden durch den Divisor (52), indem man (wie im §. 34) fragt, wie oft seine erste Ziffer links (5) in der gerade über ihr stehenden Zahl (33) enthalten ist. Die hiedurch gefundene Zahl (6) schreibt man dann, als erste Ziffer des Quotienten, gerade über die rechts stehende Ziffer (1) des getheilten Stückes (wie im §. 35).

Quot. = 6
Divid. 33148
Divis. :(52)
31·2
1ter Rest 19

2) Mit dieser Ziffer (6) multiplicirt man sodann den Divisor (52) und schreibt (wie hier zur Seite) das erhaltene Product (312) unterhalb des Divisors (52) gerade unter das dividirte Stück (331) an. Zieht darunter einen Strich und subtrahirt das erhaltene Product (312) von dem darüber stehenden Stück (331) des Dividenden (nach §. 20). Man erhält den Rest 19, und zwar immer eine Zahl, die kleiner seyn muß, als der Divisor (52), indem sonst 52 öfter als 6mal in 331 enthalten wäre.

3) Hierauf wird dem erhaltenen Reste (19) die nächstfolgende Ziffer (4) des Dividenden rechts angesetzt, wodurch die verbundene Zahl 194 entsteht (siehe hier unten A).

Quot. = 637
Divid. 33148
Divis. :(52)
·312
A 194
B 156
C 388
D 364
Rest 24

Diese (194) wird nun in völlig gleicher Art, wie im Anfange die ersten Ziffern (331) des Dividenden durch den Divisor (52) getheilt (welcher gewöhnlich nur in Gedanken so untergeschrieben ist, daß rechts seine letzte Ziffer (2) unter jener (4) des zu theilenden Stücks steht). Man sagt nämlich 5 in 19 geht dreimal, schreibt diese 3 als zweite Ziffer des Quotienten über die zuletzt herunter geschriebene Ziffer (4) des Dividenden, und multiplicirt mit der gefundenen Ziffer (3) den Divisor (52), wodurch man 156 erhält (B). Dieses Product

kömmt gleich unter 194 zu stehen und wird davon abgezogen. Der Rest ist 38, zu welchem nun die folgende Ziffer (8) des Dividenden herunter geschrieben (C) und dann die Division wie vom Anfange an weiter fortgesetzt wird.

Man denkt sich nämlich wieder unter die verbundene Zahl 388, den Divisor 52 so angeschrieben, daß seine letzte Ziffer 2 unter die letzte Ziffer 8 des zu theilenden 388 kömmt. Die linke Ziffer 5 steht dadurch unter 8 und man sagt daher 5 in 38 geht 7mal; diese 3te Ziffer (7) des Quotienten wird wieder über die zuletzt herunter geschriebene Ziffer (8) des Dividenden geschrieben; dann mit dieser 7 der Divisor 52 multiplicirt. Dieß gibt 364 (D), was unter 388 geschrieben und davon abgezogen, den Rest 24 läßt. Da man nun keine Ziffer mehr zum Heruntersetzen hat, so bleibt dieser Rest unten stehen, bis in einem folgenden §. gezeigt wird, wie auch er noch in 52 gleiche Theile zu vertheilen sey.

Anmerkung. Man hat verschiedene Arten des Ansatzes zur Division, wie z. B. den nebenstehenden, in welchem rechts vom Dividenden (33 148) der Divisor (52) und unter diesem der Quotient (637) steht. Wer einmal Uebung im Dividiren hat, wird mit jedem Ansatze richtig rechnen. Ungeübten jedoch ist der bei der Regel erklärte Ansatz zu empfehlen, indem es dabei kaum möglich ist, das Herunterholen einer Ziffer des Dividenden zu übersehen, oder eine Ziffer des Quotienten auszulassen, wenn diese selbst blos Null wäre.

```
33 148 | :52
       | 637
```

Zur größern Verständigung der Regel folgen hier noch einige Beispiele mit vollständiger Ausrechnung, von denen a und b keiner Erläuterung bedürfen, c und d aber erklärt werden sollen.

a) Man dividire 690 548 durch 721.
b) Man theile 5 131 944 Gulden in 4132 gleiche Theile.
c) 2 230 960 632 : 316 und d) 8096 : 253.

```
Quot. =    957                  Quot. = 1242 Gulden.
a)      690548                  b)   5131944 Gulden.
        :(721)                       :(4·1·3·2)
        64·8·9                        9999
         4164                         8264
         3·60·5                       17354
          5598                        16·52·8
          5047                         8264
Rest       551                         8264
                                          0
```

Uebungsbeispiele zu a und b.

133) 4876 : 23	134) 463 563 : 81
135) 11 559 : 32	136) 609 895 : 715
137) 288 548 : 203	138) 2 742 474 : 5678.

Im Beispiel c. treffen den Quotienten öfters Nullen.

= 7 060 002
2 230 960 632
:(316)
2 212
18 96
18 96
00 632
632
0.

Dieses findet jedesmal Statt, wenn nach dem Abziehen und Anhängen der folgenden Ziffer des Dividenden, das nun unterm Striche stehende, zu theilende Stück kleiner als der Divisor, oder gar Null ist. Wer sich recht eingeprägt hat, daß für jede herunter geschriebene Ziffer des Dividenden der Quotient eine Zifferstelle (wäre sie auch nur Null) erhalten müsse, wird nicht in den bedeutenden Fehler fallen, in den Quotienten treffende Nullen auszulassen.

3
= 42
8096
:(253)
1012
759
506
506
0

d) Dieses Beispiel enthält den Fall, daß die zweite Ziffer (5) des Divisors (253) nicht kleiner ist, als die erste (2), in welchem Ungeübte leicht dadurch fehlen, daß sie eine oder die andere Ziffer des Quotienten zu groß nehmen. Dieser begangene Fehler zeigt sich jedoch gleich beim nächstfolgenden Abziehen des mit dieser zu großen Ziffer erhaltenen Productes, welches sodann größer ist, als das über ihm stehende Stück, und also nicht abgezogen werden kann. In diesem Falle durchstreiche man die zu groß angesetzte Ziffer (4) des Quotienten, so wie auch das mit ihr erhaltene Product (1012), und schreibe über die durchstrichene (4) die kleinere Zahl (3).

Um dieses Durchstreichen zu vermeiden, ist es besser in zweifelhaften Fällen die Ziffer des Quotienten (4) und ihr Product (1012) nicht gleich anzuschreiben, sondern nur in Gedanken zu finden; was jedoch einiger Uebung bedarf.

Aber auch in den umgekehrten Fehler fallen Ungeübte, daß sie nämlich eine Ziffer des Quotienten zu klein nehmen. Dieses zeigt sich dadurch, daß der folgende Rest größer bleibt, als der Divisor ist, und da dieser Fehler weniger schnell erkannt wird, so ist es besser sich eine Ziffer des Quotienten zu groß, als zu klein zu denken.

Uebungsbeispiele.

Zu c) 139) 16 646 410 : 82	140) 1 713 600 : 34
141) 39 128 802 : 978	142) 12 620 478 603 : 42 067

Zu d) **143)** 8456 : 19	**144)** 86 249 826 : 3892
145) 20 486 : 205	**146)** 147 028 : 276.

§. 37. Beweis der Regel des §. 36.

Dieser ist ganz der nämliche wie jener des IIten Falles §. 35.

Mit demselben Rechte wie dort, zerlegt man den Dividenden (33 148) in Stücke (3 Zt. + 3 T. + 1 H. + 4 Z. + 8 E.) theilt jedes Stück einzeln (§. 33. III.), gibt dem erhaltenen Theil den Namen des getheilten Stückes (§. 33. I.), und bringt den jedesmaligen Rest auf den nächst niedern Rang, in welchem er als Zehner zählt, daher als Zehner mit der nächst folgenden Ziffer des Quotienten zusammen gelesen werden kann.

```
= 00 637
  33 148
: (52)
  312
 -----
   194
 : (52)
   156
 -----
    388
  : (52)
    364
 -----
Rest 24
```

Indem man nun das 1te Stück (3 Ztſ.) des Dividenden mit 52 theilen will, trifft auf keinen Theil 1 Ztſ. Man muß daher über die erste Ziffer (3 Ztſ.) des Dividenden 0 als Quotient setzen.

Nun sind diese 3 Ztſ. = 30 T. (§. 2.) und geben daher mit den 3 T. (das ist mit der zweiten Stelle) des Dividenden zusammengelesen 33 T. Will man diese durch 52 dividiren, so sieht man, daß auch hier nicht 1 Tausender auf jeden Theil träfe. Man muß daher auch über die zweite Ziffer (3 Tausender) des Dividenden, 0 als Quotient (Theil) schreiben.

Da nun ferner 33 T. = 330 H. sind (§. 2.), so geben diese mit den (1) Hundertern des Dividenden zusammengelesen, 331 Hunderter. Dieses Stück endlich läßt sich, da es größer als der Divisor 52 ist, durch diesen theilen. Man erhält auf jeden Theil 331 H.: 52 = 6 Hundert, schreibt daher diese 6, ihrem Range gemäß, über die (1) Hunderter des Dividenten als Theil (Quotient) an. Es geben aber 6 H. × 52 nur 312 H., somit sind nicht alle 331 H. vertheilt, sondern es bleiben noch 331 — 312 = 19 Hunderter zu vertheilen. Diese sind 190 Zehner (§. 2), zu welchen die 4 Zehner des Dividenden gelesen, 194 Zehner in 52 gleiche Theile zu vertheilen geben. Die hierauf folgende Theilung der Zehner und Einer wird aber in völlig gleicher Art wie jene der Hunderter nachgewiesen, so daß hieraus die Richtigkeit der im §. 36 angegebenen Divisions-Regel für die Theilung jeder Ziffer des Dividenden erhellt.

§. 38. Division, wenn der Divisor rechts Nullen hat.

Dieser Fall kömmt öfters vor, und man kann dabei völlig nach der Regel (§. 36.), kürzer aber wie folgt, rechnen: z. Beispiel: 3469227 ist zu dividiren durch 4200.

Ansatz. Man schreibe die Nullen des Divisors (4200) nicht mit unter die ersten Ziffern des Dividenden (3469227) sondern unter die letzten (27) rechts hinaus.

Ausrechnung.

```
=   826
  34692|27
 :(42  |00)
  336
  ----
   109
    84
  ----
    252
    252
  ----
Rest 027
```

Sodann wird (34692 durch 42) dividirt, als wären die Ziffern (27) und die darunter stehenden Nullen (00) gar nicht vorhanden. Sobald aber die Rechnung in dieser Art (34692 : 42) vollendet ist, so hängt man dem letzten Reste (hier 0) jene Ziffern (27) des Dividenden an, unter welchen die Nullen des Divisors stehen, und diese verbundene Zahl ist dann der eigentliche Divisionsrest. Demnach ist in nebenstehender Theilung 826 der Quotient und 27 der Rest.

2. Beispiel.

```
=  9873
  59239|4
  :(6  |0)
  --------
Rest  1|4
```

Wenn der Divisor (z. B. 60) außer den Nullen, nur eine Ziffer (6) hat, so geschieht die Division mit dieser einen Ziffer (6) wie im §. 35, nur daß an den letzten Divisions-Rest (1) jene Ziffern (4) heruntergeschrieben werden, unter denen die Nullen des Divisors stehen.

3. Beispiel.

```
=   85|
    85|647
    :1|000
      |----
Rest  |647
```

Wenn der Divisor eine Eins mit Nullen ist (1000), so sind die links vom Striche stehenden Ziffern (85) der Quotient und die rechts davon stehenden (647) der letzte Divisionsrest.

Uebungsbeispiele.

147) 580003 : 8100?	150) 7031648 : 80000?
148) 754821 : 620?	151) 4716720 : 60?
149) 8342 : 60?	152) 94568 : 10?

```
=  826
 3469227
:(4200)
 33600
 -----
 10922
  8400
 -----
  25227
  25200
 -----
Rest 27
```

Beweis zum ersten Beispiel. Führt man die Rechnung mit dem Divisor 4200 völlig nach §. 36, so sieht man, daß die oben angegebene Ausrechnungs-Art nur ein kürzeres Verfahren angibt, indem die Nullen des Divisors, welche während der Rechnung doch nichts verändern, gleich im Anfange weggelassen wurden.

§. 39. Probe der Division.

Da die Multiplication gleiche Stücke zusammensetzt, die Division aber eine Zahl in gleiche Stücke zerlegt (§. 32.),

so können beide Rechnungen einander als Probe dienen; denn wenn richtig zerlegt ist, so muß durch Zusammensetzung aller Stücke wieder das Ganze herauskommen.

Um daher die Richtigkeit eines Divisionsbeispieles zu prüfen, multiplicire man den Quotienten mit dem Divisor, und zähle zu diesem Producte (Zusammengesetzten) den allenfallsigen letzten Rest hinzu. Das, was hiebei herauskömmt, muß einerlei mit dem Dividenden seyn. Trifft dieß nicht zu, so muß man zuerst die zur Probe gerechnete Multiplication, und wenn man da keinen Fehler findet, das Divisionsbeispiel noch einmal rechnen, bis man den Fehler gefunden und verbessert hat.

Anmerkung. Geübte Rechner ziehen dieser Probe ein nochmaliges Dividiren des Beispiels vor, wo sie dann die beiden Divisionen Zeile um Zeile vergleichen, um etwaige Fehler aufzufinden.

§. 40. Division einer kleinern Zahl durch eine größere.

Es wurde in den vorhergegangenen §§. nur immer eine größere Zahl durch eine kleinere getheilt. Es läßt sich aber auch eine kleinere Zahl (z. B. 1 Elle oder 1 Pfd.) durch eine größere Zahl (z. B. durch 3) theilen.

Um dieses deutlich einzusehen, ziehe man eine gerade Linie ungefähr von der Länge eines Zolles*), A  oder wenn es der Raum zuläßt, von der Länge einer Elle, so wird kaum Jemand bezweifeln, daß sich diese Maaßeinheit (Zoll oder Elle) in drei gleiche Theile von A. bis 1., von 1 bis 2, von 2 bis 3 theilen, also eine kleinere Zahl (1 Zoll) wirklich durch eine größere Zahl (3) dividiren lasse.

Jeder dieser Theile wird ein Drittelzoll genannt, und mit Zahlen $\frac{1}{3}$, nämlich so geschrieben, daß die zu theilende Zahl (1) über dem Divisionsstriche steht (§. 32.) und darunter der Theiler (3), welche Anschreibeart sich dadurch erklärt, daß ein Drittel erhalten wird, wenn man 1 in 3 gleiche Theile theilt, d. i. mit 3 dividirt, und daß es also einerlei ist, ob man sagt 1 dividirt durch 3 oder ein Drittel ($\frac{1}{3}$).

Jeden so angeschriebenen Theil ($\frac{1}{3}$) nennt man einen Bruch, weil um ihn zu erhalten, der ganze Zoll (oder die Elle ꝛc.) in Stücke zertheilt oder zerbrochen werden mußte.

---

*) Der Zoll ist eine kleinere Längeneinheit als der Fuß. (§. 50.)

So wie man aber den Zoll oder die Elle in drei gleiche Stücke theilte, eben so kann man ihn auch in 4 (oder in 5 2c.) gleiche Theile theilen. Jedes dieser Stücke heißt dann Viertel-Zoll (oder Fünftel-Zoll 2c.) und wird mit Ziffern $\frac{1}{4}$ Zoll (oder $\frac{1}{5}$ Zoll 2c.) geschrieben.

Ferner ist leicht einzusehen, daß man auch jede andere Einheit als z. B. die Meile, das Pfund 2c. 2c. eben so theilen, und die Theile eben so in Bruchform schreiben könne, und daß sich diese Theilung selbst auf Dinge anwenden lasse, die auf den ersten Blick untheilbar zu seyn scheinen. Denn, wenn man z. B. bei der Theilung 1 fl. : 5 das Guldenstück auch nicht wirklich zerstückt, so kann man sich doch eine klare Vorstellung von dem Werthe eines Fünftel-Guldens ($\frac{1}{5}$ fl.) machen.

Endlich wurde im Vorstehenden immer nur 1 getheilt, soll aber irgend eine andere Zahl z. B. 2 durch eine beliebige größere Zahl z. B. durch 35 dividirt werden, so sagt man: Da 2 aus 2 Einheiten besteht, so läßt sich jede einzeln dividiren (§. 33. III.). Die erste gibt ein Fünfunddreißigstel und eben so die zweite, also beide zusammen zwei Fünfunddreißigstel, was als Bruch $\frac{2}{35}$ geschrieben wird.

Hieraus folgt aber allgemein, daß man den Quotienten der Division einer kleinern Zahl (2) durch eine größere (35) dadurch erhält, indem man die kleinere (2) über, die größere (35) unter den Divisionsstrich schreibt, und beide zusammen als einen Bruch liest ($\frac{2}{35}$ d. i. zwei Fünfunddreißigstel).

Und nun kann, wenn eine Division zuletzt einen Einerrest läßt, dieser auch noch getheilt werden, welches in den §§. 35 bis 38 nicht möglich war, indem derselbe nicht so wie die Reste der Zehner, Hunderter u. s. w. durch das Herunterrücken der rechts folgenden Ziffer vergrößert und dadurch wieder theilbar gemacht werden konnte.

§. 41. Division des letzten Divisionsrestes.

Regel. **Dem in ganzer Zahl gefundenen Quotienten (§. 35 bis 39) wird rechter Hand der letzte Rest angehängt, indem man diesem Reste zugleich den Divisor in Bruchform unterschreibt.**

Beim Lesen dieses Quotienten spricht man dann zuerst dessen ganze Zahl aus und hierauf den Bruch.

Beispiele. Man rechne hier nochmals aus die Beispiele

§. 35. IIter Fall.

```
58216 = 19405 1/3
:3
```

§. 36. I. Beisp.

```
33148 = 637 24/52
:(52)
312
 194
 156
  388
  364
Rest 24
```

§. 38. I. Beisp.

```
34692|27 = 826 27/4200
:(42  |00)
336
 109
  84
  252
  252
    0
```

Es ist demnach der vollständige Quotient bei der
1. Div. $19405\frac{1}{3}$, der gelesen wird 19405 Ganze u. ein Drittel.
2. Div. $637\frac{24}{52}$; geles. 637 Ganze und 24 Zweiundfünfzigstel.

Bei der 3ten Division ist der Quotient $826\frac{27}{4200}$, indem der letzte Rest, die oberhalb den Nullen des Divisors stehende Zahl (27) ist, der Divisor aber 4200 heißt, was zum Bruch verbunden $\frac{27}{4200}$ gibt.

Zur Uebung rechne man aus den vorhergehenden §§. 35 bis 38, die folgenden Uebungsbeispiele: Nr. 118; 120; 127; 130; 131; 135; 137; 138; 139; 141; 142; 148; 149; 152, und gebe die Quotienten vollständig an.

Beweis der Regel. Wer die Zahl 58216 durch 3 zu dividiren hat, soll begreiflicher Weise die ganze Zahl dividiren, und kein Stück derselben, auch nicht einen Einer, ungetheilt lassen.

```
58215 + 1 = 19405 + 1/3
:(3)
```

Zerstückt man nun die Zahl 58216 in die zwei Stücke 58215 + 1 und dividirt stückweise (§. 33. III.), so erhält man durch Division des ersten Stücks (nach §. 35.) den Quotienten 19405, durch Division des zweiten Stücks (nach §. 40.) den Quotient $\frac{1}{3}$, so daß die vollständige Theilung der Zahl 58216 durch 3 den Quotienten $19405 + \frac{1}{3}$ gibt, was $19405\frac{1}{3}$ geschrieben wird; und somit die Richtigkeit der obigen Regel zeigt.

Vermischte Uebungsbeispiele der Division, wobei der Quotient vollständig anzugeben ist.

153) 4 108 827 : 512?
155) 6 969 633 : 79 200?
157) 143 976 : 3 428?
159) 7 008 417 : 8?
161) 27 837 : 1000?
163) 90 713 617 904 : 2984?
154) 842 376 : 87 653?
156) 18 267 302 : 9000?
158) 634 007 : 60?
160) 1 451 943 : 29?
162) 24 627 : 48?

§. 42. Dividiren im Kopfe.

1) Die Division einer ein- oder zweiziffrigen Zahl durch eine einziffrige geschieht im Kopfe nach §. 34.

2) Hat man eine mehrziffrige Zahl durch eine einziffrige zu dividiren, so geschieht die Theilung im Kopfe in derselben Ordnung wie auf dem Papier, nur daß man sich den Rang jeder Ziffer des Dividenden, die man eben theilt, genau angibt. Man dividire z. B. 8593 durch 4. Man sagt 4 in 8 Tausend gibt 2 Tausend, und merkt sich diese; dann 4 in 5 Hundert gibt 1 Hundert, man hat also 2 Tausend und 1 Hundert und noch 1 im Sinn, hierauf 4 in 19 Zehner gibt 4 Zehner, man hat also 2 Tausend, 1 Hund. und 4 Zehner nebst 3 im Sinn; ferner 4 in 33 geht 8mal. Man hat also 2 Taus., 1 Hund., 4 Zehner und $8\frac{1}{4}$ Einer, das ist $2148\frac{1}{4}$.

Uebungsbeispiele.

164) Wenn 9 Ellen Tuch 324 fl. kosten, was kostet 1 Elle?

165) Wie viele Wochen geben 365 Tage?

166) Ihrer 8 erhielten 162 Kreuzer zur gleichen Vertheilung; was erhält einer?

167) 6 Compagnien stellen 150 Mann; was eine bei gleicher Vertheilung?

168) Wie viele Tage braucht man von München nach dem 65 Poststunden entfernten Würzburg, wenn man täglich 6 Poststunden Wegs zurücklegt?

---

* Fünfter Abschnitt.

Rechnungsvortheile zu Abkürzungen.

§. 43. Abkürzungen beim Multipliciren.

Anmerkung. Das einfache Verfahren bei der Addition und Subtraction gestattet bei diesen vorerst keine wesentliche Abkürzung.

I. Wenn zwei mehrziffrige Zahlen miteinander zu multipliciren sind (z. B. 317 × 32), von denen die eine als Product einziffriger Zahlen erkannt wird (32 = 8 × 4), so multiplicire man die andere Zahl (317), zuerst nur mit dem einen Factor (8 nach §. 26.), und das herauskommende (2536) noch mit dem andern Factor (4). Das auf diese Art erhaltene Product (10 144) ist das nämliche, als wenn man die beiden mehrziffrigen Zahlen (317 und 32) nach §. 28 miteinander multiplicirt hätte.

$$\begin{array}{r} 317 \\ \hline 2536 \end{array} \times 8 \qquad \begin{array}{r} 2536 \\ \hline 10144 \end{array} \times 4$$

Uebungsbeispiele.

169) 1849 × 64; **170)** 906 × 63; **171)** 42 × 856934.

Beweis. Der einfache Grund dieser Abkürzung beruht auf §. 25. IV. Da man nämlich 317 anstatt mit 32 anfänglich nur mit 8 multiplicirte, d. i. mit einer 4mal kleinern Zahl, so erhielt man auch ein viermal zu kleines Product (2536). Dieses mußte daher noch 4mal genommen werden, was bei der zweiten Multiplication geschah.

IIte **Abkürzung.** Wenn von den beiden Zahlen einer Multiplication (z. B. 927 × 498) die eine (498) nur um etliche Einheiten kleiner ist, als eine Zahl, die aus einer einzigen Ziffer mit rechts angehängten Nullen (500) besteht, so multiplicire man zuerst mit dieser (nach §. 27.) und ziehe vom Producte das zu viel Genommene wieder ab.

$$\begin{array}{r} 927 \\ \times\ 500 \\ \hline 463500 \\ -1854 \\ \hline 461646 \end{array}$$

Da 498 = 500 − 2 ist, so multiplicire man 927 zuerst mit 500. Weil man aber hiedurch die Zahl 927 zweimal zu oft genommen hat, so multiplicire man 927 mit 2 und ziehe dieses Product 1845 vom ersten Producte 463500 ab. Der Rest 461 646 ist gewiß nur noch das 498fache von 927.

Uebungsbeispiele.

172) 3408 × 97; **173)** 83617 × 199; **174)** 8993 × 548;
175) 780045 × 296.

IIIte **Abkürzung.** Wenn eine Zahl (z. B. 8373) mit 25 zu multipliciren ist, so hänge man ihr anstatt dessen rechts zwei Nullen an (837 300), und dividire die so veränderte Zahl mit 4.

$$= 209325 \qquad \frac{837300}{:4}$$

Der erhaltene Quotient (209 325) ist das gesuchte Product von 8373 mit 25.

Beweis. Da 100 = 25 × 4, und die Zahl 8373 durch Anhängen von 2 Nullen 100mal vergrößert wurde (§. 25. VI.), so ist 837 300 viermal zu oft genommen. Indem man hierauf 837 300 mit 4 dividirt, erhält es wieder die richtige Größe von 8373 × 25 = 209 325.

Da 125 der 8te Theil von 1000 ist, so findet man das Product von 4385 × 125 durch Anhängung von 3 Nullen und Division mit 8.

$$= 548\,125 \qquad \frac{4\,385\,000}{8}$$

Uebungsbeispiele.

176) 967 × 25; **177)** 384 × 125; **178)** 83 660 × 25.

IV. Abkürzung mittelst einer Tafel der Vielfachen des Multiplicanden.

Man hat zuweilen mehrere Multiplicationen, in welchen der eine Factor der nämliche ist. Diesen nehme man als das

Einfache (Multiplicand), berechne sich im voraus eine Tafel von seinem doppelten, 3fachen ꝛc. bis zum 10fachen, und schreibe aus ihr die einzelnen Zeilen (Partialproducte) der verlangten Multiplicationen heraus. Die ganze Rechnung besteht mittelst einer solchen Tafel nur in dem Abschreiben und gehörigen Hineinrücken der einzelnen Zeilen (nach §. 28.) und in ihrer Addition. Sollen z. B. die Zahlen a) 29 fl. b) 33 fl. c) 8076 fl. d) 945 fl. ꝛc. sämmtlich mit 354 multiplicirt werden, so nehme man 354 als das Einfache an.

Die Tafel der Vielfachen von 354 wird in folgender Art gemacht: Man schreibt das Einfache 354 in die erste Zeile, multiplicirt es mit 2 und schreibt das Doppelte (708) in die zweite Zeile. Die Addition der zweiten und ersten Zeile gibt dann die dritte. Die Addition der dritten und ersten gibt die vierte Zeile u. s. f., kurz man muß immer die letzte und erste Zeile zusammenzählen, bis man 10 Zeilen hat. Die zehnte dient der ganzen Tafel zur Probe, denn sie muß wenn nirgends gefehlt wurde, die erste Zahl (354) mit einer rechts angehängten Null seyn (§. 25. VI.).

1)	354
2)	708
3)	1062
4)	1416
5)	1770
6)	2124
7)	2478
8)	2832
9)	3186
10)	3540

a) 354 × 29
3186
708
10266

b) 354 × 33
1062
1062
11682

c) 354 × 8076
2124
2478
2832
2858904

d) 354 × 945
3186
1416
1770
334530

Der Gebrauch dieser Tafel nun ist sehr leicht. Anstatt z. B. (bei c.) mit 6 zu multipliciren, ist blos die sechste Zeile der Tafel abgeschrieben. Dann ist ferner statt der Multiplication mit 7 Zehner die siebente Zeile abgeschrieben und gehörig unter den Anzeiger 7 gesetzt (§. 28.). Endlich, anstatt mit 8 Tausender zu multipliciren, ist die achte Zeile der Tafel herunter geschrieben; dabei aber jede Zeile so angesetzt, daß sie rechts unter jener Ziffer anfängt, mit der man eben multiplicirt (§. 28.). Die Summe 2858904 ist das Product c. Die übrigen Beispiele sind eben so gerechnet, nur d. (nach §. 28. Anm. 2.) in umgekehrter Art.

Anmerkung. Da mit Hülfe einer solchen Tafel die einzelnen Zeilen der Producte alle richtig sind, so fehlt man nicht leicht und es findet daher auch bei einzelnen großen Multiplicationen eine solche Tafel vortheilhafte Anwendung.

Uebungsbeispiele.

179) Von der Mannschaft eines Regiments soll jeder Mann 36 Patronen erhalten. Wie viel muß jede Compagnie ihrem, hier unten angegebenen, Präsentstande gemäß empfangen? Die 1. Schütz.) 92 Mann; 1 Füs.) 107; 2) 142; 3) 86; 4) 39; 5) 158; 2. Schütz.) 126; 6 Füs.) 74; 7) 69; 8) 45; 9) 86 und die 10te Compagnie hat 108 Mann präsent.

180) Wenn ein Zentner einer Waare 487 Fl. kostet, was werden davon kosten a) 195 Ztr.; b) 647 Ztr.; c) 9388 Ztr.; d) 807 Ztr.; e) 76 Ztr.; f) 2555 Ztr.?

V. Abkürzung durch Erweiterung des Einmaleins.

Von jenen zweiziffrigen Zahlen, die beim Multipliciren öfters vorkommen, wie 11, 12, 32 u. dgl., thut man wohl, die 1 bis 9fachen auswendig zu lernen, indem man sodann mit ihnen wie mit einziffrigen Zahlen multipliciren kann.

Man kann sich aus der folgenden Tafel vorerst die 1 bis 10fachen von 11, 12 und 32 einprägen, und dieß, so wie die Tafel, je nach dem Bedürfniß beim practischen Rechnen fortsetzen.

1	11	12	15	16	24	25	32
2	22	24	30	32	48	50	64
3	33	36	45	48	72	75	96
4	44	48	60	64	96	100	128
5	55	60	75	80	120	125	160
6	66	72	90	96	144	150	192
7	77	84	105	112	168	175	224
8	88	96	120	128	192	200	256
9	99	108	135	144	216	225	288
10	110	120	150	160	240	250	320

Sollte man z. B. finden: a) wie viele Zoll in 3274 Fuß enthalten sind, wenn ein Fuß 12 Zoll enthält, und b) wie viel Loth 952 Pfund geben, das Pfund zu 32 Loth, so rechnet man wie im §. 26. nämlich:

a) 3274
× 12
―――
39 288

b) 952
× 32
―――
30 464

Bei b) 32mal 2 ist 64, schreibe 4 und behalte 6 im Sinn; dann 32mal 5 ist 160 und 6 ist 166, schreibe 6 behalte 16; ferner 32mal 9 ist 288 und 16 ist 304, die man völlig anschreibt.

Mit 11 wird eine Zahl auch abgekürzt multiplicirt, indem man zwischen ihre Ziffern deren Summe setzt; z. B.

11 × 36 = 396; 11 × 97 = 1067; 326 × 11 = 3586; 11 × 8976 = 98736

Uebungsbeispiele.

181) 325 × 11	182) 2461 × 12	183) 564 089 × 12
184) 839 × 16	185) 8731 × 15	186) 35 287 × 32

VI. **Abkürzung.** Ist eine oder sind mehrere Ziffern des Anzeigers eins, wie bei 13, 81, 119 ꝛc., so steht die Rechnung vereinfacht, wie folgt:

2739 × 13;
8217
―――
35607

509 × 81;
4072
―――
41229

4816 × 107;
33712
―――
515312

§. 44. Abkürzungen und Vortheile beim Dividiren.

Diese sind von ähnlicher Art wie jene der Multiplication.

I. Wenn der Divisor ein Product einziffriger Zahlen (wie z. B. 28 d. i. 4×7) ist, so theile man den Dividenden (hier neben 23856) zuerst durch den einen Factor (7), und den erhaltenen Quotienten (3408) noch durch den andern Factor (4) u. s. f., wenn noch mehr Factoren da sind. Der Quotient (852) ist dann der nämliche, als wenn man auf einmal mit dem Divisor (28) getheilt hätte.

= 852
=3408
23856
:7×4

Uebungsbeispiele.

187) 45657248 : 56? 188) 39339360 : 72?

II. Wenn Dividend und Divisor durch die nämliche Zahl ohne Rest theilbar sind, so theile man beide vorerst durch diese Zahl, und verrichte dann mit den so erhaltenen kleinern Zahlen die Division. Da, z. B. in der nebenstehenden Division, der Dividend 328408 und der Divisor 568 durch 8 ohne Rest theilbar sind, so erhält man, beide durch 8 theilend, die einfachere Division 41051 : 71 und sodann deren Quotient $578\frac{13}{71}$.

$$\left.\begin{matrix}328408\\ :(568)\end{matrix}\right\} \overset{:8}{=} \left\{\begin{matrix}578\frac{13}{71}\\ 41051\\ :(71)\\ 355\\ \overline{555}\ \text{rc.}\end{matrix}\right.$$

III. Soll man eine Zahl, z. B. 365, mit einer andern, z. B. mit 6, multipliciren (od. dividiren) und das Resultat sodann durch eine andere Zahl, z. B. 3 dividiren (od. multipliciren), während die letztern Zahlen, 6 und 3, durch einerlei Zahl ohne Rest theilbar sind (wie bei II.) so nehme man mit ihnen vorerst die bei II. angegebene Verkürzung vor. Z. B.

1) $\frac{365\,.\,6}{3} = \frac{365\,.\,2}{1} = 730$, indem man zuerst die Zahlen 6 und 3 mit 3 theilt, und dann Multiplication und Division verrichtet.

2) $\frac{365\,.\,28}{56} = \frac{365\,.\,1}{2} = 182\frac{1}{2}$; 3) $\frac{176\,.\,7}{24} \overset{:8}{=} \frac{22\,.\,7}{3} = \frac{154}{3} = 51\frac{1}{3}$.

Die Richtigkeit der Abkürzungen I. und II. beruht völlig auf §. 33. VI. Die IIIte aber erklärt sich dadurch, daß eine Zahl 365 mit 6 multipliciren und dann durch 3 dividiren, heißt: man soll 365 6mal als Posten ansetzen (n. §. 23.) und dann von diesen 6 Posten nur den 3ten Theil, also nur 2 Posten nehmen; da nun letzteres bei der IIIten Abkürzung, ohne Umweg, geschieht, so ist sie richtig und zeitersparend.

IV. **Abkürzung.** 1) Wenn eine Zahl (z. B. 946278) durch 5 zu theilen ist, so multiplicire man sie anstatt dessen mit 2, und theile das erhaltene Product (1892556) durch 10 (nach §. 38.

946278
× 2
$=189255\frac{6}{10}$

Beisp. 3.), indem man rechts unter seine erste Ziffer (6) den Divisor 10 in Bruchform ($\frac{6}{10}$) schreibt.

2) Durch 25 theilt man in ähnlicher Art, indem man den Dividenden (31640375) nur mit 4 multiplicirt, und das herauskommende Product (126561500) durch 100 theilt (nach §. 38.). Man erhält 31640375 : 25 = 1265615.

$$\begin{array}{r} 31640375 \\ \times\ 4 \\ \hline =1265615\frac{00}{100} \end{array}$$

3) Ebenso kann man anstatt mit 50 zu dividiren, den Dividenden zuerst mit 2 multipliciren und dieses Product durch 100 theilen; endlich auch statt mit 125 zu theilen den Dividenden zuerst mit 8 multipliciren und das Product durch 1000 theilen.

Uebungsbeispiele.

189) 142036 : 5? | **190**) 2831617 : 25?
191) 781906 : 50? | **192**) 87304125 : 125?

Beweis. Indem man die Theilungszahl (Divid.) 946278 mit 2 multiplicirt, wird der gesuchte Theil (Quotient) 2mal zu groß (nach §. 33. IV.) Da man aber die so erhaltene Zahl 1892556, anstatt mit 5, mit dem 2mal größern Divisor 10 theilt, so wird der Quotient wieder 2mal kleiner (nach §. 33. V.) und also richtig.

V. Abkürzung mittelst einer Tafel der Vielfachen.

Sollen mit dem nämlichen Divisor mehrere Theilungen gemacht werden, so lege man sich vor Allem eine Tafel der 1 bis 10fachen dieses Divisors an. Sehe sodann bei jedem zu theilenden Stücke, welches Vielfache der Tafel ihm zunächst kömmt, ziehe es davon ab, und schreibe den zugehörigen Factor der Tafel in den Quotienten.

Beispiel. In einen Verschlag werden 168 Päckchen scharfe Infanterie-Patronen verpackt. Wie viele Verschläge braucht man demnach a) zu 125328 Päckchen; b) zu 3386492; c) zu 2000000 Päckchen? ꝛc.

Die Anlegung der Tafel ist §. 43. IV. angegeben; ihr einfacher Gebrauch zur Division soll am Beispiel a) erklärt werden.

1) 168	= 746 Verschl.	= 20157 Verschl.
2) 336	a) 125328	b) 3386492
3) 504	:(168)	:(168)
4) 672	1176	264
5) 840	772	969
6) 1008	672	1292
7) 1176	1008	Rest 116 Päckch.
8) 1344	1008	
9) 1512	0	
10) 1680		

Zu a) Der Divisor 168 ist links unter 1253 des Dividenden angeschrieben (wie §. 36.) und dann 1253 mit den Vielfachen der Tafel verglichen. Hiebei fällt sogleich 1176 = 7 × 168 als das 1253 zunächst kleinere Vielfache auf. Man schreibe daher 7 in den Quotienten, dann 1176 unter 1253 und ziehe es davon ab. Der Rest ist 77. An diesen hänge man die folgende 2 des Dividenden; vergleiche 772 mit den Vielfachen der Tafel und erkennt (da 840 schon = 5 × 168), daß 168 in 772 nur viermal geht. Es wird daher 4 in Quotienten, 672 unter 772 geschrieben und abgezogen. Es bleibt 100, daher sind noch 1008 zu theilen. Diese Zahl mit der Tafel verglichen, zeigt, daß 168 genau 6mal darin enthalten ist. Man schreibe daher 6 in den Quotienten, und behält keinen Rest.

Bei b) sind die Vielfachen der Tafel, ohne sie anzuschreiben, gleich abgezogen, was die Rechnung noch abkürzt. Man findet bei a) 746 Verschläge, bei b) 20 157 Verschl. und 116 Päckchen Rest, und für c) 11 904 Verschläge und 128 Päckchen Rest.

Die Sicherheit gegen Rechnungsfehler und das Bequeme der Theilung mit Hülfe einer solchen Tafel ist auffallend, so daß sie auch bei einer einzelnen etwas großen Division vortheilhafte Anwendung findet.

Uebungsbeispiele.

193) Das Pfund ist in 128 Theile getheilt, die man Quint nennt. Wie viele Pfund geben demnach a) 95 616 Quint; b) 112 387 Quint und c) 3 846 656 Quint?

194) Wie viele Verschläge braucht man zur Verpackung von a) 1 000 000, b) 872 350, c) 28 596 475, d) 90 570 Päckchen scharfer Carabiner-Patronen, da 154 Päckchen in einen Verschlag gepackt werden?

VI. Division mit Hülfe des erweiterten Einmaleins.

Wer sich die 1 bis 9fachen zweiziffriger Zahlen (Vte Abk. der Multip.) eingeprägt hat, dividirt mit diesen Zahlen als wären sie einziffrig, also nach §. 25. Z. B. Wenn 12 Zoll einen Fuß ausmachen, wie viele Fuß geben dann 14 857 Zoll?

$1238\frac{1}{12}$ Fuß
14857
:(12)

Man sagt 12 in 14 geht einmal, schreibt 1 über 4 und behält 2 im Sinn; liest diese 2 gleich mit der im Dividenden folgenden 8 zusammen, hat also 28, und sagt 12 in 28 geht 2mal; schreibt 2 über 8 und behält 4 im Sinne; dann 12 in 45, 3mal und behält 9 im Sinne; endlich 12 in 97 achtmal und behält 1 als Rest, unter welchen der Divisor 12 geschrieben ist.

Uebungsbeispiele.

195) Der 15te Theil eines Guldens heißt Batzen; wie viele Gulden geben demnach 876 456 Batzen?

196) 83 529 Zoll, wie viel sind's Fuß? 1 Fuß = 12 Zoll.

197) 277 008 Loth, wie viel sind's Pfunde? 32 Loth heißen 1 Pfund.

VII. Bei allen vorhergehenden Divisionen wurden die Partialproducte, der einzelnen Quotientenziffern mit jenen des Divisors, unter den Dividenden oder seine Reste angeschrieben und dann subtrahirt. Es ist aber kürzer: diese Producte ohne sie anzuschreiben sogleich während der Multiplication stückweise abzuziehen. Dabei muß man nur jedesmal dem Ganzen hinlänglich viele Zehner borgen (n. §. 20. b), um die Partialproducte abziehen zu können, und dann dem folgenden Partialproducte gleichviel geborgte Zehner einzählen (§. 20.). Ein Beispiel wird dieses Verfahren anschaulich machen.

$= 683\frac{45}{54}$
36927
: 54
1ter Rest 452
2ter Rest 207
3ter Rest 45

Man sagt: 54 in 369 geht 6mal; 6 . 4 ist 24 von **2** 9 (indem man den 9 Einern des Dividenden **2** Zehner borgte um die 24 abziehen zu können) bleiben 5; ferner 6 . 5 ist 30 und die geborgten **2** gibt 32, 32 von 36 bleiben 4, so daß der 1te Rest 45 ist, dessen Richtigkeit man sogleich prüft, indem man 54 mit 6 multiplicirt und sogleich den Partialproducten die Ziffern des Restes (45) einzählt, wobei die Ziffern des Dividenden (369) erhalten werden müssen. In gleicher Art sind dann die übrigen Reste gefunden.

Die Richtigkeit dieses Verfahrens ergibt sich, sobald man die nämliche Division vollständig nach §. 36 anschreibt. Zur Uebung rechne man die Beispiele §. 36.

Fragen zum dritten, vierten und fünften Abschnitte.

Zum dritten Abschnitte (Multiplication).

1) Wie zeigt man eine Zusammenzählung (Addition) an, wenn alle Posten gleich sind? wie wird demnach 7 Tag + 7 Tag + 7 Tag + 7 Tag + 7 Tag + 7 Tag kürzer angeschrieben? wie heißen die dabei vorkommenden Zahlen, und wie nennt man die Rechnungsart, mit welcher die Summe gleicher Posten gefunden wird? (Beantwortung aus §. 23.) **2)** Was heißt zwei Zahlen mit einander multipliciren? (§. 23.) **3)** Was ist die Bedeutung von 14 Kr. × 9? von 8 . 7 Pfund? (§. 23.) **4)** Wie muß das Product von zwei einziffrigen Zahlen eigentlich gefunden werden, und was ist das Einmaleins? (§. 24.) **5)** Wenn von den beiden Zahlen einer Multiplication die eine benannt ist, welche von beiden ist dann der Anzeiger, welche ist das Einfache? und welchen Namen hat ihr Product? (§. 25. 1). **6)** Die tägliche Löhnung eines Mannes ist 9 kr., was ist die für 1 Jahr zu 365 Tagen? welche Zahl ist in dieser Aufgabe der

Anzeiger? welche ist das Einfache und was ist das Product? (§. 25. I.) **7)** Können beide Factoren einer Multipl. benannt seyn oder nicht? warum? und was ist 8 Pfund mal 9 Gulden? (§. 25. I.) **8)** Darf man bei einer Multiplication das Einfache mit dem Anzeiger vertauschen? Man zeige es an einem Beispiele. (§. 25. II.) **9)** Muß das Einfache auf einmal mit dem Anzeiger multiplicirt werden, oder wie kann es auch anders geschehen? (§. 25. III.) Man beantworte die nämliche Frage in Bezug auf den Anzeiger. **10)** Wenn eine Zahl von irgend einem Range unserer Zählungsart multiplicirt wird, welchen Rang hat das Product? (§. 25. I.) **11)** Wenn einer der Factoren vergrößert wird, wie wird das Product? (§. 25. IV.) **12)** Wie aber wird das Product, wenn einer der beiden Factoren vergrößert, und der andere eben so vielmal verkleinert wird? (§. 25. V.) **13)** Wie wird eine Zahl mit 10, mit 100, mit 1000 u. s. f. multiplicirt? Man beweise das Verfahren. (§. 25. VI.) **14)** Man sage die Grundsätze der Multiplication. (§. 25.) **15)** Man gebe das practische Verfahren bei Multiplicationen an, und erläutere es durch ein Beispiel: a) bei der mehrziffrigen mit der einziffrigen Zahl; (§. 26) b) bei der mehrziffrigen mit der einziffrigen Zahl höhern Ranges; (§. 27) c) bei zwei mehrziffrigen Zahlen (§. 28). **16)** Man beweise diese 3 Verfahrungsarten mit selbstgewählten Beispielen. (§. 25 bis 28.) **17)** Wie wird das Product von mehr als 2 Factoren gebildet? (§. 29.) **18)** Was versteht man unter umgekehrtem Multipliciren? (§. 28. Anmerkung 2.) **19)** Wie ist die Probe der Multiplication? (§. 30.)

Fragen zum vierten Abschnitte. (Division.)

1) Welche Rechnungsart heißt Theilung (Division) und wie heißen die dabei vorkommenden Zahlen? **2)** Wie wird die Division angezeigt? **3)** Darf man Dividend und Divisor unter sich verwechseln oder nicht? warum oder warum nicht? (§. 32.) **4)** In welcher Beziehung stehen Multiplication und Division? und wie kann man daher die Division erklären? (§. 32.) **5)** Hat der Theil mit der getheilten Zahl einerlei Namen oder nicht? (§. 33. I.) **6)** Welche verschiedene Arten von Aufgaben rechnet die Division (Theilung) aus? Dieses ist an einem Beispiele jeder Art zu erklären und damit zu zeigen, welche Benennung Dividend, Divisor und Quotient einer Division haben können. (§. 33. II.) **7)** Was läßt sich von der Zahl des Quotienten bei den 2 Arten der Theilung sagen? (§. 33. II. Zus. I.) **8)** Wenn eine Zahl von irgend einem Range unserer Zählungsart getheilt wird, was ist dann der Rang des Quotienten? Was gibt z. B. 24 Hunderter: 4? 19 Zehner dividirt durch 8? (§. 33. II. Zus. 3). **9)** Darf man den Dividenden und Divisor, also beide Zahlen, zerstücken, oder welche von diesen Zahlen? Man erkläre dieses an selbst gewählten Beispielen (§. 33. III.) **10)** Wenn man bei einer Division den Dividenden vergrößert oder verkleinert, und den Divisor unverändert läßt, wie wird dann der Quotient gefunden? (§. 33 IV.) **11)** Wie aber, wenn man nur den Divisor vergrößert oder verkleinert? (§. 33. V.) **12)** Welche Veränderung darf man mit dem Divisor und dem Dividenden vornehmen, ohne daß hiedurch der gesuchte Quotient verändert wird? und warum? **13)** Wie kann man das Einmaleins zum Dividiren benützen? (§. 34.) **14)** Wie wird eine mehrziffrige Zahl durch eine einziffrige Zahl dividirt? Man zeige die Richtigkeit dieser Regel an dem Beispiele 846 : 3 und 1265 : 5. (§. 35.) **15)** Wie wird eine mehrziffrige Zahl durch eine mehrziffrige Zahl dividirt? (§. 36.) Man

zeige die Richtigkeit der Regel an dem Beispiele 4876 : 23. (§. 37.) **16)** Wie dividirt man, wenn der Divisor rechts Nullen hat. (§. 38.) **17)** In welchem Falle muß man besonders Acht haben, die Ziffern im Quotienten nicht zu groß zu nehmen? (§ 36. d.) **18)** Dürfen Nullen im Quotienten ausgelassen werden? wo? wo nicht? (§. 36. c.) **19)** Was ist die Probe der Division? (§. 39.) **20)** Kann eine kleinere Zahl auch durch eine größere dividirt werden (z. B. 3 Ellen : 7)? Wie wird der Quotient dann angeschrieben? (§. 40.) **21)** Wie wird der letzte Rest einer Division getheilt? und wie heißen daher die vollständigen Quotienten der Uebungsbeispiele im §. 41?

Fragen zum fünften Abschnitte (Rechnungsvortheile).

1) Wie multiplicirt man, wenn einer der Factoren ein Product einziffriger Zahlen ist? (§. 43. I.) **2)** Wie multiplicirt man mit 25? 125? 50? (§. 43. III.) **3)** Wie multiplicirt man, wenn bei mehreren Beispielen der eine Factor der nämliche ist? (§. 43. IV.) **4)** Wie multiplicirt man, wenn einer der Factoren nur um wenige (höchstens 10) Einheiten kleiner ist, als eine einzelne Ziffer mit Nullen? (§. 43 II.) **5)** In welcher Art ist eine Erweiterung des Einmaleins von Vortheil beim Multipliciren und Dividiren? (§. 43. V. u. 44. VI.) Die ersten drei Fragen können auch für die Division gestellt werden. (§. 44. I, II und III.) **6)** Wie kann man eine Division verkürzen, deren Dividend und Divisor durch einerlei Zahl theilbar sind.

Sechster Abschnitt.

Anleitung zur richtigen Anwendung der vier Rechnungsarten bei der Ausrechnung practischer Aufgaben.

Die in den vorhergegangenen Abschnitten erklärten vier Rechnungsarten oder vier Species (da Art im Lateinischen species heißt) bilden die Grundlage der ganzen Arithmetik*). Sie sind die unentbehrlichen Hülfsmittel zur Auflösung der Rechnungsaufgaben, die im gewöhnlichen Leben vorkommen. Es muß daher ein Jeder trachten, sich in denselben volle Fertigkeit zu verschaffen. Diese allein aber reicht noch nicht aus, sondern man muß sich auch deutlich bewußt seyn, was mit jeder der vier Arten ausgerechnet werden kann, damit zu einer vorkommenden Aufgabe nicht eine unpassende Rechnungsart angewendet wird, indem hiedurch sicher eine irrige Antwort herauskommen müßte, wenn auch im Uebrigen noch so richtig gerechnet wäre.

*) Außer den vier Species lehrt die Arithmetik noch einige andere Rechnungsarten. Da diese jedoch im gewöhnlichen Leben wenig Anwendung finden, so sind sie, dem Zwecke des vorliegenden Lehrbuches gemäß, weggelassen.

Es soll daher hier besonders aufmerksam gemacht werden, woran man bei einer Aufgabe die Rechnungsart erkennt, durch welche sie ausgerechnet werden kann. Dieses ist um so wichtiger, weil Jeder bei den Aufgaben, deren Ausrechnung ihm praktisch vorkömmt, die nöthige Rechnungsart selbst erkennen muß, während bei den Exempeln der vorigen §§. die voranstehende Regel dieses angab.

§. 45. Kennzeichen, aus welchen die Rechnungsarten erkannt werden, die zur Ausrechnung einer Aufgabe nöthig sind.

Diese Kennzeichen liegen in den Erklärungen der vier Rechnungsarten, die man in den §§. 9 und 10, 17 und 18, 23 und 25, 32 und 33 wiederholt aufmerksam durchlese und die auch hier nochmals, jedoch nur in Kürze erklärt werden sollen, damit sie jeder völlig begreife, und sich dieselben fest einpräge.

Zahlen sind keiner andern Veränderung fähig, als der Vermehrung und der Verminderung. Es kann daher auch nur zwei Hauptrechnungsarten geben.

1) Zahlen zusammenzählen oder addiren, heißt eine neue Zahl finden, die allein so groß ist, als alle gegebenen Zahlen zusammen genommen. Diese Rechnungsart ist also eine Vermehrung.

2) Zwei Zahlen zusammensetzen oder nach gleichen Stücken vermehren (multipliciren), heißt die eine Zahl so oftmal zusammenzählen oder nehmen, als die andere Zahl Einheiten zählt. Die Multiplication ist also auch eine Vermehrung, und zwar von lauter völlig gleichen Stücken, während sie bei der Addition von verschiedener Größe seyn dürfen.

3) Abziehen oder subtrahiren heißt den Unterschied zweier Zahlen finden, und dieser wird erhalten, wenn man von der einen Zahl die andere wegnimmt. Die Subtraction ist also eine Verminderungsart.

4) Theilen oder dividiren endlich heißt, eine gegebene Zahl in gleiche Theile zerlegen, sei es nun, um die Größe eines Theils zu erhalten, oder sey es um die Anzahl der Theile (bei bekannter Größe derselben) zu finden. Es ist also jedenfalls die Theilung eine Verminderungsart und zwar nach gleichen Stücken, während sie beim Subtrahiren ungleich seyn können.

Soll man nun eine Aufgabe ausrechnen, und man erkennt nicht auf den ersten Blick, welche Rechnungsart hiezu nöthig ist, so überdenke man:

a) aufmerksam den Sinn der Aufgabe, und fange nicht eher zu rechnen an, bis einem völlig klar ist, ob und welche Zahlen der Aufgabe sich vermehren oder vermindern.

b) Ist man hierüber im Klaren und hat z. B. erkannt, daß sie sich vermehren, so sieht man noch, ob die Vermehrung durch Stücke von ungleicher Größe geschieht, oder ob alle Stücke gleich groß sind. Bei ungleichen Stücken wendet man die Addition an, bei gleichen Stücken aber die Multiplication.

Hätte man aber erkannt, daß sich die Zahlen der Aufgabe vermindern, so mache man sich noch deutlich, ob diese Verminderung durch Theilung geschehe, nach dem einen oder dem andern Sinne der Theilung, und wende dann gleich die Division an; oder ob die Verminderung, der Ungleichheit der Stücke wegen, nicht durch Theilung geschehen könne, und wende dann gleich die Subtraction an.

Zuweilen kommen bei den Zahlen einer Aufgabe Wörter vor, wie z B. „getheilt", „mal", „von", „und", an welchen man die Rechnungsart sogleich erkennen kann, wenn man sich erinnert, daß „und" so wie auch „mal" eine Vermehrung, „von" und „getheilt" aber eine Verminderung anzeigen.

Es sollen nun die angegebenen Erkennungszeichen bei der Ausrechnung einiger Aufgaben angewendet werden.

§. 46. Einfache Beispiele,

zu deren Ausrechnung, außer Addition und Subtraction, eine der beiden Rechnungsarten Multiplication oder Division hinreicht.

Erstes Beispiel. Eine Escadron hat an den folgenden Tagen des Monats September Fourage empfangen. Man soll den ganzen Empfang dieses Monats finden.

Am	3t.	342	Rationen Hafer,		342	Rat. Heu u.		342	Rat.	Stroh.
„	6t.	453	„	„	456	„	„	456	„	„
„	10t.	338	„	„	338	„	„	338	„	„
„	13t.	449	„	„	452	„	„	452	„	„
„	17t.	312	„	„	317	„	„	317	„	„
„	20t.	479	„	„	483	„	„	483	„	„
„	24t.	345	„	„	345	„	„	345	„	„
„	27t.	453	„	„	460	„	„	460	„	„
Ausrechnung		3171	„	„	3193	„	„	3193	„	„

Die gleichnamigen Empfänge (z. B. am Hafer) vermehren sich. Da dieselben aber nicht alle gleiche Größe

haben, so muß der ganze Empfang durch Zusammenzählen erhalten werden. Man addire daher, wie hier oben geschehen ist, und findet die Summe: 3171 Rationen Hafer, 3193 Rat. Heu und eben so viel Rationen Stroh.

Zweites Beispiel. Die Fourage-Gebühr einer Escadron betrug, ihrem Pferdestand gemäß, im verflossenen Quartale 14 006 Rationen Hafer. Es wurden jedoch 97 Rationen durch Marodepferde erspart. Was ist demnach die eigentliche Gebührssumme?

Ausrechnung. Wegen der Ersparung durch Marodepferde wird die Gebühr vermindert, und zwar um 97 Rationen. Man zieht daher 97 von 14 006 ab (§. 20), und findet:

$$\begin{array}{r} 14006 \\ ..\;97 \\ \hline 13909 \end{array}$$

Antwort. Die eigentliche Gebührssumme ist 13 909 Rationen.

Drittes Beispiel. Was kosten 5 Pfund einer Waare, von der jedes einzelne Pfund 11 Kreuzer kostet?

Ausrechnung. 5 Pfund kosten offenbar mehr als 1 Pfd., und zwar 5mal mehr, da jedes einzelne Pfund gleichviel, nämlich 11 Kr. kostet. Man erkennt aber hieraus deutlich, daß man 11 Kr. 5mal gleichmäßig vermehren, d. i. mit 5 multipliciren müsse, und erhält 55 Kr.

$$\begin{array}{r} 11 \text{ kr.} \\ \times\; 5 \\ \hline 55 \text{ kr.} \end{array}$$

Antwort. 5 Pfund kosten 55 Kreuzer, wenn 1 Pfd. 11 kr. kostet.

Zusatz 1. Allgemein ergibt sich hieraus auch:

Wenn der Preis von einem Pfunde (od. 1 Elle, kurz von einer Einheit) bekannt ist, und der Preis von mehreren Pfunden, d. i. von mehreren gleichnamigen Einheiten ausgerechnet werden soll, so multiplicire man den Preis einer Einheit mit der Anzahl derselben.

Viertes Beispiel. Wie lange braucht 1 Mann zu einer Arbeit, die 5 Mann in 6 Tagen vollenden können?

Ausrechnung. Die 5 Mann brauchen 6 Tage; es braucht aber 1 Mann 5mal länger, also 5×6 Tag $=$ 30 Tag.

Fünftes Beispiel. Was kostet ein Pfund einer Waare, von der 12 Pfund mit 48 Kreuzer bezahlt wurden?

Ausrechnung. 1 Pfund kostet offenbar weniger als 12 Pfund, und zwar nur den 12ten Theil, da bei der nämlichen Waare auch jedes Pfund gleichviel kostet; man muß daher 48 Kreuzer in 12 gleiche Theile theilen, und erhält hiebei den Quotienten 4 Kreuzer (nach §. 33 I. Grundſ.).

Zusatz. 2. Allgemein erkennt man hieraus:

Wenn der Werth oder Preis von mehreren Ein-

heiten (Pfunden oder Ellen u. s. w.) bekannt ist, und der Werth von **einer** dieser Einheiten (Pfd. oder Elle ꝛc.) ausgerechnet werden soll, so dividire man den gegebenen Werth oder Preis durch die Anzahl. Der herauskommende Quotient gibt dann den Preis von 1 Pfund od. 1 Elle ꝛc. an.

6. Beispiel. Sechzig Kreuzer zusammen genommen nennt man einen Gulden. Wie viele Gulden geben demnach 739 Kr.?

Ausrechnung. Da man 60 kr. erst einen Gulden nennt, so geben 739 kr. weniger fl. als kr., und zwar 60mal weniger. Man muß daher die Kreuzeranzahl 60mal geringer nehmen (d. i. durch 60 dividiren) um die ihnen gleiche Guldenanzahl zu erhalten, und findet

= 12 Gulden.
73|9 kr.
:(6 |0) kr.
19 kr.

Antwort. 739 Kreuzer sind 12 Gulden 19 kr.

Uebungsbeispiele.

198) Jemand gibt am 1ten Mai aus 41 kr., am 2ten 7 kr., am 3ten 11 kr., am 4ten 29 kr., am 5ten 26 kr., am 6ten 4 kr., am 7ten 18 kr. und am 8ten 53 kr. Was zusammen?

199) Wie viel hat er an den 4 ersten Tagen mehr oder weniger verbraucht, als an den 4 letzten Tagen?

200) Wie viel hätte er ausgegeben, wenn er jeden der acht Tage so viel verbraucht hätte als am 1ten Mai?

201) Wie viele Gulden gäbe dieses?

202) Welche Ausgabe trifft auf jeden einzelnen Tag des 198sten Beispiels, wenn er jeden der 8 Tage gleichviel ausgegeben hätte?

203) Was kosten 54 Pfund Pulver, das Pfund zu 34 kr.?

204) Was kosten 118 Ellen Leinwand, die Elle zu 13 kr.?

205) Was kostet 1 ℔ Bley, wenn 41 ℔ 451 kr. kosteten?

206) Was kosten 4789 ℔, wenn 1 ℔ 3 fl. kostet?

207) Ein Pfund Eisen kostete 7 kr., was 10 890 Pfund?

208) 851 Gulden; wie viel sind's Kreuzer?

209) 4065 Kreuzer; wie viel sind's Gulden?

210) Wenn 1 Mann täglich 105 Patronen anfertigen konnte, wie viel Patronen machen 36 Mann in 1 Tag?

211) 18 Mann erlegten auf 11 Tage das Menagegeld, ein Jeder mit 4 kr. täglich; was ist die ganze Einlage in Kreuzern, in Gulden?

212) Eine Abtheilung von 86 Mann soll auf 92 Tage so mit Fleisch versehen werden, daß je 2 Mann täglich ein Pfund erhalten; wie groß muß der Vorrath seyn?

213) Wenn nun 1 Stück Schlachtvieh im Durchschnitte 550 Pfund abgibt, wie viel Stücke gebühren dieser Abtheilung?

214) Jemand, der sich jeden Werktag 46 kr. verdiente, hingegen täglich 27 kr. und jeden Sonntag das Doppelte verbrauchte, möchte wissen, wie viel ihm wöchentlich und wie viel jährlich (in 52 Wochen) übrig bleiben?

215) Von einer Arbeiter-Abtheilung konnte jeder Mann in einer Woche 3125 Infanterie-Patronen anfertigen. Wie viel Mann braucht man, um 100 000 Patronen in der nämlichen Zeit zu vollenden?

216) In einem Magazine waren 7201 Pfund Reis. Hievon wurden an die 12 Compagnien eines Regiments der Ordnung nach abgegeben: 634, 720, 498, 379, 627, 565, 459, 344, 588, 217, 586 und 696 Pfund. Wie viel Pfunde müssen übrig bleiben?

217) In einer Menage von 14 Mann, von denen jeder täglich 5 kr. einlegt, sollen eingekauft werden: 6 ℔ Fleisch das ℔ zu 8 kr., 1 ℔ Salz zu 4 kr., Grünes für 1 kr., und Brod für das übrige Geld. Es ist demgemäß der Menagezettel anzuferkigen.

218) Wie lange braucht man von Passau nach dem 84 Stunden entfernten Würzburg bei täglichen Märschen von 7 Stunden?

219) Wie lange wird man aber brauchen, wenn nach jeden 3 Marsch-Tagen ein Rasttag trifft?

220) Der Stand einer Compagnie ist 144 Gefreite und Gemeine. Hievon sind 5 krank, 17 kommandirt, 16 auf Dienst und 26 beurlaubt. Wie viel verbleiben zum Ausrücken?

221) Wenn diese Mannschaft in 2 Gliedern aufgestellt, 8 Sectionen bilden soll, zu wie viel Rotten ist dann jede Section abzutheilen?

222) Wie viele Seelen wohnen in Bayern (durchschnittlich) auf einer Quadrat-Meile? (Man sehe §. 4. Beisp. 8.)

223) Um wie viel hat die Bevölkerung Bayerns von 1827 bis 1843 zugenommen (man sehe §. 4. Beisp. 9), und was trifft hievon, bei Voraussetzung gleicher Zunahme, auf jedes Jahr?

224) Wie viel Tagwerke hält Bayern? (§. 4. Beisp. 11).

225) Im Jahre 1517 wurde zu Nürnberg das Luntenschloß erfunden. Wie lange ist dieß her im Jahre 1841?

226) Ein Fuder Heu wog 28 Centner (sammt dem Wagen). Das Gewicht des leeren Wagens wurde zu 7 Ctr. gefunden. Was kostet dieses Fuder Heu, der Ctr. zu 53 kr.?

227) Die Wegstunde hat eine Länge von 5081 Schritten

zu 30 Zoll. In welcher Zeit legt Infanterie diesen Weg zurück, a) im Lehrschritte (80 auf eine Minute)? b) im Feldschritte (108 auf 1 Minute)?

228) Wenn ein Mann in 7 Stunden 115 Kubikfuß Erde ausgräbt, wie viel dann in einer Stunde?

229) Wenn ein Mann in einer Stunde 14 Kubikfuß Erde ausgraben kann; wie viel dann 45 Mann in 6 Stunden?

230. a) Wenn ein Mann in 8 Stunden 124 Kubikfuß Erde ausgraben kann; wie viel Mann wird man brauchen, um in der nämlichen Zeit einen Graben von 58418 Kubikfuß auszuheben?

230. b) Wie lange braucht ein Mann zu einer Arbeit, die 15 Mann in 12 Tagen vollenden könnten?

230. c) Wie lange können 61 Mann mit einem Vorrath von Lebensmitteln ausreichen, mit dem 1 Mann 1 Jahr (zu 365 Tag) reichen könnte?

231) Der Schall durchläuft in jeder Secunde einen Weg von 1150 bayer. Fuß. Wie weit ist man nun von einem abgefeuerten Geschütze entfernt, wenn man zwischen dem Blitze und dem gehörten Knalle 4 Secunden zählen kann?

232) Wie viele Stunden aber ist ein Gewitter entfernt, wenn man zwischen dem Blitze und dem Donner 18 Secunden zählen kann? (12703 Fuß = 1 Stunde.)

233) Wenn man zu einem Anzuge 11 Ellen Tuch, die Elle zu 3 fl. braucht, was kosten 3850 solcher Anzüge?

234) Wie viele Pantalon, jede mit 3 Ellen, geben 20 Stück Leinwand, von denen 10 Stück jedes 29 Ellen, 7 jedes 28 Ellen und von den übrigen jedes Stück 32 Ellen hält?

235) Wie viel Patronen braucht man für 42456 Mann, wenn auf jeden Mann 85 Patronen gezählt werden.

236) Wenn ein Schäffel Korn 215 Pfund Mehl gibt, wie viel Schäffel Korn braucht man zu 879064 Pfund Mehl?

237) Wie viele Regimenter jedes zu 2064 Mann würden nöthig seyn, um das Königreich Bayern (§. 4. Beisp. 8) mit einem Gesundheits-Kordon zu umziehen; wenn man auf die Stunde 25 Mann rechnen soll?

238) Die 12 Compagnien eines Regiments können in folgender Stärke ausrücken: 3 Comp. mit 96 Mann jede; 2 Comp., jede mit 88 Mann; 5 Comp., jede mit 79 Mann; 1 Comp. mit 102 und 1 mit 67 Mann. Dieser ganze Stand soll 2 Glieder hoch aufgestellt, dann in 12 möglichst gleich starke Compagnien, und jede dieser in 8 Sectionen abgetheilt werden. a) Was ist die Stärke des Regiments? b) Wie viele Rotten hat jede Comp.? und c) wie viel jede Section?

Fragen zum sechsten Abschnitte.

1) Wie heißen die Rechnungsarten der Vermehrung und wie unterscheiden sie sich? (§. 45. 1. u. 2). **2)** Wie heißen jene der Verminderung, und wie unterscheiden sie sich? (§. 45. 3. u. 4). **3)** Wie verfährt man, um bei einer Aufgabe zu erkennen, durch welche Rechnungsart sie auszurechnen sey? (§. 45). **4)** Wenn der Preis (od. Werth) von einem Pfunde (od. 1 Elle u. s. w.) einer Waare bekannt ist, wie findet man den Preis jeder andern Anzahl gleichnamiger Einheiten, als z. B. Pfunde (oder Ellen u. s. w.) von der nämlichen Waare? (§. 45. Zus. 1.) **5)** Wenn der Preis (od. Werth) von mehreren Pfunden (oder Ellen u. s. w.) bekannt ist, wie findet man den Preis von einer dieser Einheiten, d. i. von 1 Pfund (1 Elle)? (§. 45. Zus. 2).

Anmerkungen zur 1ten und 2ten Abtheilung.

Regelmäßige Zählungsarten (Zahlensysteme) mit kleinerer oder größerer Eintheilungszahl (Grundzahl) als zehn.

I. Im §. 6. wurde schon bemerkt, daß man auch mit weniger oder mehr als zehn Grundzahlwörtern und Zahlzeichen alle Zahlen nennen und (in einer der jetzt eingeführten ähnlichen Anschreibeart) schreiben könne; hierfolgend aber soll dieses an mehreren Beispielen gezeigt werden:

1) Nimmt man nur fünf Grundzahlwörter an, nämlich: Null, eins, zwei, drei und vier, und für diese die fünf Zahlzeichen 0, 1, 2, 3 und 4; nennt sodann (4+1) Einer „eins vom 1ten höhern Rang" mit dem Rangnamen „Fünfer", ferner fünf Fünfer „eins vom zweiten höhern Rang" u. s. f., und schreibt links von den Einern den 1ten höhern Rang, links von diesen den 2ten höhern u. s. f., indem man jede Einheit der linksstehenden Ziffern fünfmal so viel gelten läßt als jede Einheit der ihr zunächst rechts stehenden, so kann man zählen:

eins, zwei, drei, vier, fünf, fünfeins, fünfzwei, fünfdrei, fünfvier, zweifünfer ꝛc. u. schreiben
1, 2, 3, 4, 10, 11, 12, 13, 14, 20, 21, ꝛc. ꝛc.

wobei die Aehnlichkeit mit unsrer Zahlensprache u. Schrift (§. 3.), wie z. B. dort drei-zehn, hier drei-fünf oder fünfdrei, augenfällig ist.

Montucla*) berichtet, daß die Jalofs, Neger nahe des Senegals, in fünftheiliger Zählungsart zählen, und zwar ben, niard, niet, guyanet, guiron d. i. eins, zwei, drei, vier, fünf, und dann guiron ben, guiron niard u. s. f., d. i. fünf-eins, fünf-zwei u. s. f., welche Zählungsart wohl vom Abzählen an den Fingern einer Hand abstammen möchte.

2) Aristoteles erwähnt eines tracischen Volkes*) mit viertheiliger Zählungsart, welches nämlich schon (3+1) Einheiten, „eins vom 1t-höhern Rang" (z. B. 1 Vierer), sodann vier Vierer „eins vom 2t-höhern Rang" u. s. f. nannte, und das also alle Zahlen mit vier Zahlzeichen (0, 1, 2 u. 3) hätte schreiben können; nämlich: eins mit 1; zwei mit 2; drei mit 3; vier mit 10 d. i. 1 Vierer; vier-eins mit 11; vier-zwei, 12; vier-drei, 13; dann zwei Vierer mit 20; zwei-Vierer und eins mit 21 u. s. f.

3) Vor Jahrtausenden sollen die Chinesen alle Zahlen nur mit zwei Zahlzeichen „0 und 1" geschrieben haben, indem sie schon (1+1) „eins vom ersthöhern Rang" (z. B. 1 Zweier) nannten und mit 10 bezeichneten, sodann zwei Zweier „eins vom zweithöhern Rang" (z. B. 1 Vierer) nannten und 100 schrieben u. s. f. In dieser Anschreibeart würden die Zahlen, eins, zwei drei, vier fünf, sechs u. s. f. der Reihe nach geschrieben werden: 1, 10, 11, 100, 101, 110 u. s. f.

*) Montucla histoire des Mathématiques Band I. Seite 44. und 45.

4) Aus Vorstehendem ist schon erkennbar, daß man jedesmal nur gerade so viele verschiedene Zahlzeichen braucht, als die Eintheilungszahl Einer zählt; wäre nun, anstatt der jetzt gebräuchlichen zehntheiligen (§. 2.) die zwölftheilige Zählungsart angenommen worden, so hätten noch zwei Zahlwörter und Zahlzeichen mehr, als wir jetzt haben, erfunden werden müssen; hingegen könnte man dann größere Zahlen mit weniger Ziffern anschreiben als jetzt. Würde man z. B. die Zahl „zehn" bezeichnen mit der Ziffer ς (gelesen zehn), und elf mit Ł (gelesen elf) so würde man in dieser zwölftheiligen Zählungsart schreiben: zwölf mit 10, d. i. 1 Zwölfer; sodann zwölf-eins oder eins-zwölf (d. i. unser jetziges drei-zehn) mit 11. u. s. f. . . ., zwölf-neun mit 19, zwölf-zehn mit 1ς, zwölf-elf mit 1Ł, zwei Zwölfer mit 20 u. s. f., und man könnte unser decadisch zweiziffriges elf (11) noch einziffrig schreiben Ł; das decadisch dreiziffrige 118 noch zweiziffrig 9ς (d. i. 9 Zwölfer + zehn) u. s. f.

So wie vom griechischen Worte deca (zehn) der Name decadik (§. 6) abgeleitet ist, so heißen übereinstimmend die zweitheilige Zählungsart die **Diadik**; die dreitheilige, **Triadik**; die vierth., **Tetradik**; die fünfth., **Pentadik**; die sechsth., **Hexadik**; . . . die zwölfth., **Duodecadik** 2c. 2c. Stellt man sich wie hier folgend, die Anschreibearten dieser Zahlensysteme übersichtlich zusammen, so erhält man:

Werth in römisch. Ziffern	II. Diadik.	III. Triadik.	IV. Tetradik.	V. Pentadik.	VI. Hexadik.	VII. Heptadik.	VIII. Octadik.	IX. Enneadik.	X. Decadik.	XI. Enneadecad.	XII. Duodecadik.	u. s. w.
	0	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	
I	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	
II	10	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**	
III	11	10	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	
IV	100	11	10	**4**	**4**	**4**	**4**	**4**	**4**	**4**	**4**	
V	101	12	11	10	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	
VI	110	20	12	11	10	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**	
VII	111	21	13	12	11	10	**7**	**7**	**7**	**7**	**7**	
VIII	1000	22	20	13	12	11	10	**8**	**8**	**8**	**8**	
IX	1001	100	21	14	13	12	11	10	**9**	**9**	**9**	
X	1010	101	22	20	14	13	12	11	10	**ς**	**ς**	
XI	1011	102	23	21	15	14	13	12	11	10	**Ł**	
XII	1100	110	30	22	20	15	14	13	12	11	10	
u. s. f.												

II. Im Rückblick auf Anmerkung I. kann es nicht schwer fallen

1) eine beliebige Zahl, die nach irgend einer Zählungsart (z. B. nach der fünftheiligen) geschrieben ist, in unsere gewöhnliche zehntheilige Zählungsart umzuschreiben: „Man multiplicire nur jede einzelne Ziffer mit ihrer Eintheilungszahl, schreibe die erhaltenen Producte decadisch an und addire dieselben." Man habe z. B. decadisch anzuschreiben die nach der fünftheiligen Zählungsart geschriebene Zahl 10324, in welcher also, von den Ziffern 4, 2, 3 0 und 1 die Eintheilungszahlen der Reihen, nach sind: 1, 5, 25, 125 und 625, und man erhält:

Pentadik.

$$10324 = \left\{\begin{array}{r} 4\,.\;\;1 \\ +\,2\,.\;\;5 \\ +\,3\,.\;\;25 \\ +\,0\,.\;125 \\ +\,1\,.\;625 \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{r} 4 \\ +\;10 \\ +\;75 \\ +\;0 \\ +\;625 \end{array}\right\} = 714$$

Decadik.

In der Diadik.

$$100111 = \left\{\begin{array}{r} 1\,.\;\;1 \\ +\,1\,.\;\;2 \\ +\,1\,.\;\;4 \\ +\,0\,.\;\;8 \\ +\,0\,.\;16 \\ +\,1\,.\;32 \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{r} 1 \\ +\;2 \\ +\;4 \\ +\;0 \\ +\;0 \\ +\;32 \end{array}\right\} = 39$$

In der Decadik.

2) Eben so leicht ist es, eine decadisch geschriebene Zahl (z. B. 13947) in irgend eine andere Zählungsart (z. B. in die Duodecadik) umzuschreiben. Nämlich: Man dividire die decadische Zahl (13947) mit der Eintheilungszahl (12) des neuen Systems; sodann den erhaltenen Quotienten wiederholt durch diese Eintheilungszahl, und fahre so fort, bis man auf einen Quotienten kömmt, der kleiner ist, als die Eintheilungszahl; der gefundene 1te Quotient ist die Anzahl Einheiten 1ten Ranges und der 1te Rest ist die anzuschreibende Ziffer vom Nullten Rang; der 2te Quotient ist vom 2ten Rang und der 2te Rest ist die anzuschreibende Ziffer vom ersthöhern Rang u. s. f. Nämlich:

Decadisch.	Ausrechnung.			Duodecadisch.
13947	= 1162	= 96	= 8	= 80ɕ3
: (12)	: (12)	: (12)		
1ter Rest 3	10	0		

Man schreibe die decadische Zahl 39 in der Diadik an:

Decadisch.	Ausrechnung.					Diadisch.
39	= 19	= 9	= 4	= 2	= 1	= 100111
: 2	: 2	: 2	: 2	: (2)		
1ter Rest 1	1	1	0	0		

III. Die in der zweiten Abtheilung angegebenen Regeln für die vier Species in decadischen Zahlen sind auch in jeder andern Zählungsart anwendbar, wenn man nur stets die Eintheilungszahl im Auge behält, und also z. B. in der Addition diadischer Zahlen für je zwei Einheiten einer aufrechten Reihe eine Einheit in die links folgende Reihe überzählt. Der Mechanismus der vier Rechnungsarten aber ist in allen Zählungsarten ganz der nämliche. Z. B.

In der Diadik.		In der Duodecadik*).	
Addition.	Subtraction.	Addition.	Subtraction.
111110	1011001	89ɕ24	1394ɕ5
+ 11011	— ·1·1·0·11	ʟ697	5·ʟ·ʟ·ɕ·6
Sa. 1011001	Rest 111110	5ʟʟɕ6	994ʟʟ
		1394ɕ5	

*) Bei diesen Rechnungen soll man die erhaltenen Zahlen nicht nach unserer Zählungsart aussprechen, also z B. im duodecadischen Additions-Beispiel nicht zählen: 6 und 7 ist dreizehn und 4 ist siebzehn, sondern „6 und 7 ist einszwölf und 4 ist fünfzwölf", schreibe 5 und behalte 1 (d. i. 1 Zwölfer) u. s. f.

In der Diadik.		In der Tedradik.	
Multiplication.	Division.	Multiplication.	Division.
11001	= 1101	321	= 223
× 1101	101000101	× 223	212103
11001	:(11001)	2223	:(321)
11001	11111	1302	2130
11001	11001	1302	2223
101000101	11001	212103	0
	11001		
	0		

IV. Aus III. ist erkennbar, daß jede beliebige Zählungsart zum Rechnen brauchbar ist; zur Beantwortung aber der Frage, welche Zählungsart die practisch brauchbarste sey, muß man Folgendes in Betracht ziehen:

1) Je kleiner die Eintheilungszahl einer Zählungsart ist, desto kleiner ist in derselben die nöthige Anzahl verschiedener Zahlzeichen, das Einsundeins (§. 12.) und das Einmaleins (§. 24.); desto leichter ist daher das Rechnen erlernt, aber desto zeitraubender ist das practische Rechnen selbst. In der Diadik z. B. kann man, ohne die Tafeln der Einsundeins und Einmaleins (§. 12 u. §. 24) zu kennen, die vier Species ausführen, muß aber weit mehr Ziffern ansetzen, als in andern Zählungsarten.

Umgekehrt sind alle diese Folgerungen, je größer die Eintheilungszahl einer Zählungsart ist. Zahlensysteme mit kleiner Grundzahl erscheinen daher nur geeignet für Völker, die noch auf einer niedern Bildungsstufe stehen, wo sie auch gefunden werden (Siehe I.), und so umgekehrt.

2) Je mehr verschiedene Factoren die Eintheilungszahl einer Zählungsart hat, desto leichter schließt sich dieselbe den im bürgerlichen Verkehr angenommenen Eintheilungen von Münz, Maaß 2c. an, und desto leichter wird daher das Rechnen in benannten Zahlen (Folg. Abtheil.). Da z. B. 10 nur die Factoren 2 und 5, die Zahl 12 hingegen 2, 3, 4, und 6 als Factoren hat, die so häufig bei Münz-, Maaß-Eintheilungen 2c. (§. 48.) vorkommen, so wäre 12 als Grundzahl unserer Zählungsart practisch viel brauchbarer als 10. Da überdieß durch das Erlernen von zwei neuen Zahlzeichen (z. B. von ϱ und Ł), und eines etwas erweiterten Einsundeins und Einmaleins die 4 Species unbedeutend schwerer zu erlernen wären, so wäre sehr zu wünschen, daß unsere Vorfahren 12, anstatt 10, als Eintheilungszahl unserer Zählungsart angenommen hätten, was sie auch sicher gethan haben würden, wenn die Fingerzahl ihrer beiden Hände 12, anstatt 10, gewesen wäre. Daß uns jetzt das Rechnen mit unsern zehntheiligen Zahlen schneller von der Hand geht, und also leichter erscheint, als mit Zahlen irgend einer andern Zählungsart, beruht nur darauf, daß wir in der Decadik von Kindheit auf eingeübt wurden. Dieser Grund, und dann noch, daß alle Völker, mit denen wir im Verkehr stehen, die 10theilige Zählungsart angenommen haben und mit ihr rechnen, entscheidet für die Beibehaltung derselben, wenn auch gleich die Duodecadik als practischer erkannt werden muß. Wäre nicht die allzu große Menge von 60 verschiedenen Zahlzeichen hinderlich, so würde die 60theilige Zählungsart, wegen der vielen Factoren von 60, nämlich 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20 und 30 sehr brauchbar erscheinen.

Dritte Abtheilung.
Die vier Rechnungsarten mit mehrfach benannten Zahlen.

Erster Abschnitt.
Die gesetzlich bestimmten Eintheilungen bei Münz, Maaß und Gewicht in Bayern.

§. 47. Erklärung.

Die Namen der Haupteinheiten als Gulden, Pfund 2c., dann ihre Eintheilung in niedere und Zusammenfassung in höhere Einheiten, stehen bereits auf Seite 2 unter b. und c. Diese Eintheilung und Zusammenfassung geschieht aber weder so regelmäßig mit 10, wie in unsrer Zählungsart (§. 6), noch sind die verschiedenen Haupteinheiten nach einerlei Art eingetheilt, sondern es besteht für den Gulden eine andere Eintheilung, als für das Pfund, für dieses wieder eine andere, als für den Fuß u. s. f. Man muß daher diese Eintheilungen für die verschiedenen Haupteinheiten einzeln kennen lernen, zu welchem Zwecke sie in den hier folgenden §§. zusammen getragen sind.

§. 48. Die Eintheilung beim Gelde.

Der Gulden (§. 188) ist die Haupteinheit. Dieser wird in 60 gleiche Theile getheilt, die Kreuzer heißen; der Kreuzer wird sodann in 4 Pfennig, und der Pfennig noch in 2 Heller abgetheilt.

Demnach ist **1 fl. = 60 kr. = 240 pf. = 480 hl.**
1 kr. = 4 pf. = 8 hl.
1 pf. = 2 hl.

Auf der königlichen Münze werden ausgeprägt:

in Kupfer: Heller, Pfennig- und Zweipfennig-Stücke;
in Silber: Einkreuzer-, Dreikreuzer- (Groschen) und Sechskreuzer-Stücke (als Scheidemünzen).
Doppelvereinsthaler im Werthe zu . 3 fl. 30 kr.
Vereinsthaler im Werthe zu . . . 1 fl. 45 kr.
Zweigulden-, Eingulden- und Halbgulden-Stücke, (als Landesmünzen im Werth zu 2 fl., 1 fl. und 30 kr.)

† In Gold: **Ganze Kronen zu . . . . 16 fl.**
Halbe Kronen zu . . . . 8 fl.

Aeltere noch im Lauf befindliche Münzsorten:

In Silber: **Kronenthaler im Werthe zu . . . 2 fl. 42 kr.**
Aeltere Conventions-, Bayer.- oder Species- auch Geschichts-Thaler (bis 1837) im Werthe zu 2 fl. 27 kr.

† In Gold: **Ducaten zu . . . . 5 fl. 30 kr.**

Anmerkung 1. Den innern Werth des Guldens, so wie den Werth von ausländischen Münzen rc. findet man im ersten Anhange §. 189 u. flgd. Dort ist auch die Abhängigkeit der Haupteinheiten von einander erklärt.

† Anmerkung 2. Der Preis der Goldstücke ist wechselnd wie der einer Waare; so wird für einen Ducaten 5 fl. 30 kr. bis 5 fl. 36 kr. und mehr bezahlt; für die Ganze Krone 16 fl. bis 16 fl. 12 kr. und mehr.

Anmerkung 3. Im gewöhnlichen Verkehre versteht man unter einer Caroline oder einem Louisd'or immer einen Werth von 11 fl., und unter Reichsthaler, eine Rechnungs- oder gedachte Münze im Werthe zu 1 fl. 30 kr.

§. 49. Die Eintheilung des Handelsgewichtes.

a) Die Haupteinheit ist das bayerische Pfund (§. 189). Dieses wird eingetheilt in 32 gleiche Theile, welche Lothe heißen, das Loth wieder in 4 gleiche Theile, die man Quint nennt, und das Quint in 4 Pfenniggewicht. 100 Pfund zusammen heißen 1 Zentner. (Pfund wird bezeichnet mit ℔ von libera.) Demgemäß ist:

1 Ztr. = 100 ℔ = 3200 Loth = 12800 Quint.
1 ℔ = **32 Loth** = 128 Quint.
1 Loth = **4 Quint.**

b) Für die Frachten auf der Post und den Eisenbahnen dient das Zollpfund. — 100 Zollpfund = 1 Zoll-Zentner, und 1 Zoll.-℔ = 30 Zoll-Loth.

Anmerkung. 28 Zollpfund = 25 ℔ bayer. Handelsgewicht, da 1 Zoll-℔ = 500 franz. Grammen und 1 bayer. Handels-℔ = 560 franz. Grammen.

§. 50. Eintheilung und verschiedene Einheiten des Längenmaaßes.

a) Der alte bayerische Fuß ist die Haupteinheit für das Längenmaaß (§. 189). Für diesen sind zweierlei Eintheilungen angenommen.

1) **Die zwölftheilige oder Duodecimal-Eintheilung.**

Diese Eintheilung ist regelmäßig und hat 12 als Eintheilungszahl. Es werden nämlich 12 Fuß zusammen eine Ruthe genannt; ferner wird der Fuß in 12 Zoll getheilt,

der Zoll wieder in 12 Linien und die Linie endlich noch in 12 Scrupel.

In der zwölftheiligen Eintheilung ist daher:

$$\left.\begin{array}{l} 1^0 = 12^I = 144^{II} = 1728^{III} = 20\,736^{IV} \\ \quad 1' = 12'' = 144''' = 1\,728^{IV} \\ \qquad 1'' = 12''' = 144^{IV} \\ \qquad\quad 1''' = 1^{IV} \end{array}\right\}$$

Wobei Ruthe mit ^{0} Fuß mit ^{I} (od. $'$) Zoll mit ^{II} (od. $''$) Linie mit ^{III} (od. $'''$) und Scrupel mit ^{IV} (od. $''''$) bezeichnet ist.

2) **Die zehntheilige oder Dezimal-Eintheilung.**

Auch diese Eintheilung ist regelmäßig; die Eintheilungszahl aber ist 10, wie in unserer Zählungsart. Es werden nämlich 10 bayerische Fuß zusammen eine Dezimal- oder geometrische Ruthe genannt; der 10te Theil des Fußes heißt Dezimal-Zoll u. s. f., so daß

$$\begin{array}{l} 1^0 \text{Dz.} = 10^I = 100^{II} \text{Dz.} = 1000^{III} \text{Dz.} = 10\,000^{IV} \text{Dz.} \\ \quad 1' = 10'' \text{Dz.} = 100''' \text{Dz.} = 1000^{IV} \text{Dz.} \\ \qquad 1'' \text{Dz.} = 10''' \text{Dz.} = 100^{IV} \text{Dz.} \\ \qquad\quad 1''' \text{Dz.} = 10^{IV} \text{Dz. ist.} \end{array}$$

In beiden Eintheilungen ist der bayerische Fuß die gleiche Haupteinheit, alle andern Einheiten aber sind verschieden. Man muß daher, um Irrungen zu vermeiden, bei jeder Länge (ausgenommen sie enthalte nur Fuß) dazu setzen, ob sie im zehntheiligen (Dz.) oder zwölftheiligen (Ddz.) Maaße zu verstehen sey. Im bürgerlichen Verkehre ist die zwölftheilige, bei dem Feldmessen nur die zehntheilige Eintheilung im Gebrauche, daher man auch Werkmaaß anstatt Ddz. Maaß, und geometrisches Maaß anstatt Dz. Maaß sagt.

b) Die bayerische Elle hat die Länge von 2 bayer. Fuß und $10\frac{1}{4}$ Zoll Ddz. oder von $34\frac{1}{4}''$ Ddz. Diese wird in 2 halbe, 4 Viertel-, 8 Achtel-, 16 Sechszehntel-, 3 Drittel-, 6 Sechstel- und 12 Zwölftel-Ellen abgetheilt.

c) Die Klafter hat die Länge von 6 bayer. Fuß.

d) Der Schritt hält 30 Zoll Ddz. (n. d. Reglement). } Sieh

e) Die Faust hält 4 rhein. Zoll (Maaß b. Pferden). } §. 189.

f) Die Meile ist 25406 bayerische Fuß lang.

g) Die bayer. Post- oder geometr. Stunde hält $\frac{1}{2}$ Meile oder 12 703 Fuß. Nach dieser sind auf den bayerischen Landstraßen die Stundensäulen gesetzt. Die Poststunde ist eingetheilt in 2 halbe, 4 Viertel- und 8 Achtel-Säulen. Ein Weg von 4 Poststunden heißt eine Poststation. (Weg-

stunden und Zeitstunden dürfen nicht miteinander verwechselt werden.)

Anmerkung. Sobald man die hier voranstehenden Eintheilungen kennt, gehe man zur Rechnung mit mehrfach benannten Zahlen über (§. 58), und merke sich die noch weiter folgenden Eintheilungen nach und nach bei der Ausrechnung der Aufgaben.

§. 51. Eintheilung der Flächenmaaße.

a) Die Haupteinheit heißt Quadrat-Fuß. Dieser ist ein rechtwinkliges Viereck, von welchem jede Seite einen bayerischen Fuß lang ist.

Für den Quadrat-Fuß, der mit □′ bezeichnet wird, bestehen wie für den Längenfuß zwei Eintheilungen, nämlich:

1) **Die Duodezimal- oder zwölftheilige Eintheilung**, in welcher
1 □° Ddz. = 144 □′
1 □′ = 144 □″ Ddz.
1 □″ = 144 □‴ Ddz.
1 □‴ = 144 □^{IV} Ddz.

(Quad.-Ruthe ist bezeichnet mit □°, Quadrat Zoll mit □″ 2c.)

2) **Die Dezimal- oder zehntheilige Eintheilung**, in welcher
1 □° Dz. = 100 □′
1 □′ = 100 □″ Dz.
1 □″ = 100 □‴ Dz.
1 □‴ = 100 □^{IV} Dz.

Der □′ hat (wie der Längen-Fuß) weder das Zeichen (Ddz.) noch (Dz.), weil er in den beiden Eintheilungen ein und derselbe ist.

b) Die Quadratmeile hält 645464836 □′; sie dient, um die Größe der Länder anzugeben; so z. B. hält Bayern $1381\frac{1}{4}$ □ Meilen.

c) Der bayerische Morgen (auch Tagwerk, Jauchart oder Juchert genannt) hält 40000 bayerische □ Fuß = 400 Dezimal-Quadrat-Ruthen. Das Tagwerk ist die Maaßeinheit zur Bestimmung der Größe von Feldern, Wiesen u. s. w. und wird eingetheilt in 100 Dezimalen, so daß eine Dezimale = 400 □ Fuß oder 4 □ Ruthen Dz. ist. Wenn das Tagwerk in Quadratform ist, so hat jede seiner Seiten die Länge von 200 bayer. Fuß.

(Eine bayer. □ Meile = $16136\frac{5}{8}$ Tagw. sehr nahe.)

§. 52. Eintheilung der Körpermaaße.

a) Ein Würfel, von dem jede Kante die Länge eines bayerischen Fußes hat, ist die Haupteinheit und heißt Kubikfuß. Dieser wird mit K′. oder c′. bezeichnet und auch auf zweierlei Arten eingetheilt.

1) In zwölftheiliges (Duodezimal-) Körper-Maaß.

1K⁰Ddz = 1728K′.

1 = 1728K″.Ddz.

1 = 1728K‴.Ddz.

1 = 1728K^{IV}.Ddz.

2) In zehntheiliges (Dezimal-) Körper-Maaß.

1K⁰Dz. = 1000K′.

1 = 1000K″.Dz.

1 = 1000K‴.Dz.

1 = 1000K^{IV}.Dz.

Der Kubik-Fuß ist wieder in beiden Eintheilungen der nämliche, alle andere Einheiten aber sind verschieden.

b) Die Kubik-Meile ist ein Würfel, von dem jede Kante die Länge einer Meile hat.

c) Körpermaaß für Holz.

Die Klafter ist die Haupteinheit. Sie ist bei $3\frac{1}{2}$ Fuß Scheiterlänge, 6 Fuß hoch und 6 Fuß lang. Die Scheiter werden sorgfältig ins Maaß gelegt und der Inhalt der Klafter ist 126 Kubik-Fuß. Die Höhe der Klafter, zu 6 Fuß, wird in 60 Dezimal-Zolle eingetheilt und man nennt jede von 60 Holzlagen, zu 1 Dez.-Zoll Höhe, einen Klafter-Zoll. Auch wird die Klafter eingetheilt in 2 halbe oder in 4 Viertel-, oder in 8 Achtel-Klafter.

d) Körpermaaße für Flüssigkeiten (Hohlmaaße).

Die Maaßkanne ist die Haupteinheit. Sie enthält 43 bayerische zehntheilige Kubik-Zoll. 64 Maaß heißen ein Visir-Eimer (wie ihn die Wirthe erhalten), und 60 Maaß ein Schenk-Eimer (der im gewöhnlichen Verkehre vorkömmt).

Die Maaß wird abgetheilt in 2 Halbe (oder Seidel), die Halbe in 2 Quart (oder Schoppen), und das Quart in 2 Achterl (oder $\frac{1}{2}$ Schoppen).

2 Eimer heißen eine Ohm und 6 Ohm ein Fuder (beim Wein).

e) Körpermaaße für alle Sorten Getreide und Mehl.

Der altbayerische Metzen ist die Haupteinheit. Dieser Metzen hält $34\frac{2}{3}$ bayerische Maaßkannen.

Sechs Metzen zusammen genommen, heißen ein Schäffel (= 208 Maaß).

Die Unterabtheilung des Metzens geschieht regelmäßig mit 2; nämlich 1 Metzen in 2 halbe Metzen (Viertel genannt), der halbe Metzen in 2 Viertelmetzen (halbe

Viertel genannt), der Viertelmetzen in 2 Achtelmetzen, der Achtelmetzen in 2 Sechszehntelmetzen und der Sechszehntelmetzen in 2 Dreißiger.

Dieses ist die gesetzliche Eintheilung (von 1809); da sie aber viele Abtheilungen hat, so besteht im Verkehre folgende einfachere Eintheilung, welche jedoch in der Hauptsache mit der gesetzlichen übereinstimmt.

1 **Metz.** = 2 **Viert.** (eigentl. $\frac{1}{2}$ Mtz.) = 16 Mäßlein = 32 Dreißig.
1 **Viert.** (eigentl. $\frac{1}{2}$ Mtz.) = 8 **Mäßlein** = 16 Dreißig.
1 **Mäßlein** = 2 **Dreißig.**

Demnach ist auch:

1 Schäffel = 6 Metzen = 12 Viertel = 96 Mäßlein = 192 Drßg.

f) Körpermaaß für Kalk.

Der obige Metzen ist auch hier die Haupteinheit, nur daß er die Form eines abgekürzten Kegels hat, und beim Messen gehäuft wird. Sechs Metzen geben ein Schäffel, und 24 Metzen ein Mudd.

§. 53. Apotheker- und Münzgewicht.

a) Das Apotheker-Pfund ist die Haupteinheit des Apotheker-Gewichtes (14 Apotheker-Pfund geben genau 9 bayerische Pfund Handels-Gewicht). Die Eintheilung des Apotheker-Pfundes ist:

1 **Pfund** = 12 **Unzen** (℥);
1 **Unze** = 8 **Drachmen** (ʒ);
1 **Drachme** = 3 **Scrupel** (℈);
1 **Scrupel** = 20 **Gran** (g̈).

b) Als Haupteinheit des Münzgewichts ist ausschließend das Zoll-Pfund (zufolge Münzvertrags vom 24. Jän. 1857) vorgeschrieben (Sieh §. 49. b.), jedoch mit der Eintheilung in 1000 Tausendtheile, und der Tausendtheil in 1000 Subtausendtheile. Ein Zehntel des Tausendtheils heißt ein Aß; so daß

1 Münz-℔ = 1000 Tsendth. = 10 000 Aß = 1000 000 Subtsdth.
1 „ = 10 „ = 1000 „
1 „ = 100 „

c) Die Gewichtshaupteinheit der Gold- und Silber-Arbeiter ist die Mark = Einhalbpfund bayer. Handelsgewicht, mit den folgenden Eintheilungen:

1 ℔ = 2 Mark.

dann für Gold: **1 Mark in 24 Karat**, den Karat in 12 Grän;
und für Silber: **1 Mark in 16 Loth**, zu 4 Quentch., zu 4 Pfennig (dl.)

Die Goldarbeiter haben auch noch für Gold:
a) das Ducatengewicht: 1 Mark*) = 67 Ducaten, zu 60 Gran;
b) das Kronengewicht: 1 Mark*) = 72 Kronen.

§. 54. Papier-Maaß.

Man geht von dem **Bogen** als Einheit aus.
24 **Bogen** heißen 1 **Buch** (Beim Druckpapier 25 Bogen)
20 **Buch** = 1 **Rieß**;
10 **Rieß** = 1 **Ballen**.

§. 55. Maaße nach Stücken.

2 Stücke heißen ein **Paar**.	4 Mandel heißen 1 **Schock**.
12 " " ein **Dutzend**.	60 Bund (Stroh rc.) h. 1 **Schober**.
15 " " eine **Mandel**.	25 Federn heißen 1 **Bund**.

§. 56. Zeit-Eintheilung.

Aus der Natur sind 2 Haupteinheiten entnommen:
1) der Tag; 2) das Jahr.

1) Der Tag ist die Zeit, welche die Erde zu einer vollständigen Umdrehung um ihre Achse braucht, binnen welcher also Nacht und Tag miteinander abgewechselt haben. Diese Haupteinheit wird in 24 gleiche Theile getheilt, welche Stunden heißen. Die Stunde wird ferner in 60 gleiche Minuten und die Minute wieder in 60 gleiche Secunden eingetheilt. Die Stunden werden von Mitternacht an (welche im gewöhnlichen Leben als Tagesanfang genommen ist) bis Mittag gezählt, und von da an auf's Neue bis wieder Mitternacht, jedesmal von 0 bis 12.

2) Das Jahr ist die Dauer eines Umlaufs der Erde um die Sonne, und hiezu braucht die Erde nahe an 365 Tage und 6 Stunden. Die 6 Stunden werden 3 Jahre hintereinander ausgelassen, und dafür dem folgenden vierten Jahre ein ganzer Tag (da 4×6 Stunden = 24 St. = 1 Tag ist) zugezählt oder eingeschaltet. Die Jahre zu 365 Tag heißen gemeine Jahre, und das vierte zu 366 Tag wird Schaltjahr genannt. Letztere sind erkennbar an ihren durch 4 ohne Rest theilbaren Jahreszahlen, wie z. B. 1860, 1864, 1868, 1872 u. s. f.

*) Die Mark = 233,855 franz. Gramm, siehe §. 189.

Das Jahr wird in 12 Theile getheilt, die nicht alle gleiche Länge haben, und Monate heißen. Die Namen und Längen derselben sind:

der 1te heißt Januar,	und zählt 31 Tage jeder.	Der 4te heißt April,	u. zählt jed. 30 T.
„ 3te „ März,		„ 6te „ Juni,	
„ 5te „ Mai,		„ 9te „ September,	
„ 7te „ Juli,		„ 11te „ November,	
„ 8te „ August,		Der 2te „ Februar, und	
„ 10te „ October,		zählt im gemeinen Jahre 28, in	
und 12te „ Dezember,		jedem Schaltjahre aber 29 Tage.	

Ferner heißen noch:

100 Jahre ein Jahrhundert (Saeculum);
7 Tage eine Woche; 3 Monate ein Quartal, und
2 Quartal zusammen ein Semester.

Das Kalenderjahr fängt den 1ten Januar an, das Etatsjahr (Rechnungsjahr) im Königreiche Bayern aber den 1ten October; daher hat im Etasjahr
das Ite Quartal 92 Tage (October, November, Dezember);
das IIte Qtl. 90 [im Schaltj. 91] Tage (Januar, Februar, März);
das IIIte Quartal 91 Tage (April, Mai, Juni);
das IVte Quartal 92 Tage (Juli, August, September).

In manchen Fällen (z. B. bei Zinszahlungen) ist es der leichtern Rechnung wegen gewöhnlich, jeden Monat gleichmäßig zu 30 Tag, also das Jahr zu 360 Tag anzunehmen.

Anmerkung. Schon vor Jahrtausenden war die Jahresdauer zu 365 Tag 6 Stund beobachtet worden. Die Einrichtung der 6 Stunden (= $\frac{1}{4}$ Tag) aber geschah bei den Völkern auf verschiedene Art. Julius Cäsar befahl (45 Jahre vor Christi Geburt), daß in der römischen Zeitrechnung diese 6 Stunden, jedesmal von vier Jahren vereint, im vierten Jahre als ganzer Tag einzuschalten seyen; und nach ihm heißt diese Zeitrechnung die Julianische.

Genauere Beobachtungen zeigten in der Folge die obige Jahresdauer als etwas zu groß (um 11 Min. 12 Sec., nach den neuesten Beobachtungen), so daß im Verlaufe von Jahrhunderten zu viel Tage eingeschaltet wurden, und daher die im Kalender angezeigten Frühlings-Anfänge nicht mehr ganz mit jenen der Natur übereinstimmten. Um dieß wieder herzustellen, verordnete die Kirchenversammlung zu Nicäa (im Jahr 325 nach Chr. G.) die, von 45 vor Chr. G. bis 325 nach Chr. G. zu viel eingeschalteten 3 Tage aus dem Kalender wegzuwerfen. Da sie jedoch die julianische Zeitrechnung fernerhin bestehen ließ, so war im 16ten Jahrhundert der Fehler wieder auf 10 Tage angewachsen.

Papst Gregor XIII. verbesserte (im Jahre 1582) diesen Fehler der julianischen Zeitrechnung gründlich, indem er mit Einstimmung der katholischen Regenten verordnete: 1) die von 325 bis 1582 zu viel eingeschalteten 10 Tage aus dem Kalender wegzuwerfen (5ten mit 14ten October 1582), und 2) von nun an alle 400 Jahre um 3 Schaltjahre

weniger als bisher zu nehmen; und zwar in der Art, daß unter den Säcularjahren nur diejenigen Schaltjahre seyn sollten, deren Jahreszahl auch ohne Einrechnung der Einer- und Zehnerziffer, durch 4 ohne Rest theilbar sind, wie z. B. **16**00, **20**00, **24**00 u. s. f.: die übrigen aber wie z. B. 1700, 1800, 1900, 2100 ꝛc. sollen gemeine Jahre seyn.

Das nichtkatholische Teutschland, Dänemark und Schweden nahmen diese verbesserte Zeitrechnung, welche die Gregorianische oder der neue Styl heißt, erst mit dem Jahr 1700, England erst 1751 an, und die griechische Kirche hat noch bis jetzt den julianischen Kalender, oder den alten Styl beibehalten. Der Unterschied beider Style beträgt jetzt 12 Tage, um welche alle Zeitangaben der Griechen und Russen gegen die unsrigen zurück, oder wir voraus sind. Zu jedem Datum nach altem Style, müssen daher 12 Tage hinzugezählt werden, um dasselbe nach unserm Kalender oder im neuen Style anzugeben; sowie man umgekehrt 12 Tage von unsern Daten abziehen muß, um sie in Daten alten Styls zu verwandeln. Sollte die griechische Kirche den alten Styl Jahrtausende beibehalten, so wird ihr Kalender den Winter angeben, wenn in Wirklichkeit Frühling, Sommer u. s. f. ist.

§. 57. Anschreibeart mehrfach benannter Zahlen.

Hat man nun mehrfach benannte Zahlen anzuschreiben, so fange man mit der höchsten Gattung an, und schreibe die übrigen der Ordnung nach rechts daneben, indem man jeder Gattung das für ihren Namen eingeführte Zeichen beisetzt. So z. B. bedeutet:

a) 25 fl. 36 kr. 7 hl. die Summe von
25 Gulden, mehr 36 Kreuzer, mehr 7 Heller.

b) $17^0\ 8'\ 3''\ 9'''\ 11^{IV}$ Ddz. die Länge von 17 Ruthen + 8 Fuß + 3 Zoll + 9 Linien + 11 Scrupel im 12thl. Maaß.

c) 29 Ctr. 7 ℔ 8 Lth. 3 Qt. bedeutet die Schwere von 29 Centner + 7 Pfund + 8 Loth + 3 Quint; u. s. w.

Anmerkung. Jede unserer mehrziffrigen Zahlen ist eine mehrfach benannte Zahl; so ist schon (§. 11. Anmerkung) gezeigt, daß 842 die Bedeutung hat von 8 Hunderten, 4 Zehnern und 2 Einern; die Eintheilungszahl dabei aber ist regelmäßig 10 und durch das angenommene einfache Gesetz des Nebeneinanderschreibens der Ziffern (§. 2.) ist man des Anschreibens der Rangnamen, „Einer, Zehner, Hunderter u. s. w." überhoben.

Hätten unsere Vorfahren diese regelmäßige Eintheilung mit 10., d. i. mit der Grundzahl der angenommenen Zählungsart, auch bei Geld, Maaß und Gewicht eingehalten, so könnten wir jede mehrfach benannte Zahl, sey es nun in Geld, in Maaß oder in Gewicht, eben so einfach schreiben und damit gerade so wie mit einfach benannten Zahlen rechnen. Wäre z. B. das Pfund in 10 Loth, das Loth in 10 Quint getheilt, und etwa 10 Pfund ein Zentner genannt, so könnte man 29 Zentner, 7 Pfund, 8 Loth und 3 Quint einfach so schreiben: 29 783 Quint, und damit wie in der II. Abtheilung rechnen.

Da wir aber dieses Vortheils entbehren, und dennoch mehrfach benannte Zahlen häufig vorkommen, so muß man die vier Rechnungsarten (species) der vorigen Abtheilung auch auf mehrfach benannte Zahlen der verschiedenen eingeführten Eintheilungen anwenden lernen; und die Anweisung hiezu wird die gegenwärtige dritte Abtheilung enthalten.

So wünschenswerth es nun auch für das Rechnen wäre, alles Geld, Maaß und Gewicht nach unserer zehntheiligen regelmäßigen Zählungsart eingetheilt zu haben, so darf man doch nicht verkennen, daß die jetzt üblichen Eintheilungen, die meistens mit den Zahlen 2, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32 und 60 geschehen, auch Vorzüge haben. So z. B. passen sich diese Zahlen wegen ihrer theils geringern, theils bedeutendern Größe als 10, häufig den Bedürfnissen des Verkehres besser an; ferner sind sie mehrerer Theilungen ohne Rest fähig als die Zahlen 10 oder 100 u. s. f. So z. B. ist 60 ohne Rest theilbar durch 2; 3; 4; 5; 6; 10; 12; 15; 20 und 30, während das beinahe nochmal so große 100 sich nur durch 2; 4; 5; 10; 20; 25 und 50 ohne Rest theilen läßt; 10 nur durch 2 und 5; 12 durch 2, 3, 4 und 6. Aus dem letztern Grunde wäre auch die Annahme der Duodecadik als allgemeine Zählungsart practischer gewesen als die Decadik (§. 46. Anmerk.).

Mit einemmal alle Eintheilungen in zehntheilige zu ändern, oder eine andere Zählungsart, z. B. die Duodecadik, anzunehmen, wozu auch schon Vorschläge gemacht wurden, würde schon aus diesem Grunde lange brauchen, bis sie im gewöhnlichen Verkehr vollkommen Eingang fände; mehr aber noch, weil sich einem Jeden an diese von Kindheit auf gewöhnte Eintheilungen manche Erfahrungen knüpfen, die durch eine Aenderung verloren gingen. Dieses zeigt sich deutlich in Frankreich, wo schon vor mehr als 60 Jahren mit einemmale alle frühern Eintheilungen abgeschafft und dafür zehntheilige eingeführt wurden, ohne daß sie dortselbst bis jetzt allgemeine Anwendung gefunden hätten.

Zweiter Abschnitt.

Namenveränderungen oder einfache Verwandlungen benannter Zahlen, auch einfache Reductionen genannt.

§. 58. Erklärung.

Wenn man eine benannte Zahl von einem höhern Namen auf einen niedern (z. B. Gulden auf Kreuzer) bringen oder umgekehrt (Kreuzer in Gulden) verwandeln soll, so nennt man die Rechnung hiezu eine einfache Namenveränderung oder einfache Reduction.

Anmerkung. Zusammengesetzte Namenveränderungen, Verwandlungen oder Reductionen, nennt man jene, durch welche Münz, oder Maaß oder Gewicht eines Landes in das eines andern verwandelt wird; also z. B. nicht Gulden in Kreuzer, sondern Gulden in preußisches oder französisches Geld ꝛc. Hievon aber kann erst in einer spätern Abtheilung die Rede seyn.

§. 59. Verwandlung benannter Zahlen von höherm Namen in niedern Namen.

Die gegebene Zahl kann entweder mehrfach benannt seyn, oder auch einfach. So kann man z. B. entweder 1) 24 fl. 13 kr. 5 hl. oder 2) 143 fl. in Heller zu verwandeln haben.

Allgemeine Regel. Die Zahl von höherm Namen wird mit der Eintheilungszahl multiplicirt, und zum Producte die Zahl des etwa vorhandenen nächst niedern Namens addirt.

```
1) 24 fl. 13 kr. 5 hl.
   × 60
   1453 kr.     5 hl.
   × 8
   11629 hl.
```

Es wurde 24 mit 60 kr. (d. i. mit der Eintheilungszahl von Gulden auf Kreuzer) in gewöhnlicher Art multiplicirt, nur daß zum Producte, gleich im Kopfe, die vorhandenen 13 kr. addirt wurden. Man sagte nämlich 0 kr. (von den 60) und 3 kr. (von den 13 kr.) ist 3 kr; dann 6mal 4 ist 24 und 1 (nämlich 1 Zehner von den 13 kr.) gibt 25, schreibe 5 und behalte 2; dann 6mal 2 ist 12 und 2 im Sinn gibt 14. Die erhaltenen 1453 kr. wurden nun noch mit 8 (d. i. mit der Eintheilungszahl von kr. auf hl.) multiplicirt und zum Producte die oberhalb stehenden 5 hl. gleich im Kopfe zugezählt. **Antwort.** Man findet, daß 24 fl. 13 kr. 5 hl. = 11629 Heller.

```
2) 143 fl.
   × 60
   8580 kr.
   × 8
   68640 hl.
```

Es wurde 143 mit 60 (der Eintheilungszahl von Gulden auf Kreuzer) multiplicirt. Man erhielt 8580 kr. Diese wurden noch mit 8 (d. i. mit der Eintheilungszahl von kr. auf hl.) multiplicirt, wodurch man die Zahl 68 640 hl. bekömmt, welche einerlei Werth mit 143 fl. hat.

Der Grund der obigen Regel ist einfach wie folgt: Jeder einzelne Gulden hält 60 kr., demnach enthalten 24 Gulden 24mal so viel. Man muß also 60 kr. 24mal nehmen (nach §. 23). Hiebei ist aber 60 kr. das Einfache und 24 der unbenannte Anzeiger; daher hat das Product den Namen kr. (§. 25. I.), so daß man zu ihm die gleichartigen 13 kr. gleich addiren kann und dadurch 1440 kr. + 13 kr. = 1453 kr. erhält. Derselbe Schluß wiederholt sich bei der Verwandlung dieser 1453 kr. 5 hl. in Heller, und eben so bei jedem andern Namen als z. B. Ztr. oder Fuß u. s. f., so daß man sich bei jedem Beispiele von der Richtigkeit der Verwandlung in gleicher Art überzeugen kann.

Zur deutlichen Einsicht der Ausrechnung folgen hier noch einige Verwandlungen.

a) 13 Zentr., wie viel sind es Pfund? Wie viel Loth? Quint?
b) 8 Ztr. 59 ℔ 23 Lth., w. v. „ ? „ „ „ ? „ ?
c) 9° 11′ 0″ 8‴ Ddz., w. v. sind's Fuß? Zoll? Lin.? Scrupel?
d) 81° 9′ 6″ Dz., wie viel Zoll sind es?

a) 13 Zenter
× 100
1300
× 32
26
39
41600 Loth.
× 4
166400 Quint.

b) 8 Ztr. 59 ℔ 23 Loth.
100
859 ℔. 23 Loth.
× 32
1718
2577
27511 Lth.
× 4
110044 Quint.

c) 9° 11′ 0″ 8‴ Ddz.
× 12
119′ 0″ 8‴
× 12
1428″ 8‴
× 12
17144‴
× 12
205728^{IV} Ddz.

d) 81° 9′ 6″ Dz.
8196″ Dez.

a) und b) bedürfen keiner Erklärung. Bei c) ist mit 12 nach der VI. Abkürzung §. 43 multiplicirt.
Bei d) sind um 81° 9′ 6″ Dz. auf Zoll zu bringen, die Ziffern gleich nebeneinander geschrieben, denn im zehntheiligen Maaße sind die (9) Fuß die Zehner von den Zollen, und die (81) Ruthen sind die Hunderter von den Zollen (§. 50.).

Uebungsbeispiele.

239) 283 fl., wie viel sind es Heller?
240) 309 fl. 3 pf., wie viel sind es Pfennige?
241) 75 fl. 49 kr. 6 hl., wie viel sind es Heller?
242) Wie viel Loth geben 21 Ztr. 83 Pfund 29 Loth?
243) 39° 8′ 10″ Ddz., wie viel sind es Duodez. Linien?
244) Wie viele Zoll (zwölfth.) hält die bayerische Elle?
245) Eine bayer. Poststunde, wie viel sind es Ddz. Zoll?
246) 5 Ohm 1 Eimer 39 Maaß, wie viel sind es Halbe?
247) 2 Ballen 7 Rieß 16 Buch, wie viel sind es Bögen?

§. 60. Verwandlung benannter Zahlen von niederm Namen auf höhern.

Regel. **Wenn ein niederer Name in einen höhern verwandelt werden soll, so muß die Zahl vom niedern Namen durch die Eintheilungszahl dividirt werden.** Der so gefundene Quotient ist vom höhern, der Rest aber, wenn einer bleibt, vom niedern Namen.

Diese Namenveränderung ist gerade das Gegentheil von der des vorigen §., daher sich auch beide zur Probe dienen.

Beispiel. 5816 Heller, wie viel sind es Kreuzer und fl.?

Rechnung. 5816 hl. = 72|7 kr. = 12 fl. 7 kr.
: (8) hl. : (6|0) kr.
Rest 7 kr.

Erklärung. Man dividirt 5816 hl., durch 8 hl., indem 8 die Eintheilungszahl von hl. auf kr. ist, und erhält den Quot. 727 kr. Dieser ist, der weitern Verwandlung wegen, rechts neben den Dividenden geschrieben, und wird nun durch 60 kr. dividirt, da 60 die Eintheilungszahl von kr. auf fl. ist. Man erhält 12 fl. als Quotient und 7 kr. als Rest.

Antwort. 5816 Heller geben daher 12 fl. 7 kr.

Beweis der Regel. Jede 8 Heller nennt man einen Kreuzer. Theilt man nun 5816 hl. in lauter gleiche Theile, zu 8 hl. jeden, d. i. dividirt man 5816 hl. durch 8 hl. (§. 33. b.), so sind die gefundenen 727 Theile augenfällig nichts anderes, als Acht-Hellerstücke, nämlich sogenannte Kreuzer. Eben so schließt man bei der Verwandlung der 727 kr. in Gulden, nämlich jedes Sechzigkreuzerstück heißt 1 Gulden; theilt man nun 727 kr. in Sechzigkreuzerstücke, so findet man, daß es deren 12 gibt, u. einen Rest von 7 kr. läßt, daß also 727 kr. = 12 fl. u. 7 kr. sind.

Zur größern Verdeutlichung folgen hier noch einige Beispiele mit vollständiger Ausrechnung.

a) 387 685 Quint, wie viel sind es Loth, Pfund u. Ztr.?

387685 Qt. = 96921 Lth. = 30|28 Pfund = 30 Zt.
:(4) :(32) :(1|00)
Rest.. 1 Qt. 092 **Rest** 28 Pfund.
281
Rest 25 Loth.

Antw. 687 685 Quint = 30 Ztr. 28 Pf. 25 Lth. 1 Qnt.

b) Wie viel Ruth., Fuß, Zoll u. s. w, geben 221187‴ Qdz.?
Man dividire mit 12 (nach der Abkürzung VI. §. 44).

$221187''' = 18432'' = 1536' = 128^0$
$:(12)'''$— $:(12)''$— $:(12)'$—
Rest $3'''$ $0''$ $0'$

Antwort. $221187'''$ Qdz. = $128^0\ 3'''$ Qdz.

c) $28\,956'''$ Dz., wie viel sind es Ruth., Zoll 2c. i. zehnt. M.?
$28\,956'''$ Dz. = $28^0\ 9'\ 5''\ 6'''$ Dz.

Denn die (5) Zehner der Linien sind (5) Zolle, die (9) Hunderter der Linien sind (9) Fuß, und die (28) Tausender der Linien sind (28) Ruthen. Es fällt daher bei jeder regelmäßigen Eintheilung mit 10 die

Verwandlung ganz weg, indem man nur den nebeneinander stehenden Ziffern von rechts herein, die Zeichen Linien, Zoll, Fuß, Ruthen zu geben braucht. In der 5ten Abtheil. wird noch ausführlicher von der bequemsten Art der Rechnung mit mehrfach benannten Zahlen zehntheiliger Eintheilung die Rede seyn.

Uebungsbeispiele.

248) 7563 Heller, wie viel sind es Gulden, Krz., Hell.?
249) 825 Pfennige, wie viel sind es Gulden, kr. u. pf.?
250) 105120 Heller, „ „ „ „ „ „ u. hl.?
251) 19524 Pfennige, „ „ „ „ „ „ u. pf.?
252) 2761″Ddz., wie viel sind es Ruthen, Fuß und Zoll?
253) 80469 Loth, wie viel sind es Zentr. Pfund und Loth?

Gemischte Uebungsbeispiele über §. 59 u. 60.

254) 17 ℔ 13 Stücke Lichter, wie viel sind es Stück zu 16 auf's ℔?
255) 739 Kerzen, wie viel sind es ℔ zu 16 Stück auf's ℔?
256) 215 Achtelsklafter Brennholz, } wie viel ganze und Ach-
257) 1807 „ „ } tels-Klafter sind es?
258) 38 Klaft. 5 Achtlkl. Brennholz, wie viel sind's 8ls Kl.?
259) 2570 kr., wie viel sind es Gulden und Kreuzer?
260) 6 Ztr. 28 Pfund 19 Loth, wie viel sind es Quint?
261) 112 fl. 51 kr., wie viel sind es Pfennige?
262) 47869 Loth, wie viel sind es Ztr., Pfund und Loth?
263) An 1872 Mann soll jedem eine Maaß Bier abgegeben werden, wie viel Visireimer und Mß. braucht man?
264) In einem Magazine liegen 3 Schenkeimer u. 17 Mß. Branntwein, wie viel gibt's Portionen zu 1 Qrt. jede?
265) 5 Ztr. 59 ℔ Tabak, sollen vertheilt werden, so daß den Mann $\frac{1}{4}$ ℔ d. i. 8 Lth. trifft, wie viel Mann erhalten davon?
266) Wenn bei 35872 Mann ein jeder 32 Heller beiträgt, wie viel macht dieß Gulden, kr. und hl.?
267) 59 Schäffel, 4 Metzen und 7 Mäßlein Erbsen, wie viel gibt es Portionen zu 1 Mäßlein jede?
268) Wie viele Quartbl. geben 2 Ball. 7 Rieß Schreibpapier?
269) Wenn zu den Schreibgeschäften einer Compagnie täglich 5 Bogen Papier nöthig sind, was ist dann ihr jährl. Bedarf?
270) Wenn in eine Menage 23 Mann auf 11 Tage jeder täglich 5 kr. einlegt, was ist dann die ganze Einlage in fl. u. kr.
271) 78426″Ddz., wie viel sind es Schritte zu 30″Ddz.?
272) Wie viele Tage geben 3 Jahre, 7 Mon. u. 25 Tag?
273) 78° 5′ 3″ 9‴ 6^{IV} Dz. Mß., wie viel sind's Dz. Scrpl.?
274) 142891^{IV} Dz., wie viel sind es Ruthen, Fuß ꝛc.?
275) Wenn bei einer Armee von 38400 Mann jeder täglich 1 pf. Zulage erhält, was macht dieß im Jahr?

§. 61. Erklärung der bequemen Guldentheile.

Jede Anzahl von Kreuzern, die kleiner ist als 60, heißt ein Guldentheil. Jene, deren Eintheilungszahl zum Gulden eine ganze Zahl ist, heißen bequeme, die andern aber unbequeme Guldentheile. So z. B. ist der Zwölfer ein bequemer Guldentheil, indem er genau der fünfte Theil vom Gulden ist; hingegen ist 7 kr. ein unbequemer Guldentheil.

Da die Rechnung mit den bequemen Guldentheilen, sowohl schriftlich als mündlich, vortheilhafte und leichte Anwendung findet, so präge man dieselbe dem Gedächtnisse ein. Zu diesem Zwecke folgen sie hier übersichtlich zusammengestellt.

Bequeme Guldentheile sind:			Ihr Werth ist:	Ihre Eintheil.-Zahl ist:
Der	Dreißiger oder	Halbe-Gulden	30 kr.	2
„	Zwanziger „	Drittels-Guld.	20 kr.	3
„	Fünfzehner „	Viertels-Guld.	15 kr.	4
„	Zwölfer „	Fünftels-Guld.	12 kr.	5
„	Zehner „	Sechstels-Guld.	10 kr.	6
„	Schilling „	Achtels-Guld.	$7\frac{1}{2}$ kr.	8
„	Sechser „	Zehntels-Guld.	6 kr.	10
„	Fünfer „	Zwölftels-Guld.	5 kr.	12
„	Batzen „	Fünfzehntels-G.	4 kr.	15
„	Groschen „	Zwanzigstels-G.	3 kr.	20
„	Halbbatzen „	Dreißigstels-G.	2 kr.	30
„	Kreuzer „	Sechzigstels-G.	1 kr.	60
„	hlb. Schilling „	Sechzehntels-G.	$3\frac{3}{4}$ kr.	16
„	Landmünz „	24tels-Gulden.	$2\frac{1}{2}$ kr.	24
„	hlb. Groschen „	Vierzigstels-G.	$1\frac{1}{2}$ kr.	40
„	hlb. Landmünz „	48tels-Gulden.	$1\frac{1}{4}$ kr.	48

§. 62. Namenveränderung bequemer Guldentheile in Gulden und Kreuzer.

Regel. Man dividire die gegebene Anzahl von Guldentheilen durch ihre Eintheilungszahl (nach §. 60); der Quotient gibt ganze Gulden an, der Rest aber Guldentheile, die durch Multiplication mit ihrem Kreuzerwerth (nach §. 59) auf Kreuzer gebracht werden. (Der Grund ist in den §§. 59 und 60 nachgewiesen.)

Beispiel. a) 238 Fünfzehner, wie viel sind es fl. u. kr.?

Ausrechnung. Die Eintheilungszahl vom Fünfzehner ist 4, indem vier Fünfzehner einen Gulden ausmachen; man dividirte daher 238 mit 4, wodurch man die verwandelte Zahl 59 fl. 2 Fünfzehner, d. i. 59 fl. 30 kr. erhält.

238 Fünfzehner = 59 fl. 30 kr.
4
Rest 2 Fünfzehner.

b) Was ist die Löhnung für 955 Tage, die tägliche zu $7\frac{1}{2}$ Kreuzer?

Ausrechnung. $7\frac{1}{2}$ Kreuzer ist ein Achtels-Gulden. Man dividirt daher 955 durch 8. Der erhaltene Quotient ist 119 fl., der Rest ist 3 Achtels fl. d. i. $22\frac{1}{2}$ kr. oder 22 kr. 4 hl., die rechts an den Quotienten 119 fl. geschrieben sind.

955 Achtl. fl. = 119 fl. 22 kr. 4 hl.;
8
Rest 3 Achtl fl.

Anmerkung. 1) Um den Rest jedesmal schnell in Kreuzern angeben zu können, wird man sich auch den Werth von 1, 2, 3 ꝛc. bequemen Guldentheilen merken, wozu nur wenig Uebung gehört.

2) Man kann die Beispiele a), b) und dergleichen auch auf längerem Wege ausrechnen, indem man z. B. bei a) die 238 Fünfzehner mit 15 kr. multiplicirt und das Product durch 60 kr. dividirt.

Folgende Beispiele bedürfen nun keiner Erklärung mehr.

c) Was ist die Löhnung für 22 Präsenttage, wenn die tägliche Löhnung 20 kr. ist.

Ausrechnung. 22 Zwanziger = 7 fl. 1 Zwanziger,
3 d. i. 7 fl. 20 kr.

d) Was ist die Geldgebühr für 1243 Brodportionen, zu 3 kr. jede?

Ausrechnung. 124|3 = 62 fl. 9 kr.
:(2 |0)

e) Was ist die Geldgebühr für 332 Brodportionen à $3\frac{3}{4}$ kr.?

Ausrechnung. 332 = 20 fl. 45 kr.
16

f) 8457 Zehner oder Sechstels-Gulden, wie viele Gulden sind es?

Ausrechnung. Man dividirt die Zehner der Kreuz. mit 6; der Quotient 1409 gibt ganze Gulden, der Rest (3) aber 3 Zehner, d. i. 30 Kreuzer.

8457 Zehner = 1409 fl. 30 kr.
:(6)
Rest 3 Zehner

g) 5274 Sechser oder Zehntelsgulden, wie viel sind es Gulden?

Ausrechnung. 527|4 = 527 fl. 24 kr.
:(1 |0)

Diese Verwandlung ist die einfachste, indem man nur die Einerziffer (4) abschneiden, diese als Sechser, und die andern Ziffern als Gulden lesen darf, nämlich: 5274 Sechser ist 527 fl. 4 Sechser, das ist 527 fl. 24 kr.

Uebungsbeispiele.

276) 1 Elle Leinwand kostete 30 kr.; was 355 Ellen?
277) 1 Pfund Oel kostete 20 kr.; was 7 Zt. 50 Pfund?
278) 1 Pfund Kerzen kostete 15 kr.; was 75 Pfund?
279) 1 Dreiß. Mehl kostete 12 kr.; was 1 Schäffel?
280) Was kosten 784 Halsbinden à 10 kr. das Stück?
281) „ „ 25 ℔ Fleisch? das ℔ zu 7 kr. 2 pf.
282) „ „ 18 Zt. 90 ℔ Brod? d. ℔ zu 3 kr. 6 hl.
283) „ „ 43 Maaß Bier? die Maaß zu 5 kr.
284) „ „ 2 Sch.-Eim. 16 Mß. Bier? d. M. z. 4 kr.
285) 8451 kr.; 970 kr.; 19507 kr.; wie viel sind es fl.?
286) Wer täglich 6 kr. für Tabak ausgibt; wie viel im Jahr?
287) Was kosten 1588 Ell. Schnüre, die Elle zu 5 Pfen.?

§. 63. Namenveränderung unbequemer Guldentheile in Gulden und Kreuzer.

Hiebei können 2 Fälle unterschieden werden: A) Wenn die unbequemen Guldentheile (z. B. 45 kr. = 3 × 15 kr.) genaue Vielfache eines bequemen Guldentheils sind; B) wenn dieses nicht Statt findet.

Regel zu A).

Man multiplicire die gegebene Anzahl unbequemer Guldentheile mit jener Zahl, welche angibt, das wie vielfache eines bequemen Guldentheils der gegebene unbequeme ist, und bringe das so erhaltene Product (nach §. 62) auf Gulden, Kreuzer ꝛc.

Beispiel. 1) 627 Stücke zu 45 kr. jedes, wie viel sind es Gulden und Kreuzer?

Ausrechnung. Da 45 kr. = 3 Fünfzehner sind, so wird 627 mit drei multiplicirt. Man erhält das Product 1881 Fünfzehner, welches (nach §. 62) 470 fl. 15 kr. gibt.

627 × 3
1881 Fünfzehner = 470 fl. 15 kr.

Der Grund hievon ist leicht einzusehen. Es sind nämlich 627 Stücke, jedes zu 45 Kreuzer = 627 × 45 Kreuzer = 627 × 3 Fünfzehnern, und dieß gibt 1881 Fünfzehner (nach §. 25.), welche (nach §. 62.) 470 fl. 15 kr. ausmachen.

2) Was kosten 5683 Ellen Leinwand? die Elle zu 36 kr.

Ausrechnung. Sie kosten 5683 × 36 Kreuz., das ist 5683 × 6 Sechser, also

568 3 × 6
3409|8 Sechser = 3409 fl. 8 Sechs. = 3409 fl. 48 kr.
:(1 |0)

Uebungsbeispiele.

288) Was kosten 19 paar Sohlen? das Paar zu 36 kr.
289) Was ist die Löhnung für 77 Tage? die tägl. zu 18 kr.
290) „ „ „ „ „ 342 „ ? „ „ „ 14 kr.
291) Was kosten 4 Dutzend? das Stück zu 42 Kr.
292) Was kosten 586 Pfund Zucker? das ℔ zu $22\frac{1}{2}$ Kr.

Regel zu B.

Man zerstücke den unbequemen Guldentheil in zwei möglichst bequeme, wie z. B. hierunten von a) bis l) (wobei jedoch manche Abänderung zulässig ist), rechne dann mit jedem der bequemen Stücke einzeln, nach §. 62. und addire zuletzt die herausgebrachten fl. kr. ꝛc.

Als Beispiele der Zerstückung dienen:

a) $8\frac{1}{2}$ kr. in $7\frac{1}{2}$ kr. + 1 kr. d. i. in 1 Achtlsfl. + 1 60tlsfl.;
b) $9\frac{1}{2}$ kr. in $7\frac{1}{2}$ kr. + 2 kr. d. i. in 1 Achtlsfl. + 1 Hlbbatz.;
c) $10\frac{1}{2}$ kr. in $7\frac{1}{2}$ kr. + 3 kr. oder in 10 kr. + $\frac{1}{2}$ kr.;
d) 11 kr. in 10 kr. + 1 kr. = 1 Sechstelsfl. + 1 60tlsfl.;
e) 13 kr. in 12 kr. + 1 kr. = 1 Fünftelsfl. + 1 60tlsfl.;
f) 17 kr. in 15 kr. + 2 kr. oder in 12 kr. + 5 kr.;
g) 19 kr. in 18 kr. + 1 kr. oder in 20 kr. − 1 kr.;
h) $24\frac{1}{2}$ kr. in 24 kr. + $\frac{1}{2}$ kr. = 4 Sechser + $\frac{1}{2}$ kr.;
i) $26\frac{1}{2}$ kr. in 24 kr. + $2\frac{1}{2}$ kr. = 4 Sechser + 1 24tlsfl.;
k) 32 kr. in 30 kr. + 2 kr. = 1 Halberfl. + 1 Halbbatz.;
l) 80 kr. in 60 kr. + 20 kr. = 1 fl. + 1 Zwanziger ꝛc.

Beispiel. Wenn ein ℔ Fleisch $8\frac{1}{2}$ kr. kost. w. kost. 25 ℔?

Ausrechnung. Man zerstückt $8\frac{1}{2}$ kr. in: $7\frac{1}{2}$ kr. + 1 kr.
Nimmt man nun dieses 25mal, so erhält man: 25 Achtelsfl. d. i. 3 fl. $7\frac{1}{2}$ kr.
und 25 Kreuzer . . . . . 25 kr.

Daher zusammen . . . . 3 fl. $32\frac{1}{2}$ kr.

und es beruht die Richtigkeit des Verfahrens auf dem IIIten Grunds. §. 25, nach welchem man das Einfache ($8\frac{1}{2}$ kr.) stückweise mit dem Anzeiger 25 multipliciren darf.

Uebungsbeispiele.

293) Was ist die Löhnung für 88 Tage? die tägl. zu 17 kr.
294) 1 Elle Band kostete 19 kr., was kosten 50 Ellen?

295) Täglich $26\frac{1}{2}$ kr., was macht dieses in 76 Tagen?
296) Was kosten 85 Pfund Pulver? das Pfund zu 34 kr.

Anmerkung. Die bedeutende Anzahl bequemer Guldentheile und die erleichterte Rechnung mit denselben beruht darauf, daß die Eintheilungszahl von Kreuzern auf Gulden, nämlich 60, durch viele Zahlen ohne Rest theilbar ist (Siehe Anm. §. 57.).

Dritter Abschnitt.

Das Addiren mehrfach benannter Zahlen.

§. 64. Addition, wenn die Posten von zehntheiliger Eintheilung sind, verglichen mit der Addition bei andern Eintheilungen.

Mehrfach benannte Zahlen, die regelmäßig mit 10 eingetheilt sind (§. 50. a. 2.), können völlig so, wie unbenannte Zahlen addirt werden (§. 14). Wäre daher unser Geld, Maaß ꝛc. durchaus zehntheilig abgetheilt, so hätte man zur Addition mehrfach benannter Zahlen keine eigene Regel nöthig. Um sich hievon zu überzeugen, zähle man folgende Längen zusammen: $1^0\ 5'\ 6''\ 8''' + 3^0\ 7'\ 5''\ 9''' + 8'\ 2''\ 4''' + 4^0\ 2'\ 9''\ 9''' + 5^0\ 6'\ 8''\ 7''' + 1^0\ 0'\ 9''\ 8'''$, und betrachte die Ruthen, Fuß, Zoll und Linien, einmal a) als zehntheiliges Maaß und ein zweitesmal b) als zwölfth. Mß.

a)	1^0	$5'$	$6''$	$8'''$	Dz.	b)	1^0	$5'$	$6''$	$8'''$	Ddz.
	3	7	5	9			3	7	5	9	
		8	2	4				8	2	4	
	4	2	9	9			4	2	9	9	
	5	6	8	7			5	6	8	7	
	1	0	9	8			1	0	9	8	
	17^0	$2'$	$3''$	$5'''$			16^0	$7'$	$6'$	$9'''$	Ddz.

Zu a) die Posten sind so untereinander geschrieben, daß nur Gleichnamiges in jeder Reihe steht, und dann ist rechts bei den Linien zu addiren angefangen (§. 14). Man erhält 45 Linien. Da aber jede 10 Linien einen Zoll ausmachen, so geben die 45 Linien 4 Zoll und 5 Linien: es müssen also, wie bei unbenannten Zahlen, die 5 Einer hingeschrieben, die 4 Zehner aber im Sinn behalten, und zu der nächsten Reihe, welche die Zolle enthält, gezählt werden. Durch ähnliche Betrachtungen bei den folgenden Reihen, deren Richtigkeit völlig

so wie im §. 14 erhellt, findet man die Summe: 17° 2′ 3″ 5‴ zehnth. Längenmaaß.

Bei b) ändert sich durch die Eintheilung mit 12 die Rechnung. Es ist zwar die Summe der letzten Reihe rechts, auch noch 45 Linien, da aber von diesen nicht 10 auf einen Zoll gehen, sondern 12, so kann man auch nicht sagen: 45 Linien sind 4 Zoll 5‴, sondern man muß erst die 45 Linien (durch Division mit 12 nach §. 60 im Kopf) auf Zolle bringen; man erhält 3″ 9‴ (da $3 \times 12 + 9 = 45$), so daß also 9‴ hingeschrieben und 3″ im Sinne behalten werden, um sie zur Reihe der Zolle zu zählen. Das nämliche Verfahren findet nun bei jeder folgenden Reihe statt, und man erhält die Summe bei zwölftheiliger Eintheilung = 16° 7′ 6″ 9‴.

Uebungsbeispiele.

297) 7° 5′ 8″ + 18° 0′ 7″ 9‴ + 8′ 6″ + 15° 3′ 9″ 8‴ + 5° 0′ 0″ 7‴ sind zu addiren a) nach zehnth., b) nach zwölfth. Längenmaaß.

Obgleich nun bei andern Eintheilungen das bei b. angegebene Verfahren im allgemeinen das nämliche ist, so soll doch in den folgenden §§. an Beispielen gezeigt werden, wie man bei den verschiedenen Eintheilungen unseres Geldes, Maaßes und Gewichtes, die Summe jeder Reihe am bequemsten auf den höhern Namen der nächst folgenden Reihe bringt, und hiezu vorerst noch angegeben werden:

§. 65. Die allgemeine Regel des Zusammenzählens mehrfach benannter Zahlen.

1) Man schreibe die Posten so unter einander, daß nur völlig gleichnamige Ziffern in die nämliche aufrechte Reihe kommen, (also z. B. Einer der fl. unter Einer der fl., Zehner der kr. unter Zehner der kr. ꝛc.). 2) Fange dann rechter Hand bei dem niedersten Namen an, und addire alle in dieser Reihe stehenden Zahlen. 3) Ist die erhaltene Summe kleiner als die Eintheilungszahl zum nächst höhern Namen, so wird sie sogleich unter die addirte Reihe völlig angeschrieben; ist die Summe aber nicht kleiner als die Eintheilungszahl, so wird sie durch die Eintheilungszahl dividirt (nach §. 60), dann nur der Rest hingeschrieben, der Quotient aber zur folgenden Reihe von höhern Namen hinüber gezählt. Diese Division muß wo möglich im Kopfe und nur bei großen Zahlen in einer eigenen Nebenrechnung geschehen. 4) In völlig gleicher Art verfahre man bei jeder folgenden Reihe, bis auch links die letzte addirt ist. Die Probe geschieht nach §. 15 durch zweimaliges Zusammenzählen jeder Reihe.

§. 66. Geld-Addition in Gulden, kr. ꝛc. (§. 48. Einth.)

Beispiel. Man zähle folgende bereits richtig untereinander geschriebene Posten zusammen.

fl.	kr.	hl.
321	25	7
58	17	3
6143	39	5
8	–	6
985	52	–
34	43	2
276	35	4
6	58	3
7835	32	6

Ausrechnung. Man fängt bei der Reihe der Heller an, und findet ihre Summe: 30 Heller.

Da diese Summe größer ist als die Eintheilungszahl (8 Heller = 1 kr.) so bringt man sie auf kr. Man dividirt nämlich in Gedanken 30 Heller durch 8 Heller, und erhält 3 kr. 6 hl. (nach §. 60.)

Die 6 Heller schreibt man unter die Heller-Reihe, die 3 kr. aber zählt man zu den Kreuzern hinüber, nachdem man zur Probe die Heller-Reihe nochmals addirte, und ihre Summe 30 hl. = 3 kr. 6 hl. richtig fand.

Hierauf wird die Einerreihe der Kreuzer zusammengezählt. Man findet 42 kr. Da nun der Gulden nur 6 Zehner der Kreuzer, und keine Einer hält, so werden die (2) Einer gleich hingeschrieben, die (4) Zehner aber zu der Zehnerreihe der Kreuzer hinübergezählt. Diese gibt dann 27 Zehner, das ist 4 fl. 3 Zehner (§. 62. f.), von denen die 3 Zehner gleich in die Summe geschrieben, die 4 fl. aber zu den Gulden hinübergezählt sind, deren Summe 7835 nach §. 14. gefunden ist. Die Probe wird bei jeder einzelnen Reihe nach §. 15. gemacht.

Uebungsbeispiele.

298) Wie viele Gulden, Kreuzer und Heller sind: 4 fl. 12 kr. 7 hl. + 11 fl. 38 kr. 5 hl. + 7 fl. 43 kr. 3 hl. + 49 kr. 2 hl. + 27 fl. 4 hl. + 1 fl. 52 kr. 3 hl. + 36 kr. 1 hl.

299) 9 fl. 5 kr. 3 pf. + 3 fl. 19 kr. 1 pf. + 12 fl. 38 kr. 2 pf. + 29 fl. 54 kr. 2 pf. + 209 fl. 49 kr. 3 pf. + 58 fl. 26 kr. + 8 fl. 3 pf.; wie viel Gulden, kr. und pf. sind es?

300) 12 fl. 5 kr. 2 pf. 1 hl. + 6 fl. 37 kr. 3 pf. 1 hl. + 100 fl. 53 kr. 1 pf. + 527 fl. 49 kr. 1 hl. + 309 fl. + 299 fl. 18 kr. 3 pf. 1 hl. + 1080 fl. 8 kr. 3 pf. 1 hl.; wie viel fl., kr., pf. und hl. sind es?

301) Jemand gibt an den 7 Tagen einer Woche aus: 31 kr. 2 pf. + 1 fl. 46 kr. + 19 kr. 3 pf. + 3 fl. 57 kr. + 8 kr. 3 pf. + 2 fl. 42 kr. + 28 kr.; was macht das Ganze?

302) Die monatlichen Einnahmen seyen in einem Jahre gewesen: 38 fl. 49 kr. 6 hl. + 59 fl. 37 kr. + 139 fl. 57 kr. 7 hl. + 89 fl. 32 kr. 7 hl. + 150 fl. + 83 fl. 28 kr. + 59 kr. 3 hl. + 108 fl. 43 kr. 2 hl. + 90 fl. 50 kr. 2 hl. + 76 fl. 18 kr. + 40 fl. 36 kr. + 28 fl. 7 hl.; wie viel macht dieß zusammen?

303) Die Löhnungen einer Escadron betrugen: 5 fl. 52 kr. + 7 fl. 20 kr. + 21 fl. 49 kr. + 4 fl. 57 kr. + 3 fl. 40 kr. + 2 fl. 45 kr. + 3 fl. 7 kr. + 4 fl. 29 kr. 4 hl. + 13 fl. 56 kr. + 2 fl. 1 kr. + 1 fl. 55 kr. 4 hl. + 156 fl. 45 kr.; was ist die Summe?

304) Die Brodvergütung der nämlichen Escadron habe betragen: 35 kr. 6 hl. + 1 fl. 11 kr. 4 hl. + 4 fl. 10 kr. 2 hl. + 1 fl. 11 kr. 4 hl. + 35 kr. 6 hl. + 35 kr. 6 hl. + 35 kr. 6 hl. + 35 kr. 6 hl. + 4 fl. 46 kr. + 35 kr. 6 hl. + 35 kr. 6 hl. + 53 fl. 37 kr. 4 hl.; was ist die Summe?

§. 67. Gewichts-Addition. (Siehe §. 49.)

Beispiel. Es soll die Summe der hierfolgend unter einander geschriebenen Gewichte gefunden werden.

Ztr.	℔	Lth.	Qut.
18	32	29	2
9	83	30	3
-	99	10	-
39	20	20	3
42	75	19	3
6	69	-	1
23	96	26	2
4	4	3	
141	78	9	2

Die Reihe der Quint gibt 14 Quint, und da 4 Qt. = 1 Loth, so weiß man schon aus dem Einmaleins, daß 14 Qnt. = 3 Loth 2 Qnt. Die 2 Qnt. sind hingeschrieben, die 3 Loth zu der Reihe der Loth addirt. Diese gibt 137 Loth, die durch eine Nebendivision mit 32 zu ℔. gemacht sind (§ 60). Man erhält 137 Lth. = 4 ℔. 9 Lth.; die 9 Loth sind angeschrieben, die 4 Pfund hinübergezählt.

Da bei den nun folgenden ℔. je 100 ℔. einen Ztr. geben, so zählt man von den Pfunden nur die Hunderter zu der Reihe der Ztr., die Einer- und Zehnerziffer der Pfunde aber schreibt man sogleich unten an. Es gibt nämlich die Einer-Reihe 38 ℔.; man schreibe also 8 an, und zähle 3 zu den Zehnern der Pfunde. Diese geben 47 Zehner, d. i. 4 Hunderter + 7 Zehner; man schreibe daher 7 unter die Zehnerreihe der Pfunde und zähle die 4 Hunderter ℔. = 4 Ztr. zu den Ztr. hinüber. Diese endlich geben wie einfach benannte Zahlen addirt, die Summe: 141 Ztr.

Anmerkung. Wer die eins bis 9fachen von 32 im Gedächtnisse hat, kann ohne Nebendivision die (137) Loth in Pfunde verwandeln (§. 44. VI.). Man zählt aber dann die Lothe in der Art zusammen, daß man zuerst ihre Zehner, und zu diesen erst die Einer addirt: nämlich: 20 und 10 ist 30, und 20 ist 50, und 10 ist 60, und 30 ist 90, und 20 ist 110 und 9 ist 119, und 9 ist 128 und 6 ist 134 und 3 ist 137. Sodann 32 in 137 geht 4mal, 4×32 ist 128, bis 137 bleiben 9 Loth.

§. **68.** Addition im Flüssigkeitsmaaße. (Siehe §. 52. d.)

Beisp. a) Fuder.	Ohm.	Eimer.	b) Schenkeimer.	Maaß.	Achterl.
1	5	1	-	47	6
23	3	-	-	52	7
17	4	1	3	13	-
-	2	1	7	39	-
35	1	1	2	25	3
29	4	1	-	43	7
3	2		3	2	
108	3	1	15	41	7

Bei a) wird so einfach addirt, daß keine Erklärung nöthig ist. Bei b) ist nach §. 66 addirt; wären jedoch Vis.-Eimer gegeben, so fände man die Sum.: 15 Vis. Eimer 29 Mß. u. 7 Acht.

Uebungsbeispiele zu §. 67 u. 68.

305) 4 Ztr. 57 ℔ 30 Loth + 12 Ztr. 81 ℔ 26 Lth. + 93 ℔ 29 Lth. + 78 Ztr. 93 ℔ + 82 ℔ 31 Lth. 2 Qt. + 79 ℔ 3 Qt. + 3 Ztr. 25 Loth; wie viel sind es Ztr., Pfund, Lth. u. Qt.?

306) 38 Ztr. 71 ℔ + 29 Ztr. 18 ℔ + 127 Ztr. + 89 Ztr. 8 ℔ + 74 ℔ + 80 Ztr. 29 ℔; wie viel sind es Ztr. und ℔?

307) 27 Lth. 1 Qt. + 13 Lth. 3 Qt. + 19 Lth. + 8 Lth. 3 Qt. + 3 Qt. + 29 Lth. 2 Qt. + 31 Lth. 1 Qt.; wie viel Pfund, Lth. u. Qt. sind es?

308) 3 Eimer 52 Maaß 3 Quart + 1 Eimer 56 Maaß 2 Qrt. + 49 M. 1 Qrt. + 1 E. 42 Mß. + 28 Mß. 3 Qrt. + 15 M. 1 Qrt.; wie viele E. M. u. Qrt. sind's?

309) Den 6 Compagnien eines Bataillons wurden abgegeben: 42 Maaß 5 Achtel + 39 M. 6 Achtel + 48 M. 3 Achtel + 27 M. 7 Achtel + 18 M. 1 Achtel + 26 Maaß Branntwein, was ist die Summe?

310) In einem Keller liegen: 3 Fuder 4 Ohm 1 Eimer + 5 Fuder 5 Ohm + 2 Ohm 1 Eimer + 17 Fuder + 8 F. 1 E. Wein; was ist die Summe?

§. 69. Additionen im Getreidemaaße. (§. 52. e. Eintheilung des Metzens in 2 Viertel, 1 Viertel=8 Mäßlein, 1 Mäßlein=2 Dreiß.)

Beispiel. Man addire folgende Posten:

Schäffl.	Metz.	Viert.	Mäß.	Dreiß.	½Dreiß.
8	4	1	7	1	1
12	5	–	6	1	1
7	3	1	3	–	1
–	4	1	4	1	–
28	–	–	5	1	–
5	3	1	7	1	1
3	4	4	3	2	
63	5	–	3	1	–

Auch hier ist die Addition so einfach, daß man nur die Eintheilungszahlen zu kennen braucht.

Additionen wie die hier nebenstehende, wo sowohl Schäffel als auch ½Dreißiger im Ansatze stehen, werden im Practischen nicht leicht vorkommen. Dieser Fall ist hier nur gewählt, um mit einem einzigen Beispiele die Addition aller Einheiten zu zeigen.

Uebungsbeispiele.

311) In einem Magazine wurde an Hafer angekauft: 20 Schffl. 5 Metz. 1 Vrtl. + 35 Schffl. 3 Metz. + 76 Schffl. 4 Metz. 1 Vrtl. + 73 Schffl. 1 Mtz. + 61 Schffl. 2 Metz. Was ist der ganze Ankauf?

312) Sechs Compagnien empfingen an Reis: I.) 3 Metz. 1 Viertl. 7 Mäßl. 1 Dreiß. II.) 4 Metz. 6 Mßl. 1 Dr. III.) 3 Metz. 6 Mßl. 1 Dr. IV.) 5 Metz. 1 Vrtl. 7 Mßl. 1 Drß. V.) 3 Metz. 6 Mäßl. VI.) 2 Metz. 1 Viertl.; was ist die ganze Abgabe?

§. 70. Additions-Beispiele bei Eintheilungen nach Stücken. (§. 55.)

	℔.	Stücke Lcht. 16 auf 1 ℔.
a)	7	–
	12	15
	23	14
	4	8
	8	13
	19	9
	5	12
	4	
S^e^.	82 ℔.	7 St.

	Klaft.	⅛ Klaft.
b)	1	2
	–	7
	2	6
	1	6
	3	5
	4	4
	1	7
	4	
	16 Klf.	5 Acht.

Zu a). Man fängt bei den Stücken an, u. findet als Summe 71 Stück. Diese werden durch eine Nebendivision mit 16 in 4 Pfund 7 Stücke verwandelt (n. §. 60). Die 7 Stück sind hingeschrieben, die 4 ℔ zu der Reihe der Pfunde gezählt, deren Summe 82 ℔. gibt. Wer jedoch die 1 bis

9fachen von 16 auswendig weiß, verfährt kürzer nach der Anmerk. des §. 67.

Wäre zufällig die Anzahl der Stücke in allen Posten durchgängig 8 also ½ ℔, so zähle man nur die Anzahl der ½ ℔ zusammen, und bringe diese durch Division mit 2 auf ℔.

Das Beispiel b) wird keiner Erklärung bedürfen.

§. 71. Zusammenzählen mehrfach benannter Zahlen im Kopfe.

Regel. Man fange bei dem höchsten Namen das Zusammenzählen an, und merke sich lebhaft dessen (nach §. 16) gefundene Summe. Zähle hierauf die Zahlen des nächst folgenden niedern Namens zusammen, ziehe aus ihrer Summe die höhern Einheiten, und zähle sie zu der bereits im Kopfe behaltenen Anzahl dieses Namens. Bei jedem noch etwa folgenden Namen aber verfahre man in völlig gleicher Art.

Da man die Kopfrechnungen mit mehrfach benannten Zahlen gewöhnlich nur im landesüblichen Gelde braucht, so soll hier die obige allgemeine Regel auch nur auf Beispiele unserer Geldrechnung angewendet werden.

Beispiel. Man zähle zusammen 21 fl. 46 kr. 3 hl. und 52 fl. 39 kr. 6 hl.

Rechnung. Vorerst merke man sich die zu addirenden Zahlen. Sage dann: 21 fl. und 50 fl. gibt 71 fl., und 2 fl. gibt 73 fl.; hierauf 46 kr. und 30 kr. gibt 76 kr., und 9 kr. gibt 85 kr., d. i. 1 fl. 25 kr.; vorhin hatte man 73 fl., jetzt also 74 fl. 25 kr.; ferner 3 hl. und 6 hl. geben 9 hl. d. i. 1 kr. und 1 hl.; vorhin hatte man 74 fl. 25 kr., jetzt also 74 fl. 26 kr. und 1 hl.

Uebungsbeispiele. Man addire im Kopfe

313) 29 kr. 7 hl. u 46 kr. 5 hl.	**314)** 3 fl. 42 kr. + 4 fl. 53 kr.
315) 13 kr. + 51 kr. + 49 kr.	**316)** 1 Krthl. + 1 Bayerthl. + 1 Vereins-Thaler.

Vierter Abschnitt.

Das Abziehen mehrfach benannter Zahlen.

§. 72. Bei zehntheiliger Eintheilung (§. 50. a.)

Wenn die mehrfach benannten Zahlen regelmäßig mit 10 abgetheilt sind (wie z. B. im geometrischen Längenmaaße §. 50. a. 2), dann geschieht das Abziehen völlig so, wie bei

einfach benannten Zahlen (§. 20). Dieses zeigt das nebenstehende Beispiel, in welchem von 924° 3′ 7″ Dz. abgezogen sind 517° 8′ 6″ Dz. Im Reste schreibt man zu jedem Namen wieder das zugehörige Zeichen (Ruthen, Fuß 2c.).

Das Ganze	924° 3′ 7″ Dz.
Der Abzug	517· 8 6 „
Der Rest	406° 5′ 1″ Dz.

Anmerkung. Auch das Abziehen bei andern Eintheilungen unterscheidet sich nur darin, daß im Falle man borgen muß (§. 20, b.), die geborgte Eins nicht zehn gilt, sondern so viel als die jedesmalige Eintheilungszahl zum nächst höhern Namen angibt. Nämlich ein geborgter fl. gilt 60 kr., ein geborgter Kr. gilt 8 hl. oder 4 pf., ein geborgter Ddz. Zoll gilt 12 Linien u. s. w.

§. 73. Die allgemeine Regel des Abziehens mehrfach benannter Zahlen.

Um die folgende Regel anschaulich zu machen, ist zugleich das Beispiel des vorigen §., jedoch nach zwölftheiligem Längenmaaße gerechnet.

Regel. 1) Man schreibe das Ganze und darunter den Abzug so, daß nur Zahlen von völlig gleicher Gattung untereinander stehen, wie bei der Addition §. 64; 2) fange sodann auch rechter Hand an, und ziehe die untere Zahl jeder Gattung von der ihr gleichnamigen obern ab. Im Falle nun bei einer Gattung (wie hier oben bei den Zollen) die obere Zahl (7″) nicht kleiner ist als die untere (6), so subtrahire man sie wie in unbenannten Zahlen (§. 20). Im Falle aber bei einer Gattung (wie hier bei den Fuß) die obere Gattung (3′) kleiner ist als die untere (8′), so borge man dem Abzug und dem Ganzen eine Einheit der nächst höhern Gattung (also hier eine Ruthe), wechsle sie oben in niedrere Einheiten um (1° in 12′), addire diese zu den schon vorhandenen (3′), und ziehe nun von der so vergrößert gedachten Zahl (15′) die untere gleichnamige (8′) ab. Der Rest (7′) wird hingeschrieben und der folgende Abzug (517·) um die ihm geborgte Einheit größer (also 518) gelesen. 3) In dieser Art verfahre man der Reihe nach bei jeder links folgenden Gattung, und nur bei der höchsten (hier Ruthen) ziehe man jedesmal wie in einfach benannten Zahlen ab. 4) Endlich wird die Probe völlig nach §. 21 gerechnet.

Das Ganze	924° 3′ 7″ Ddz.
Der Abzug	517· 8 6″ Ddz.
Der Rest	406° 7′ 1″ Ddz.

Das obige Beispiel lautet demnach: bei den Zollen, 6 von 7 bleibt 1″; bei den Fuß, 8 von 3 kann man nicht abziehen,

man borgt daher $1^0 = 12'$, erhält dadurch 15' und sagt dann 8 von 15 bleiben 7'; endlich bei den Ruthen, 8 (nämlich 7·) von 4 geht nicht, daher 8 von 14 bleibt 6, ferner 2 von 2 bleibt 0 und 5 von 9 bleibt 4.

Der Beweis dieses Verfahrens beruht auf §. 18. Grundſ. IV., und den Eintheilungen §. 47. bis 56. Indem man nämlich 12' den 3' des Ganzen borgte, wurde dieses um eine Ruthe größer, da im zwölftheiligen Maaße $12' = 1^0$ sind, und man kann nun die 8' abziehen; indem man aber zugleich auch den Abzug um 1^0 vergrößerte, so wird durch dieses Borgen der gesuchte Rest (406^0 7' 2'') weder größer noch kleiner (§. 18. Grundſ. IV.).

Anmerkung. Man kann auch in der Art borgen, daß man von einer höhern Gattung des Minuenden (Ganzen) eine Eins wegnimmt, sie in die niedere umwechselt, hiezu dann die oben stehende gleichnamige Zahl addirt, und hievon die unter ihr stehende abzieht. Bei dieser Art müßte man sich im obigen Beispiel das Ganze verändert denken in 923^0 15' 7'' und hievon dann abziehen 517^0 8' 6''. Diese Art des Borgens gewährt bei mehrfach benannten Zahlen auch viel Anschaulichkeit, und beruht darauf, daß eine Zahl einerlei Größe behält, obgleich sie auf verschiedene Art zerstückt wird, wie z. B. 4^0 3' in $3^0 + 1^0 + 3' = 3^0 + 12' + 3' = 3^0$ 15'.

§. 74. Geld-Subtractionen nach Gulden, Kreuzern 2c.

	fl.	kr.	hl.
a)	5469	48	7
—	4176	31	2
	1293	17	5

Dieses Beispiel bedarf keiner Erklärung, indem der Fall des Borgens bei keiner niedern Gattung vorkömmt. Es wird daher von rechts nach links hinein jede Gattung einzeln von der über ihr stehenden, wie in unbenannten Zahlen, abgezogen.

	fl.	kr.	hl.
b)	875	23	2
—	391·	45·	7
	483	37	3

Im Beispiel b) sagt man: 7 hl. von 2 hl. kann man nicht abziehen. Man borge also 1 kr. das ist 8 hl., zähle sie zu den 2 hl. und hat hiedurch 10 hl. Von diesen lassen sich nunmehr die 7 hl. abziehen; es bleiben 3 hl., die unter den Strich geschrieben sind. Im Abzuge aber wurde der hinzu geborgte Kreuzer durch einen Punkt (45·) angemerkt, und nun gesagt: 46 kr. von 23 kr. geht nicht. Man borgt also einen fl. d. i. 60 kr. oder 60 Zehner, zählt diese nur zu den (2) Zehnern u. hat nunmehr 83 kr. Von diesen werden die 46 kr. wie unbenannte Zahlen abgezogen, indem man sagt: 6 von 13 bleibt 7, und 5 von 8 bleibt 3. Endlich werden die 392 von 875 fl. wie in unbenannten Zahlen abgezogen.

	fl.	kr.	pf.
c)	9783	–	–
	— 254·	28·	1
	9528	31	3

Im Beispiele c) sagt man: 1 pf. von geborgten 4 pf. bleiben 3 pf. Hierauf 29 kr. von geborgten 60 kr. bleiben 31 kr. u. s. w.

	fl.	kr.	pf.
d)	69	–	2
	— 54·	–·	3
	14	59	3

Im Beispiele d): 3 pf. von 6 pf. bleiben 3 pf.; sodann 1 kr. von geborgten 60 kr. bleiben 59 kr. Die fl. aber sind wieder in den beiden Beispielen wie bei unbenannten Zahlen abgezogen.

Uebungsbeispiele.

317) 12 fl. 48 kr. — 5 fl. 36 kr.? | 318) 96 fl. 28 kr. — 9 fl. 47 kr.?
319) 519 fl. 34 kr. 5 hl. — 439 fl. 21 kr. 7 hl.?
320) 2185 fl. 19 kr. 1 pf. — 822 fl. 46 kr. 3 pf.
321) 700 fl. 23 kr. — 356 fl. 14 kr. 4 hl.? 322) 9 fl. — 8 fl. 2 hl.
323) 3000 fl. — 2995 fl. 52 kr. 6 hl.?
324) 73 fl. 3 pf. — 56 fl. 13 kr.?

325)	Die Gebühren einer Comp. waren	582 fl.	13 kr.	4 hl.
	Sie hat daran empfangen . . .	575 fl.	46 kr.	6 hl.
	Was ist ihr Guthaben?			
326)	Eine Escadron hat empfangen .	621 fl.	28 kr.	3 hl.
	Sie sollte nur empfangen . .	608 fl.	52 kr.	6 hl.
	Wie viel hat sie Schuld?			
327)	*Eine Comp. hat quittirt u. empfang.	266 fl.	58 kr.	– hl.
	Dagegen ist die wahre Gebühr .	274 fl.	58 kr.	7 hl.
	Sohin { zu viel empfangen? zu wenig empfangen?			
328)	Eine Escadron hat empfangen .	269 fl.	35 kr.	– hl.
	Dagegen ist die wahre Gebühr .	266 fl.	17 kr.	4 hl.
	Sohin { zu viel empfangen? zu wenig empfangen?			
329)	Die Monturschuld eines Mannes ist	35 fl.	52 kr.	5 hl.
	Derselbe hat gut gemacht . . .	4 fl.	55 kr.	6 hl.
	Bleibt Restschuld?			

§. 75. Gewichts-Subtractionen und Rechnungs-Vortheil hiebei.

Man kann sich die Gewichts-Subtractionen, und im Allgemeinen das Abziehen, etwas erleichtern; nämlich: anstatt

*) Im Beispiele Nr. 327 steht der Abzug oben. In diesem Falle, der öfter vorkömmt, wird jede Gattung der obern Zahl von der ihr gleichnamigen untern übrigens aber völlig nach der Regel abgezogen.

das Geborgte zur kleinern Zahl zu zählen, von der man abziehen soll, ziehe man sogleich vom Geborgten ab, und zähle dann erst zum Ueberreste die kleinere Zahl hinzu, von der eigentlich abzuziehen war. Dieses Verfahren ist kürzer, ausgenommen wenn die Eintheilungszahl der geborgten Eins nur Zehner zählt, wie z. B. bei 1 fl. = 60 kr., 1 Ztr. = 100 ℔ ꝛc., daher man bei diesen nach §. 73 abziehe.

Das hier folgende Beispiel wird die Anwendung deutlich machen.

	Ztr.	℔	Lth.	Qt.
		149		
Das Ganze	325	49	16	1
Der Abzug	217·	63·	28·	3
Der Rest	107	85	19	2

Bei den Quint ist angefangen. Man sagt: 3 Qt. von 1 Qt. kann man nicht abziehen, borgt also (dem Ganzen und dem Abzug) 1 Lth. oder 4 Qt. Von diesen ziehe ich die 3 Qt. ab, es bleibt 1 Qt., und hiezu noch das 1 Qt. gezählt, von dem abgezogen werden sollte, gibt 2 Qt., welche unter den Strich geschrieben sind. Eben so sagt man bei den Loth: 29 Lth. von 16 Lth. geht nicht. Daher 29 Lth. von 32 Lth. (d. i. von einem geborgten ℔) bleiben 3 Lth. Hiezu die 16 Lth. gezählt, von denen abgezogen werden sollte, gibt zusammen 19 Lth. Hingegen sagt man bei den Pfunden: 64 ℔ von 49 ℔ geht nicht, also borge ich 1 Ztr. oder 100 ℔., habe daher 149 ℔ und ziehe hievon 64 ℔ wie in unbenannten Zahlen ab; nämlich: 4 von 9 bleibt 5 und 6 von 14 bleibt 8. Endlich werden noch die Zentner wie einfach benannte Zahlen abgezogen.

Zusatz. **Das Geborgte hat jedesmal die Größe der Eintheilungszahl zum nächst höhern Namen. Man zieht daher beim Borgen sogleich von dieser Eintheilungszahl ab, und zählt den Ueberrest zur obern Zahl.**

Die Richtigkeit des obigen Vortheils kann man sich etwa in folgender Art versinnlichen: Jemand hat zwei Pulverhörner; in dem einen 1 Qt., in dem andern 1 Lth. oder 4 Qt., und er soll 3 Qt. abgeben. Nun ist es klar, daß er deßwegen nicht nöthig hat, die 4 Qt. erst mit dem 1 Qt. zusammen zu schütten, und dann zu sagen: jetzt habe ich 5 Qt., und wenn ich hievon 3 Qt. wegnehme, so bleiben mir 2 Qt., sondern er kann (und zwar kürzer) gleich die 3 Qt. aus dem vollern Horne nehmen, so daß in diesem 1 Qt., und auch im andern 1 Qt., also zusammen 2 Qt. bleiben, wie vorhin. Dieselbe Betrachtung läßt sich bei den Lothen, und ähnliche bei Pfennigen ꝛc. anstellen.

Uebungsbeispiele.

330) 32 Ztr. 8 ℔ 3 Loth. — 19 Ztr. 27 Lth.?
331) 83 ℔ 9 Lth. 1 Qt. — 36 ℔ 19 Lth. 3 Qt.?
332) 60 Ztr. 54 ℔ 14 Lth. — 29 Ztr. 68 ℔ 17 Lth.?
333) Von 73 Ztr. abzuziehen 13 Ztr. 46 ℔ 25 Lth. 2 Qt.
334) Die Gebühr einer Comp. sei 2 Ztr. 41 ℔ 24 Lth. Zwieback
Der Vorrath war nur noch 1 „ 92 „ 30 „ „
Folglich hat sie gut:

§. 76. Subtraction im Getreid- und Flüssigkeits-Maaße.

	Schäf.	Metz.	Vrtl.	Mäß.	Dr.		Schenk-Eim.	Mß.	Qrt.
a)	317	5	-	1	-	b)	38	16	1
	— 69·	5·	1·	6·	1		— 25·	48·	3
	247	5	0	2	1		12	27	2

Die Eintheilung bei dem Getreidemaaß (§. 52 e.) ist so einfach, daß obiges Beispiel a keiner Erklärung bedarf.

Bei b) ist abgezogen wie in fl., kr. u. pf.

§. 77. Abziehen bei Eintheilungen nach Stücken.

	Klft.	⅛ Klft.		℔.	Stück 16 per ℔		Dutzend.	Stück.
a)	16	5	b)	29	12	c)	378	3
	— 4·	7		— 23·	14		—149·	8
	11	6		5	14		228	7

Zu a). 7 Achtel von 5 Achtel geht nicht, daher 7 von 8 (d. i. von 1 geborgten Klaftr.) bleibt 1 Achtel, und hiezu die obenstehenden 5 Achtel geben 6 Achtel, die unter den Strich geschrieben sind. Sodann 5 Klft. von 16 Klft. bleiben 11 Klft.

Zu b). 14 Stück von 12 Stück kann man nicht wegnehmen, man borgt 1 ℔., d. i. 16 Stück, und sagt 14 von 16 bleibt 2, hiezu die 12 Stück gibt 14 Stück im Rest. Dann bei den ℔, 24 von 29 bleiben 5 ℔.

Zu c). Dieses Beispiel bedarf keiner Erklärung.

§. 78. Uebungsbeispiele.

335) Einer Escad. Gebühr an Brennholz war . 12 Klf. 6 Achtl.
Empfangen hat sie in diesem Quartale . 9 Klf. 8 Achtl.
Bleibt somit (Guthaben oder Schuld?)

336) Die Empfangssumme an Lichtern war 16 ℔ 8 St.
Die Gebühr in diesem Quartale war 18 ℔ 7 St.
Bleibt somit (Guthaben oder Schuld?)

337) Jemand braucht Tuch zur Uniformirung 7 Ell. 5 Achtel
Er kauft einen Rest zu . . . . 9 Ell. 3 Achtel
Wie viel bleibt ihm übrig?

338) Von ein. Fasse wurden abgelassen 3 Eim. 51 Mß. 5 Achtel
Vor diesem Abzapfen enthielt es 7 Eim. 20 Mß. – Achtel
Wie viel muß noch im Fasse seyn?

339) In ein. Hafertruhe waren 3 Schäf. 2 Metz. – Vrtl. 3 Mßl.
Hievon wurden abgegeben 1 Schäf. 5 Metz. 1 Vrtl. 6 Mßl.
Wie viel bleibt noch?

340) 7 Ballen 3 Rieß 12 Buch — 3 Bll. 9 Rieß 17 Buch?
341) 3 Metz. 1 Vrtl. 4 Mß. 1 Drß. — 1 Vrtl. 7 Mß. 1 Dr. ½ Dr.?
342) 3154 Schäffel 2 Metz. — 2968 Schäffel 5 Metzen?
343) 13 Vis. Eimer 28 Maaß — 8 Vis. Eim. 43 Mß.?
344) 4 Fud. 3 Ohm 17 Mß. — 5 Ohm 1 Eimer 50 Mß.?
345) 17 Tage 13 Stund. 47 Min. — 12 T. 21 St. 53 M.?

§. 79. Subtraction und Addition im Zeitmaaße.

Unsere Zeitangaben (Daten) in Jahren, Monaten und Tagen nach Chr. Geb. sind durch Ordnungszahlen (als 1tes, 2tes ꝛc. 1840tes Jahr ꝛc.), nicht aber durch Hauptzahlen (1, 2, ꝛc. 1840 Jahre) angegeben; so z. B. bedeutet das Datum: den 16. April 1840, daß der angegebene Tag im 1840ten Jahre, im 4ten Monate der 16te Tag n. Chr. Geb. sei, nicht aber daß an diesem Tage schon 1840 Jahre, 4 Monate und 16 Tage seit Chr. Geb. verflossen sind.

Da aber Rechnungen mit Ordnungszahlen nicht die nöthige Einsicht gewähren, so werden sie vorher in Hauptzahlen verwandelt, indem man jede Ordnungszahl **um eins kleiner schreibt**. Bei unsern Daten muß man sich überdieß die Ordnungszahlen der Monate aus ihren Namen merken (§. 56).

Demgemäß wird obiges Datum zur Rechnung verwandelt in: 1839 Jahre, 3 Monate und 15 Tage nach Chr. G.

Die **Richtigkeit dieser Verwandlung** aber leuchtet ein, wenn man bedenkt, daß so lange im **Jahre** 1840 gezählt wird, erst 1839 volle Jahre verflossen sind; daß ferner, so lange man im 4ten Monate (April) zählt, erst 3 volle Monate dieses Jahres vorüber, und endlich am 16ten dieses Monats erst volle 15 Tage desselben abgelaufen sind; daß also den 16ten April 1840 wirklich erst 1839 Jahre, 3 Monate, 15 Tage seit Chr. Geb. (als dem Anfange unserer Zeitrechnung) verflossen sind.

Wenn bei einer Zeitangabe auch Stunden, Minuten u. s. w. vorkommen, so bleiben ihre Zahlen unverändert, in=

dem sie die Uhr schon nach Hauptzahlen zählt. So z. B. bedeutet die Angabe 9 Uhr 20 Minuten Morgens, daß seit Mitternacht (als dem Anfange des laufenden Tages) 9 Stunden, 20 Minuten völlig verflossen sind. Dabei ist nur zu bemerken, daß bei Nachmittags- oder Abend-Zeit die Stundenzahl um 12 vermehrt werden muß, indem wir Mittags 12 Uhr die Stunden wieder von vorn zu zählen anfangen; 9 Uhr 20 Minuten Abends wird daher in Rechnungen geschrieben: 21 Stunden, 20 Minuten.

Soll ferner umgekehrt eine mit Hauptzahlen geschriebene Zeitangabe in die gewöhnliche Datums-Angabe verwandelt werden, so darf man auch nur umgekehrt Jahres-, Monats- und Tages-Zahlen um Eins vergrößern; Stunden-, Minuten- &c. Zahlen aber unverändert lesen.

Nach dieser Vorbereitung, welche verstanden seyn muß, um in unsern Daten (Zeitangaben) mit Einsicht rechnen zu können, sollen nun die Arten von Beispielen erklärt werden, welche am gewöhnlichsten im practischen Leben vorkommen.

A) Es ist der Zeitunterschied zwischen zwei Daten zu finden; z. B. N. N. wurde geboren im Jahre 1789 den 20ten Juli Abends 9 Uhr, und starb 1840 den 9ten Januar Früh 5 Uhr. Welches Alter erreichte er?

Regel hiezu. 1) Man verwandle zuerst die Ordnungszahlen der Jahre, Monate und Tage nach Obigem in Hauptzahlen.

2) Schreibe zugleich die größere Zeitangabe (d. i. das neuere Datum) obenan, und darunter die kleinere Zeitangabe (d. i. das ältere Datum).

3) Ziehe dann wie bei mehrfach benannten Zahlen das Untere vom Obern ab, und zähle dabei einen etwa geborgten Monat durchgängig zu 30 Tag. Die Probe endlich geschieht wie gewöhnlich bei der Subtraction.

Beispiel. Man berechne das oben bei A verlangte Alter.

Seit Chr. G. waren verflossen:	Jahre,	Monate,	Tage,	Stund.
bei dem Tode des N. . . .	1839	0	8	5
bei der Geburt des N. . . .	1788·	6·	19·	21
Daher ist das erreichte Alter des N.	50	5	18	8

d. i. der Zeitunterschied zwischen seiner Sterbe- u. Geburts-Stunde.

Erklärung. Man sagte 21 Stunden von 5 St. können nicht abgezogen werden; borgt daher einen Tag, d. i. 24 St. und zieht hievon die 21 Stund. ab; es bleiben 3 Stund. übrig, und hiezu die oben stehenden 5 Stund. gezählt, geben 8 St. zum Rest. Sodann: 20 Tage von 8 Tage geht nicht, borgt daher

1 Monat, d. i. 30 Tage, und zieht 20 davon ab; dieß gibt 10 und hiezu 8, bleiben 18 Tage als Rest. Ferner: 7 von 0 Monat geht nicht, es wird daher ein Jahr, d. i. 12 Monate geborgt, und hievon 7 abgezogen, gibt 5 Monate als Rest. Die Jahre endlich sind wie einfach benannte Zahlen abgezogen.

Uebungsbeispiele.

346) Se. Majestät König Ludwig I. ist den 25ten August 1786 geboren. Welches Alter hatte Allerhöchst Derselbe als Commandant der ersten Armee-Division in den Gefechten des 19ten April 1809?

347) Welches Lebensalter hatte Se. Majestät König Maximilian II. bei Uebernahme der Regierung am 20. März 1848, da Allerhöchst Derselbe den 28. Nov. 1811 geboren ist?

348) Der Sergeant N. N. wurde am 25ten Novbr. 1837 beim Infanterie-Regiment Wrede verpflichtet, und am 13ten Januar 1841 zum Infanterie-Regiment König versetzt. Wie lange diente derselbe beim Regiment Wrede?

349) Der Unteroffizier N. will für die noch übrige Dienstzeit eines desertirten Einstehers M. einstehen. Wie viel beträgt diese, da M. den 24. März 1841 desertirte und 1838 den 13. Dezember auf 6 Jahre eingestanden war?

350) Der zweite Wachtmeister N. war den 27ten November 1798 freiwillig zugegangen; er wurde den 1ten Januar 1800 zum Corporal, dann den 20ten Mai 1804 zum zweiten Wachtmeister befördert, und blieb, sich durch Tapferkeit auszeichnend, bei Breslau den 23ten Dezember 1806. Wie lange diente er 1) als Gemeiner? 2) als Corporal? und 3) als zweiter Wachtmeister?

351) A war den 30ten October 1731 Abends 7 Uhr 30 M. geboren, und starb 1841 den 25ten Juni Vormittags 10 Uhr 15 Minut. Welches Alter erreichte A?

352) Gustav Adolph, geboren den 9ten Dezember 1594, blieb in der Schlacht bei Lützen am 6ten Novbr. 1632. Friedrich der Große, geboren den 24ten Jän. 1712, starb den 17ten August 1786. Was ist der Unterschied ihres erreichten Alters?

Die Gründe der obigen Regel sind die der Subtraction mit mehrfach benannten Zahlen. Daß man aber hiebei jeden Monat zu 30 Tag rechnet, nachdem sie doch von verschiedener Länge sind, erklärt sich daraus, weil sonst die unter einander stehenden Monate keine völlig gleichartigen Einheiten wären, also auch nicht abgezogen werden könnten.

Anmerkung 1. Um bei diesen Zeitrechnungen kleinere Jahreszahlen zu erhalten, kann man die Daten von irgend einem Zeitpunkte an rechnen, z. B. vom Anfang des Jahrhunderts, oder noch einfacher vom Jahresanfang des ältesten vorkommenden Datums.

Anmerkung 2. Will man den Zeitunterschied zweier Daten auf den Tag genau finden, so verwandle man, ehe man subtrahirt, die gegebenen Monate in Tage, mit Rücksicht auf ihre verschiedene Länge (Siehe §. 56.); z. B. A wurde den 18ten März 1836 auf 6 Jahre verpflichtet, und stellte am 25ten Juli 1840 einen Ersatzmann. Man finde (auf den Tag genau), wie lange A gedient hat, und auf welche Zeitdauer B einsteht.

Von Anfang 1836 sind verfl.	J.	M.	T.		J.	T.
Beid. Stellung d. Ersatzmannes	4	6	24	d. i.	4	206
„ „ Verpflichtung des A . .	0	2	17	„	0	77
daher verfloss. Dienstz. d. A bei d. Ersatzmannstellung					4	129
						365
Bei Ausdienung des A . . .	6	2	17	d. i.	6	77
„ Ersatzmannstellung . . .	4	6	24	„	4·	206
daher übernommene Dienstzeit des Einstehers					1	236

Jahr 1840		1836	
I. Quart.	91*	Jän.	31
II. „	91	Febr.	29*
Juli	24	März	17
Se.	206	Se.	77

* Da 1840 u. 1836 Schaltjahre sind.

Als Probe der richtigen Rechnung müssen die Dienstzeiten des A und des Einstehers zusammen 6 Jahre geben; man hat hier 4 J. 129 Tg. + 1 J. 236 Tg. = 5 J. 365 Tg. = 6 Jahr.

Anmerkung 3. Wollte man endlich den Zeitunterschied 2er Daten (als z. B. ein erreichtes Alter) auf die Minute ꝛc. genau finden, so verwandle man, im Ganzen und im Abzug, die Jahre und Monate in Tage, subtrahire dann und bringe den so in Tagen, Minuten ꝛc. gefundenen Zeitunterschied wieder auf Jahre, durch Division mit 365 Tag 5 St. 48 M. 48 Sec. als der wahren Länge jedes Jahres (nach §. 92 A. dividirend), und gebe den Rest in Tagen, Stunden ꝛc. an.

B) Unter A wurde erklärt, wie man den Zeitunterschied zwischen zwei Daten finde. Zuweilen soll man aber auch das Datum angeben, welches nach oder vor Verlauf einer bestimmten Zeit geschrieben wird oder wurde. Z. B.:

1) Sergeant N. ist am 27ten August 1840 für den Gemeinen M. eingestanden, der noch 4 Jahre, 8 Monate und 15 Tage zu dienen hatte. An welchem Datum hat Sergeant N. diese übernommene Dienstzeit vollendet?

2) Corporal A. hat am 4ten März 1841 eine übernommene Dienstzeit von 3 Jahren 7 Monaten 25 Tagen ausgedient; an welchem Tage hatte er dieselbe angetreten?

Regel. 1) Man verwandle das gegebene Datum in Hauptzahlen, wie bei A. und schreibe darunter die in Jahren, Monaten u. s. w. gegebene Zeit. 2) Hierauf addire man Beides, wenn (wie im ersten Beispiele) ein künftiges Datum gesucht wird; subtrahire hingegen das untere vom obern, wenn (wie im zweiten Beispiele) ein vergangenes Datum gesucht wird.

3) Das, was herauskommt, verwandle man dann in die gewöhnliche Zeitangabe dadurch, daß man die gefundene Jahres=, Monats= und Tages=Zahl, jede um 1 vergrößert, und den Monat mit seinem Namen liest (nach §. 56).

Ausrechnung des ersten Beispiels:

Nach Chr. Geb. waren	Jahre,	Monate,	Tage,
beim Einstehen verflossen:	1839	7	26;
die übernommene Dienstzeit ist:	4	8	15.
Dieß addirt gibt die Zeit d. Abschieds:	1844	4	11 n. C. G.
Mithin Datum des Abschieds:	1845tes J.	5ter M.	12ter Tag,

d. i. der 12te Mai 1845.

Ausrechnung des zweiten Beispiels:

Nach Chr. Geb. waren	Jahre,	Mon.,	Tage,
bei der Ausdienung verflossen:	1840	2	3;
die übernommene Dienstzeit ist:	3·	7·	25.
Dieß subtr. gibt d. Anfang d. Dienstzeit:	1836	6	8 n. C. G.
Daher ist das Datum des Anfangs:	1837te J.	7te M.	9te Tag,

d. i. der 9te Juli 1837.

Anmerkung. Werden auch hier Resultate verlangt, die auf einen Tag genau sind, so muß man so wie bei den vorigen Anmerkungen verfahren; die im Resultate vorkommenden Tage aber dann wieder auf Monate bringen, mit Rücksicht auf deren verschiedene Länge.

Uebungsbeispiele.

353) An welchem Tage war A. geboren, da er den 16ten Januar 1832 Morgens 11 Uhr 30 Minuten in einem Alter von 94 Jahren, 7 Monaten, 28 Tagen, 19 Stunden, 42 Minuten starb?

354) Max Joseph III., Churfürst von Bayern, starb den 30ten Dezember 1777 nach einer Regierung von 32 Jahren, 11 Monaten und 10 Tagen. Man finde das Datum seines Regierungsantrittes.

§. 80. Abziehen mehrfach benannter Zahlen im Kopfe.

Am häufigsten bedarf man ihrer in Geldrechnungen. Man verfährt dabei entweder gerade so wie im schriftlichen Rechnen, oder auch so, daß man vom Abzuge zum Ganzen hinauf zählt. Z. B. Jemand soll 2 fl. 39 kr. bezahlen, und gibt einen Vereins=Thaler, d. i. 3 fl. 30 kr. hin; wie viel trifft ihn heraus?

Man sagt: von 2 fl. 39 kr. bis auf 3 fl. sind 1 und 20 kr., hiezu noch die 30 kr., treffen 51 kr. heraus.

Uebungsbeispiele.

Jemand ist schuldig:

355) 5 fl. 23 kr., und gibt 6 fl.;
356) 8 fl. 52 kr., und gibt 4 Krthlr., d. i. 10 fl. 48 kr.;
357) 6 fl. 31 kr., und gibt 3 Krthl., d. i. 8 fl. 6 kr.;
358) 1 fl. 13 kr. 5 hl., und gibt 2 fl. 42 kr.;
359) 4 fl. 26 kr., und gibt 1 Krthl. u. 1 Vereinsthaler;
360) 3 fl. 51 kr., und gibt 1 preuß. Thl. (1 fl. 45 kr.) u. 3 fl.

} was trifft heraus?

Anmerkung. Anfänger werden sich hier Fragen aus den §§. 47 bis 81 aufstellen, und dieselben zur Wiederholung des Erlernten beantworten. Dasselbe ist am Schlusse jedes folgenden Abschnittes anzurathen. Die Fragen am Schlusse der Abschnitte der beiden ersten Abtheilungen können hiebei als Muster dienen.

Fünfter Abschnitt.

Vom Multipliciren mehrfach benannter Zahlen.

§. 81. Erklärung.

Alle Sätze der Multiplication von §. 23 bis §. 32 haben auch hier, als allgemeine Sätze der gleichmäßigen Vermehrung, ihre volle Gültigkeit. Man weiß daher sowohl vom Producte, daß es stets einerlei Namen mit dem Einfachen (oder Multiplicanden) hat, als auch, daß der Anzeiger jederzeit eine unbenannte oder doch nur scheinbar benannte Zahl ist. Es braucht daher nur gezeigt zu werden, 1tens wie eine mehrfach benannte Zahl mit einem unbenannten Anzeiger multiplicirt wird, und dann 2tens noch, wie die Multiplication mit einem mehrfach benannten Anzeiger zu verstehen sei.

Die Multiplication mehrfach benannter Zahlen mit einem unbenannten Anzeiger aber kann auf zwei verschiedene Arten geschehen, nämlich:

§. 82. Erste Art, mehrfach benannte Zahlen zu multipliciren.

Allgemeine Regel. 1) Man bringe das mehrfach benannte Einfache (Multiplicand) auf seinen niedersten Namen (nach §. 59); 2) multiplicire es dann mit dem Anzeiger in gewöhnlicher Art (§. 26 u. s. f.), und 3) führe das erhaltene Product wieder auf die höhern Gattungen zurück (nach §. 60).

Beispiele. Was geben 3° 5′ 6″ 8‴ multiplicirt mit 63.

b) im zwölftheiligen Maaße; | a) im zehntheiligen Maaße?

Rechnung. 3° 5′ 6″ 8‴ Ddz.

```
 ——×12
  41′
 ——×12
  498″
 ——×12
  5984‴ Ddz.
 × 63
 17952
35904
376992‴ Ddz. = 31416″ = 2618′ = 218° 2′ Ddz.
:(12)  |     :(12) |    :(12) |
Rest 0          0   Rest 2′
```

```
3° 5′ 6″ 8‴ Dz.
d.i. 3568‴ Dz.
× 63
10704
21408
224784‴ Dz. = 224° 7′ 8″ 4‴ Dz.
```

Erklärung zu a). Zuerst sind 3° 5′ 6″ 8‴ zehntheil. Maaß auf den niedersten Namen 3568‴ gebracht (nach §. 59 d.), und diese Zahl sodann mit 63 multiplicirt (nach §. 28). Man erhält das Product 224784‴ Dz. (§. 25. I), welches (nach §. 60. c.) in 224° 7′ 8″ 4‴ Dz. verwandelt ist.

Erklärung zu b). Zuerst ist 3° 5′ 6″ 8‴ Ddz. auf Linien gebracht (nach §. 59. c.). Man erhält 5984 zwölftheilige Linien. Diese sind sodann mit 63 multiplicirt (nach §. 28) und das gefundene Product 376992‴ Ddz. Maaß zuerst auf Zoll, dann auf Fuß und endlich auf Ddz. Ruthen, jedesmal durch Division mit 12, gebracht (nach §. 60. b), wodurch man 218° 2′ Ddz. Maaß als gesuchtes Product erhält.

c) Man multiplicire 19 fl. 47 kr. 5 hl. mit 8003.

Der Multiplicand 19 fl. 47 kr. 5 hl.

```
    × 60
    1187 kr.
    ——× 8
    9501 Heller
  × 8003
   28503
 76008
76036503 hl. = 9504562 kr. = 158409 fl.
:(8)     |     :(6    0)
Reste: 7 hl.       22 kr.
```

ist in bekannter Art auf 9501 Heller gebracht (nach §. 59). Diese sind dann in gewöhnlich. Art (§. 28) mit 8003 multiplicirt, u. das was herauskömmt, wieder auf höhere Namen gebracht (§. 60).

Antwort: Das Product ist 158409 fl. 22 kr. 7 hl.

d) Was geben 418 fl. 51 kr. 3 pf., multiplicirt mit 7?

418 fl. 51 kr. 3 pf. sind (nach §. 59) auf Pfennig gebracht, und dann überhaupt wie beim vorigen Beispiele (c) verfahren.

```
418 fl. 51 kr. 3 pf.
 × 60
 25131 kr.
     × 4
100527 pf.
 ×   7
703689 pf. = 17592|2 kr. = 2932 fl. 2 kr. 1 pf.
:(4)    |     :(6  |0)
Reste: 1 pf.        2 kr.
```

Antw. 418 fl. 51 kr. 3 pf. × 7 = 2932 fl. 2 kr. 1 pf.

e) Was ist das 45fache von 3 Ztr. 74 ℔ 12 Lth.?

Die 3 Ztr. 74 ℔ 12 Loth sind (nach §. 59 b) auf 11980 Lth. gebracht; diese sodann mit dem Anzeiger 45 multiplicirt (nach §. 28) und die herauskommenden 539100 Lth. wieder auf Pfunde und Zentner gebracht (nach §. 60. a).

```
Die 3 Ztr. 74 ℔ 12 Loth
    × 100
   374 ℔
  × 32
   760
  1122
 11980 Loth.
  × 45
 59900
 47920
539100 Loth = 168|46 ℔ = 168 Ztr. 46 ℔ 28 Lth.
:(32)         :(1 |00)
 219
u. s. w. Rest 28 Loth.
```

Anmerkung. Aus den vorstehenden Beispielen erkennt man bald, daß die Multiplication mit Zahlen von zehntheiliger Eintheilung (Beisp. a.) am leichtesten ist; ferner auch, daß bei Zahlen von andern Eintheilungen die Arbeit mühsamer wird, weil zuerst alles auf unbequemere Art auf die niederste Gattung gebracht, u. dann später wieder auf höhere zurückgeführt werden muß. Um diese zeitraubenden Verwandlungen größtentheils zu umgehen, ist die hier folgende zweite Multiplicationsregel aufgestellt, mit der man kürzer, aber nicht so mechanisch, ein Beispiel wie das andere rechnen kann.

§. 83. Zweite Art der Multiplication.

Allgemeine Regel. 1) Man multiplicire mit dem Anzeiger zuerst die Zahl vom niedersten Namen des Einfachen, ziehe aus dem Producte die Einheiten des nächsthöhern Namens (wie im §. 65), merke sich diese, und schreibe nur den Rest unten hin; 2) verfahre hierauf in gleicher Art bei jedem folgenden höhern Namen, nur daß man dem jedesmaligen Producte die ihm gleichnamige gemerkte Zahl hinzuzählt.

Anmerkung. Um hiebei die höhern Einheiten im Kopfe ausziehen zu können, was Kürze wegen jedesmal geschehen soll, ist erforderlich: a) daß man die eins bis 9fachen unserer Eintheilungszahlen (§. 44. VI.) auswendig wisse, und b) daß der Anzeiger (Multiplicator) nicht größer sey als 10. Da Letzterer überhaupt bedeutenden Einfluß auf die Anwendung der zweiten Multiplicationsart hat, so müssen in Bezug auf ihn 3 Fälle unterschieden werden, und diese sind in den 3 folgenden §§. 84, 85 und 86 erklärt.

§. 84. Multiplication, wenn der Anzeiger nicht größer ist als 10.

Man rechne das **Beispiel** d) des §. 82. Der Anzeiger 7 ist rechts angeschrieben und bei den pf. die Multiplication angefangen, indem man sagt: 7×3 ist 21 pf., d. i. 5 kr. 1 pf. Die 5 kr. merkt man sich, der 1 pf. ist unten hingeschrieben.

fl.	kr.	pf.	
418	51	3	× 7
2932	2	1	

Hierauf multiplicirt man die Einer der kr., nämlich 7×1 kr. gibt 7 kr. und hiezu die gemerkten 5 kr. gibt 12 kr. Die (2) Einer der kr. schreibt man gleich unten hin, ihre (1) Zehner aber merkt man sich, gerade so und aus dem nämlichen Grunde, wie bei der Addition (siehe §. 66). Sodann multiplicirt man die (5) Zehner der kr. mit dem Anzeiger 7, nämlich 7×5 Zehner sind 35 Zehner und 1 Zehner im Sinne gibt 36 Zehner, das sind 6 fl. gerade aus. Man schreibt daher nichts unter die Zehner der kr. und behält die 6 fl. im Sinne. Die Gulden werden nun mit 7 wie bei unbenannten Zahlen multiplicirt, nur daß gleich bei der Multiplication ihrer Einerziffer (8) die im Sinne behaltenen (6) Gulden hinzu gezählt werden.

Die Richtigkeit dieses kürzern Verfahrens beruht auf §. 25 III. u. I.; nämlich nach III. darf man stückweise multipliciren, d. i. im obigen Beisp. die pf. für sich, dann die kr., u. s. f.; aus I. §. 25. aber ist bekannt, daß die multiplicirten Stücke (pf., kr. &c.,) im Producte einerlei Namen behalten, und nach §. 60. auf höhern Namen geführt werden können. Zur Veranschaulichung folgen hier noch einige vollständig gerechnete Beispiele.

1) Besonders leicht und oft anwendbar ist in unserm Gelde die Multiplication mit 10, weil 6 Zehner von den kr. 1 fl. geben. Man rechnet so: 10×5 hl. sind 50 hl. d. i. 6 kr. 2 hl. Die 6 kr. schreibt man sogleich unter die (3) Einer

fl.	kr.	hl.	
3589	43	5	× 10
35897	16	2	

der kr., indem das folgende Product 43 kr.×10 voraussichtlich keine Einer der kr. gibt; die 2 hl. setzt man unter die (5) hl. Sodann sagt man bei den Kreuzern: 43 kr. × 10 gibt

43 Zehner d. i. 7 fl. 1 Zehner (§. 62. f.), schreibt die 7 fl. unverzüglich unter die Einerziffer (9) der fl., die (1) Zehner der kr. zu den kr., und setzt ferner ohne weiters die 3589 fl. gleich ins Product, links von den (7) Einern, herunter, indem 3589 fl. × 10 nur Zehner der fl., nämlich 35 890 fl. geben kann.

	℔	Lth.	Qt.	
2)	94	29	3	× 9
		6		
8 Ztr.	54	11	3	

267 Lth. = 8 ℔.
:(32)
256

Man rechnet: 9mal 3 Qt. geben 27 Qt. d. i. 6 Lth. 3 Qt. Man schreibt also 3 Qt. unter die Qt. und zählt 6 Lth. hinüber, nämlich 9 × 9 = 81 und 6 ist 87, schreibe 7 (in eine Nebenrechnung) behalte 8; dann 9 × 2 ist 18 und 8 ist 26; diese 267 Loth werden nebenan auf Pfunde gebracht (§. 60). Man erhält 8 ℔ 11 Loth. Schreibt alsdann 11 unter die Loth und merkt sich 8. Ferner 9 × 4 ist 36 und 8 im Sinn ist 44, schreibt 4, behält 4; 9mal 9 ist 81 und 4 im Sinne geben 85, schreibt nur 5 an, und setzt 8 als Zentner links daneben, da 8 Hunderter Pfund = 8 Ztr. sind.

	Schenkeim.	Mß.	Qrt.	
3)	27	39	3	× 8
	221	18	-	

	Fuß.	Zoll.	Lin.	Scrup.	Dbz.	
5)	11	9	0	8		× 5
	4^0	$10'$	$9''$	$3'''$	4^{IV} Dbz.	

	Schäffel.	Metz.	Vrt.	Mäßl.	
4)	182	5	1	7	× 11
	10	10	9		
	2012	5	-	5	

	Klaft.	Achtl.-Klft.	
6)	31	6	× 12
	9		
	381	-	

Die vorstehenden Rechnungen (3 bis 6) werden Jedem deutlich seyn, welcher die vorhergegangenen Beispiele verstanden hat. Mit 11 und 12 ist hier wie mit einziffrigen Zahlen multiplicirt, unter der Voraussetzung der bekannten Vielfachen von 12 und 11.

Uebungsbeispiele.

361) 82 fl. 37 kr. 5 hl. × 4?	362) 53 kr. 7 hl. × 9?
363) 56 fl. 43 kr. 2 hl. × 10?	364) 17 kr. 2 pf. × 12?
365) 126 fl. 25 kr. 3 pf. × 7?	366) 278 fl. 3 pf. × 3?
367) 207 fl. 7 kr. 1 pf. × 11?	368) 47 kr. 7 hl. × 10?
369) 39 fl. 57 kr. 3 hl. × 6?	370) 8 fl. 39 kr. × 5?
371) 29 ℔ 18 Lth. 3 Qt. × 8?	372) 292 Ztr. 72 ℔. × 2?
373) 28^0 $5'$ $7'''$ Dbz. × 9?	374) $11'$ $10''$ $8'''$ 9^{IV} Dbz. × 8?
375) 13 Vis. Eim. 49 M. × 3?	376) 3 S. Eim. 32 M. × 7?
377) 28 Schf. 4 M. 1 V. × 9?	378) 7 Mßl. 1 Dr. × 16?
379) 9 Klft. 5 Acht.-Klft. × 6?	380) 13 Buch 21 Bg. × 15?

381) 35 ℔ 14 Stück Lichter (zu 16 auf's ℔) × 12?
382) Das Pfund einer Waare kostete 1 fl. 46 kr., was 9 ℔?
383) Was kosten 10 Ellen von einem Tuche, von dem jede Elle zu 5 fl. 37 kr. bezahlt wird?

Zusatz. Wenn die einzelnen Namen des Multiplicanden einziffrige Zahlen sind (z. B. 9 fl. 5 kr. 3 hl.), so kann man auch mit einem großen Anzeiger (z. B. 647) nach §. 83 multipliciren. Dieses geschieht, indem man sich bei jedem einzelnen Namen die Factoren verwechselt denkt (§. 25. II.), die so gefundenen Producte unten anschreibt, und diese zuletzt schriftlich auf höhere Namen bringt (§. 60).

z. B. 9 fl.	5 kr.	3 hl. × 647
5823 fl.	3235 kr.	1941 hl.
+ 57 fl.	+ 242 kr.	:(8)
5880 fl.	347|7 kr.	Rest 5 hl.
	:(6|0)	
	Rest 57 kr.	

Antw. 9 fl. 5 kr. 3 hl. × 647 gibt 5880 fl. 57 kr. 5 hl.

Erklärung. Wegen der 3 Benennungen fl. kr. hl. des Multiplicanden werden hier 3 Multiplicationen gerechnet. In der ersten sind, anstatt 3 hl. mit 647 zu multipliciren, umgekehrt 647 hl. mit 3 multiplicirt, und das Product 1941 hl. ist unten angeschrieben. Eben so ist bei den kr. und fl. verfahren, was 3235 kr. und 5823 fl. gibt.

Hierauf werden die 1941 hl. durch Division mit 8 (§. 60) auf 242 kr. 5 hl. gebracht, die 242 kr. gleich unter die 3235 kr. geschrieben und zu diesen addirt, der Rest 5 hl. aber unterhalb hingesetzt. Dann sind auch die 3477 kr. durch Division mit 60 auf 57 fl. 57 kr. gebracht, die 57 fl. gleich zu den (5823) fl. hinzugeschrieben und addirt, der Rest 57 kr. aber unten angesetzt. Die unten stehenden fl. und die Reste der kr. und hl. sind das verlangte Product.

Anmerkung. In dieser Art multiplicirt man auch, wenn die einzelnen Namen des Multiplicanden solche zweiziffrige Zahlen (11, 12 ꝛc.) sind, deren Vielfache man im Gedächtnisse hat.

*§. 85. Multiplication mit einem Anzeiger, der zwar größer als 10, aber aus kleinern Factoren zusammengesetzt ist.

Man rechne das **Beispiel** e) des §. 82, in welchem der Anzeiger 45 aus den Factoren 9 × 5 zusammengesetzt ist.

Ausrechnung. Zuerst multiplicire man mit dem einen Factor z. B. mit 9 (nach §. 84. Beisp. 2), und hierauf das so erhaltene Product (33 Zntr. 69 ℔ 12 Lth.) mit dem andern Factor (5). Das letzte Product (168 Ztr. 46 ℔ 28 Lth.) ist das gesuchte. Das nämliche wurde im §. 82 e. durch eine längere Rechnung gefunden.

	Ztr.	℔.	Lth.	
a)	3	74	12	× 9
	33	69	12	× 5
	168	46	28	

Der Grund dieses Verfahrens ist im §. 43. I. nachgewiesen. Dabei hätte man auch zuerst mit 5 und das Herauskommende mit 9 multipliciren können. Denn gleichviel ob man von einer Zahl das 9fache 5mal, oder ihr 5faches 9mal nimmt, so kömmt jedesmal ihr 45faches heraus, gerade so, als ob man sie auf einmal mit 45 multiplicirt hätte.

Dieses Verfahren ist auch anwendbar, wenn der Anzeiger mehr als 2 Factoren hat.

Man multiplicire z. B. 87 fl. 29 kr. 3 hl. mit 350.

	fl.	kr.	hl.	
b)	87	29	3	× 10
	874	53	6	× 7
	6124	16	2	× 5
	30621	21	2	

Da der Anzeiger 350 aus 10 × 7 × 5 zusammengesetzt ist, so wurde hierneben das Einfache 87 fl. 29 kr. 3 hl. zuerst mit 10 multiplicirt (nach §. 84). Man erhält 874 fl. 53 kr. 6 hl. Dieses Product ist sodann mit 7 und das so erhaltene Product 6124 fl. 16 kr. 2 hl. noch mit 5 multiplicirt, jedesmal nach §. 84. Man erhält: 30621 fl. 21 kr. 2 hl. als das 350fache der Zahl 87 fl. 29 kr. 3 hl.

Was geben 28 fl. 57 kr. 6 hl. mit 400 multiplicirt?

	fl.	kr.	hl.	
c)	28	57	6	× 10
	289	37	4	× 10
	2896	15	–	× 4
	11585	–	–	das 400fache.

Der Anzeiger läßt sich zerlegen in 10 × 10 × 4.

Im Uebrigen ist die Arbeit wie beim vorigen Beispiele.

Uebungsbeispiele.

384) 53 fl. 46 kr. × 18?
385) 89 fl. 32 kr. 5 hl. × 360?
386) 27 fl. 21 kr. × 50?
387) 106 fl. 13 kr. 3 pf. × 96?
388) 3 Ball. 8 Rß. 5 B. × 12?
389) 2° 11′ 10″ 7‴ Dbz. × 32?
390) 2 Eim. 51 M. 3 D. × 700?
391) 3 Zt. 92 ℔ 18 L. × 135?

***§. 86. Multiplication mit einem Anzeiger, der weder kleiner ist als 10, noch sich in kleinere Factoren zerlegen läßt.**

Regel. 1) In diesem Falle zerstücke man den Anzeiger, und zwar am gewöhnlichsten in seine Einer, Zehner, Hunderter u. s. w.; 2) multiplicire sodann den Multiplicanden mit jedem einzelnen Stücke des Anzeigers (nach §. 84 oder 85), u. 3) zähle die so gefundenen Partialproducte zusammen. Diese Summe ist sodann das gesuchte Product, gerade so als ob man den Multiplicanden auf einmal mit dem unzerstückten Anzeiger multiplicirt hätte (§. 25. III.)

Ein **Beispiel** wird dieses Verfahren deutlich machen.

	fl.	kr.	pf.		
1)	65	26	3	× 372 d. i. mit 300 + 70 + 2.	
				× 10	
	654	27	2	× 10	
	6 544	35	-	× 3	
	19 633	45	-	das	300fache
	4 581	12	2	„	70 „
	130	53	2	„	2 „
	24 345	51	-	„	372 „

Man zerstückt den Anzeiger 372 in seine 3 Stücke von verschiedenem Range, d. i. in 300 + 70 + 2; multiplicirt sodann mit dem ersten Stücke 300 nach dem vorigen §. 85, und findet 19633 fl. 45 kr. als 300faches.

Hierauf wird der Multiplicand (65 fl. 26 kr. 3 pf.) mit 70 d. i. mit dem zweiten Stücke des Anzeigers (372) multiplicirt. Dieß geschieht, indem man das in der zweiten Zeile stehende zehnfache (nämlich 654 fl. 27 kr. 2 pf.) noch mit 7 multiplicirt, und das, was herauskömmt, gleich unter das schon gefundene 300fache schreibt, also 4581 fl. 12 kr. 2 pf. unter 19633 fl. 45 kr. setzt.

Dann ist der in der ersten Zeile stehende Multiplicand noch mit dem dritten Stücke des Anzeigers (372) d. i. mit seiner Einerziffer 2 multiplicirt (nach §. 84.) und sogleich das Herauskommende (130 fl. 53 kr. 2 pf.) unter das zweite schon gefundene Partialproduct (4581 fl. 12 kr. 2 pf.) geschrieben.

Hat man in dieser Art alle Partialproducte gebildet, (deren man so viele erhält als der Anzeiger bedeutende Zifferstellen hat), und dieselben gehörig zum Addiren unter einander geschrieben, so zählt man sie zusammen. Die herauskommende Summe (hier 24345 fl. 51 kr.) ist das gesuchte Product; denn wer von einer Sache das 300fache und das 70fache und noch das 2fache nimmt, der hat sicher das 372fache. Bei dem Multipliciren mit der höch-

sten Ziffer (3 Hunderter) muß man immer zuerst mit seinen Factoren 10, 10 u. s. f. multipliciren, weil man die 10fachen, 100fachen, ꝛc. ꝛc. des Multiplicanden auch zu den folgenden Partialproducten brauchen kann, und die Multiplication mit 10 leicht ist.

Man rechne in dieser Art auch das Beispiel c) des §. 82.

	fl.	kr.	hl.	
2)	19	47	5	× 8003 d. i. mit 8000 + 3.
	197	56	2	× 10
	1979	22	4	× 10
	19793	45	-	× 10
				× 8
	158350	0	-	das 8000fache.
	59	22	7	„ 3 „
	158409	22	7	„ 8003 „

Man findet das nämliche Product wie im §. 82. c.

Uebungsbeispiele.

392) 83 fl. 56 kr. 5 hl. × 523?
393) 34738 fl. 37 kr. 1 hl. × 2071?
394) 9406 fl. 41 kr. 2 pf. × 1406?
395) 73 Pfund 19 Lth. 3 Qt. × 53?

Anmerkung. Wenn der Multiplicand groß ist, so geschieht die Multiplication immer leichter nach der zweiten Art (§. 84, 85 und 86); zählt er aber nur einige Einheiten vom höchsten Namen, und ist er nur zweinamig, so geschieht die Rechnung eben so leicht n. §. 82.

§. 87. Multiplication mit zwei mehrfach benannten Zahlen.

Wenn zwei mehrfach benannte Zahlen mit einander zu multipliciren sind, so muß man zuerst aus dem Sinne der Aufgabe zu erkennen suchen, welche von den beiden Zahlen der Multiplicand und welche der Anzeiger sei (§. 25. Anm).

Letzterer wird dann auf einen einzigen Namen gebracht, und mit ihm, wie mit einer unbenannten Zahl, die andere mehrfach benannte multiplicirt. Auf welchen Namen aber der Anzeiger zu bringen sei, ist ebenfalls nur aus dem Sinn der Aufgabe erkennbar. Ein Beispiel wird dieses deutlich machen: „Von einer Waare wurde das Pfund zu 3 fl. 37 kr. gekauft; was werden 2 Ztr. 10 Pfund derselben kosten?"

Ausrechnung. Der Sinn der Ausrechnung sagt hier, daß man den Preis von einem Pfunde (3 fl. 37 kr.) so oftmal nehmen müsse, als die andere Zahl (2 Zt. 10 ℔) Pfunde enthält.

Es ist also 3 fl. 37 kr. die mehrmals zu nehmende Zahl, d. i. der Multiplicand (§. 23). Die andere Zahl (2 Ztr. 10 ℔) aber, auf Pfunde gebracht, gibt an, wie oftmal 3 fl. 37 kr. zu nehmen sind, und ist also der Anzeiger. Da nun 2 Zntr. 10 ℔ = 210 ℔ (§. 59), so wird mit 210 (nach §. 86) multiplicirt, und man findet: die 210 ℔ kosten 759 fl. 30 kr.

fl.	kr.	
3	37	× 210 d. i. 10×7×3
36	10	× 10
		× 7
253	10	× 3
759 fl.	30 kr.	

Uebungsbeispiele. Was kosten:

396) 87 ℔ 11 Stück (16 aufs ℔) Lichter? 1 Stück zu 1 kr. 3 hl.
397) 8 Schffl. 4 Metz. Hafer? der Metzen zu 1 fl. 25 kr.
398) 3 Fud. 2 Ohm 1 Eim. Wein? der Eim. zu 35 fl. 52 kr.
399) 13 Tagw. 69 Dez. Wiesen? die Dez. zu 2 fl. 13 kr.
400) 27 Klft. 6 Achtlklft. Brennholz? Das Achtl. zu 1 fl. 17 kr.
401) Wenn man für einen fl. 5 Mäßl 1 Dreiß. Erbsen bekömmt, wie viel dann für 263 fl.?
402) Ein Arbeiter, der sich täglich 1 fl. 7 kr. verdient, wie viel erhält er für 35 Wochen u. 4 Tage (d. Woche zu 6 Tg.)?
403) Wenn ein Mann täglich 1 Klft. 5 Achtlklft. Holz schneiden kann, wie viel dann in 3 Wochen u. 5 Tagen (eine Woche = 6 Tage.)?

§. 88. Probe der Multiplication.

Zur Probe rechne man das Beispiel ein zweitesmal, am besten auf andere Art, aus. Wer z. B. 19 fl. 34 kr. 5 hl. mit 28 (nach §. 85) zuerst mit 7 dann mit 4 vermehrte, multiplicire es dann zur Probe zuerst mit 4 und hierauf mit 7, oder rechne die Probe nach §. 86 oder §. 82.

§. 89. Multiplication im Kopfe.

Keiner Kopfrechnungsart bedarf man im gewöhnlichen Leben so häufig, als jener der Multiplication benannter Zahlen unserer Geldeintheilung.

Man kann hiebei bezüglich der mehrmals zu nehmenden Zahl (Multiplicand) vier Fälle unterscheiden, nämlich:

1) wenn diese ein bequemer Guldentheil ist, zum Beispiel 20 kr. × 365;
2) wenn sie ein unbequemer Guldentheil ist, zum Beispiel 22 kr. × 89;

3) wenn der Multiplicand (z. B. 17 kr.) zwar ein unbequemer Guldentheil ist, der Anzeiger aber z. B. (30) ein bequemer Guldentheil wäre, wofern er den Namen kr. hätte;
4) endlich, wenn der Multiplicand eine mehrfach benannte Zahl ist.

Im ersten und zweiten Falle rechne man im Kopfe ganz in der nämlichen Ordnung wie es in den §§. 62 und 63 für schriftliche Rechnungen gelehrt wurde, und rechne daher alle dort stehenden Beispiele nun auch hier im Kopfe aus.

Im dritten Falle verwechsle man die Zahlen der beiden Factoren, also 17 kr. × 30 in 30 kr. × 17 (n. §. 25.); hiedurch wird das neue Einfache (30 kr.) ein bequemer Guldentheil, mit welchem man daher wieder nach §. 62 rechnet.

Man sage nämlich: 17 kr. × 30 ist einerlei mit 30 kr. × 17. Letzteres aber sind 17 Halbegulden oder 8 fl. 30 kr.

Uebungsbeispiele zum dritten Falle.

404) Was ist die 30tägige Löhnung, die tägliche zu 26½ kr.?
405) Was kosten 20 Pfund Metall, das Pfund zu 51 kr.?
406) Was kostet 1 Dutzend Sacktücher, das Stück zu 43 kr.?
407) Was kosten 7½ Ellen Zeug, die Elle zu 39 kr.?

Im vierten Falle, wo also die mehrmals zu nehmende Zahl Gulden, Krz. 2c. enthält, multiplicire man zuerst die Gulden (nach §. 31): sodann die Kreuzer u. s. w. (nach erstem, zweitem oder drittem Falle), und zähle zu den zuerst gefundenen Gulden die zuletzt erhaltenen Gulden, Kreuzer u. s. w. (nach §. 71) hinzu.

Beispiel. Was kostet ein Stück Tuch von 37 Ellen, wenn jede Elle zu 4 fl. 15 kr. bezahlt wird?

Ausrechnung. Man sagt: 37 Ellen kosten 37mal 4 fl. und 37 Fünfzehner oder 37 Viertelsgulden. Dann bei den Gulden (nach §. 31); 4mal 30 ist 120 und 4mal 7 ist 28, also zusammen 148 fl. Hierauf bei den Kreuzern: 37 Viertelsgulden sind 9 fl. 1 Fünfzehner. Endlich sagt man: vorher waren es 148 fl., hiezu 9 fl. 15 kr., geben 157 fl. 15 kr.

Antw. Die 37 Ellen kosten demnach 157 fl. 15 kr.

Anderes **Beispiel.** Wenn eine tuchene Pantalon 3 fl. 56 kr. 5 hl. kostet, was dann 21 Stück?

Ausrechnung. 3 fl. 56 kr. 5 hl. sind 4 fl. weniger 1 Groschen und 3 hl., 21mal 4 fl. geben 84 fl.; 21 Groschen sind 1 fl. 3 kr. Dieß von 84 fl. abgezogen, bleiben noch 82 fl. 57 kr.; 21mal 3 hl. geben 63 hl., d. i. 7 kr. 7 hl.

Dieses von 82 fl. 57 kr. abgezogen, bleiben 82 fl. 49 kr. 1 hl., und so viel kosten die 21 tuchene Pantalon.

Anmerkung. Solche Kopfrechnungen lassen viele Aenderungen zu, so z. B. hätte man auch sagen können: 3 fl. 56 kr. 5 hl. sind 4 fl. 5 hl. weniger einem Batzen, u. dgl. m.

Uebungsbeispiele.

408) Was kosten 5 Ellen Tuch, die Elle zu 3 fl. 20 kr.?
409) Was kosten 14 Klft. Holz, die Klft. zu 9 fl. 26 kr.?
410) Was kostet das Schfl. Hafer, der Metz. zu 1 fl. 38 kr.?

Jemand nimmt täglich ein:

411) 2 fl. 43 kr.; was in 30 Tagen? was in 365 Tag.?
412) 13 kr. 5 hl.; was in 92 Tagen? was in 11 Tagen?
413) Wenn 1 Loth Silber 1 fl. 35 kr. kostet, was 16 Lth.?
414) Wenn 1 ℔ Fleisch 9 kr. 3 pf. kostet, was der Ztr.?
415) Wenn 1 Mß. Bier 5 kr. 1 pf. kostet, w. d. Sch.-Eim.?
416) Wenn 1 Franc (französisches Geld) 28 kr. 2 hl. gilt, was dann ein 5 Francs-Stück?

Zusatz. Wer in einer oder der andern Münzsorte, oder in einem bestimmten Maaße oder Gewichte rc. öfters Kopfrechnungen zu machen hat, wird sich überdieß noch kleine Regeln aufstellen (nach Art der hier unter A, B, C rc. folgenden), und diese dann dem Gedächtnisse einprägen, z. B.

A. **Verwandlung von Kronenthalern &c. in fl. und kr.**

Ein Krthlr. ist 2 fl. 42 kr. d. i. 27 Sechser (od. 27 Zehntelsgulden). Hat man daher Kronenthaler in Gulden anzugeben, so multiplicire man ihre Anzahl mit 9 und dann mit 3 (nach §. 31.) und schneide rechts eine Ziffer ab. Die rechts abgeschnittene Ziffer sind Sechser, die übrige Zahl ganze Gulden.

Beispiel. Wie viele Gulden sind 584 Kronenthaler?

584 × 9 5256 × 3 1576|8 d. i. 1576 fl. 48 kr.	**Erkl.** Die 584 Kronenthaler werden nämlich durch die Multiplication mit $9 \times 3 = 27$ in 15768 Sechser verwandelt, und diese nach §. 62. g. in fl. u. kr.

Anmerkung 1. Da 10 Kronenthaler = 27 fl., so findet man auch den Werth von 20, 30, 40 Krth. rc. durch Multiplication von 27 fl. mit 2, 3, 4 rc. leicht im Kopfe. Merkt man sich dann noch die Werthe von 2, 3, 4, 5 bis 9 Krthlr., so rechnet man auch in folgender Art: z. B. was geben 36 Krthl.? Man sagt: 30 Krthl. geben 3×27 fl., d. i. 81 fl., die 6 Krthlr. sind 16 fl. 12 kr., daher zusammen 97 fl. 12 kr.

Anmerkung 2. Da 4 preuß. Thlr. = 4 Vereinsthlr. = 3 Fünffrancs-Stücke = 7 fl.; da 1 Dukaten = $5\frac{1}{2}$ fl., rc., so kann man sich hiefür ähnliche Regeln aufstellen.

Anmerk. 3. Es sind 6 fl. östr. = 7 fl. bayer.; um daher zu verwandeln:
a) Oestr. fl. in bayer. Geld, addire man zu erstern ihren 6ten Theil;
b) Bayer. Geld in östreich., subtrahire man von ersterm den 7ten Theil.
z. B. a) 35 östr. fl. = $35 + \frac{35}{6} = 35 + 5\frac{5}{6}$ = 40 fl. 50 kr. bayer.
Der Kreuzer wegen, wird dieser Vortheil erst nach den Brüchen recht anwendbar.

Uebungsbeispiele.

417) Wie viele fl., kr. geben 16 Krthlr? 87 Krthl.? 125 Krthl.?
418) Wie v. im bayer. Geld sind 45 östr. fl.? 176 östr. fl.?
419 a) Wie v. fl., kr. geben 17 preuß. Thlr.? 112 Vereinsthl.?
419 b) Was geben: 2, 4, 6, 18, 19, 20, 24 Fünffrancs-Stücke?

B. Bei Einnahme und Ausgabe.

So viele Kreuzer den Tag, } so viele Halbegulden in 30 Tagen.
so vielmal 6 fl. und 5 kr. das Jahr.

So viele Hell. d. Tag, so vielm. 3 Fünfzehn. u. 5 Hl. d. Jahr, denn 365 kr. = 6 fl. 5 kr. und 365 Heller = 45 kr. 5 hl.

Wer also z. B. täglich 19 kr. einnimmt, erhält im Jahre 19 × 6 fl. und 19 Fünfer; 19 × 6 fl. geben 114 fl. (§. 31) u. 19 Fünfer geben 1 fl. 7 Fünfer, dieses zusammen: 115 fl. 35 kr.

C. Im Flüssigkeitsmaaße. (1 Eimer = 60 Maaß.)

1) So viele pf. das Quart, so viele kr. kostet die Maaß.
2) So viele kr. die Maaß, so viele fl. kostet der Eimer.

Kostet z. B. eine Maaß 4 kr. 3 pf. d. i. $4\frac{3}{4}$ kr., so kostet der Eimer $4\frac{3}{4}$ fl. d. i. 4 fl. 45 kr.

D. Im Holzmaaße. (1 Klaft. = 60 Klaft. Zoll.)

So viele kr. der Klafter-Zoll, so viele Gulden die Klafter.

E. Im Getreidemaaße.

1) So viele hl. der Dreiß. } so viele Vierundzwanziger das
2) So viele pf. das Mäßl. } Schäffel, u. so viele Batzen d. Metz.
3) So viele kr. das Viertl, so viele Zwölfer kostet das Schffl., und so viel ½ Batzen der Metzen.

F. Im Gewichte.

1) So viele Pfennige das Quint, so viele kr. das Loth.
2) So viele Heller das Loth, so viele Batzen das Pfund.
3) So viele Kreuz. das Pfund, so vielm. 5 Drittelsg. d. Ztr.

Uebungsbeispiele.

419 c) Was kostet der Eimer Wein? wenn d. Qrt. 7 kr. 3 pf. kost.
420) „ „ der Eim. Bier? die Maaß zu 5 kr. 5 hl.
421) „ „ die Klft. Holz? der Klftzoll zu 6 kr. 2 pf.
422) „ „ d. Schfl. Hafer? wenn 1 Mäßl. 2 kr. 3 pf. kost.
423) „ „ das Pfund Dochtgarn? das Loth 1 kr. 2 pf.
424) „ „ das Rieß Papier? der Bogen zu 5 Heller.
425) „ „ der Zentner Pulver? das ℔ zu 37 kr. 3 pf.

Sechster Abschnitt.

Vom Theilen (Dividiren) mehrfach benannter Zahlen.

§. 90. Erklärung.

Bei der Theilung kommen zwei verschiedene Fälle vor, (siehe §. 33., der hier zu wiederholen ist); es sind nämlich entweder 1) Dividend und Divisor benannte Zahlen der nämlichen Haupteinheit, wie z. B. in der Aufgabe: In wie viele Theile, jeder zu 39 kr. 2 pf., können 37 fl. 32 kr. getheilt werden? oder es ist 2) nur der Dividend eine benannte Zahl, der Divisor (Anzeiger) aber ist unbenannt oder doch nur scheinbar benannt, wie im Beispiele: 73 fl. 49 kr. 2 hl. sollen unter 46 Mann gleichheitlich vertheilt werden, was trifft Jeden?

§. 91. Erster Fall. Division einer mehrfach benannten Zahl durch eine Zahl derselben Art.

Regel. Man bringe den Dividenden (Theilungszahl) und den Divisor (Theil) auf den kleinsten Namen, der in ihnen vorkömmt (nach §. 59.), und dividire mit den so verwandelten Zahlen, als wenn sie unbenannt wären (nach §. 36).

Beispiel. Man rechne das erste Beisp. des §. 90.

Ausrechnung. Der Dividend ist 37 fl. 32 kr., der Divisor (hier der Theil) ist 39 kr. 2 pf. Ihr kleinster Name ist pf.; auf diesen gebracht, gibt der Dividend 9008 pf., der Divisor 158 pf. und durch ihre Division erhält man den Quot. $57\frac{2}{158}$. Dieser zeigt an, daß sich die Zahl 37 fl. 32 kr. in 57 Theile, jeden zu 39 kr. 2 pf., theilen läßt, wobei noch 2 pf. übrig bleiben; oder auch mit andern Worten, daß 39 kr. 2 pf. in 37 fl. 32 kr. $57\frac{2}{158}$stel mal enthalten sind.

fl. kr. : kr. pf.
37 32 : 39 2
× 60 — ×4
2252 kr. — 158 pf.
×4
9008 pf. = $57\frac{2}{158}$
:(158) „
790
1108
1106
2 Rest.

Die Gründe der Regel beruhen lediglich auf dem IIten Grundsatz der Division §. 33. Nach diesem müssen Dividend und Divisor gleichbenannt seyn, der Quotient aber ist dann eine unbenannte Zahl. Es müssen

daher vor der Theilung Dividend und Divisor auf einerlei Namen gebracht werden; hiezu aber ist ihr kleinster Name gewählt, um die Rechnung mit Brüchen zu vermeiden, welche erst in der folgenden Abtheilung angewiesen wird.

Uebungsbeispiele.

426) Was geben 21 fl. 17 kr. : 1 fl. 9 kr.?
427) Man dividire 312 fl. 7 hl. durch 28 kr. 5 hl.?
428) In wie viele Theile zu 3 fl. 14 kr. kann man 20 fl. theilen?
429) Wie oft sind 5 Mäßl 1 Dreiß. enthalten in 14 Schäffel?
430) Man theile 3 Ztr. 78 ℔ in Theile zu 1 ℔ 23 Lth.
431) Wie viele Kugeln kann man aus 14 Ztr. 88 ℔ Blei gießen, wenn jede Kugel 1 Loth 2 Quint wiegt?
432) Wie viele Patronen zu 2 Quint geben 3 Ztr. 27 ℔ 30 Loth Pulver?

§. 92. Zweiter Fall. Division einer mehrfach benannten Zahl durch eine unbenannte.

Diese Division läßt zwei verschiedene Verfahrungsarten zu, ähnlich jenen bei der Multiplication §. 82 und 83.

A.) Erstes Verfahren und allgemeine Regel hiezu.

1) Man bringe den mehrfach benannten Dividenden auf seinen niedersten Namen; 2) dividire ihn dann in gewöhnlicher Art, und führe 3) den Quotienten wieder auf höhere Namen zurück.

Beispiel. 73 fl. 49 kr. 2 hl. sollen unter 46 Mann gleichheitlich vertheilt werden; was bekömmt Jeder?

Ausrechnung. Jeder bekömmt den 46ten Theil. Man bringt daher 73 fl. 49 kr. 2 hl. auf hl. (nach §. 59), und dividirt die erhaltene Hellerzahl 35434 hl. durch 46 (nach §. 41). Der Quotient ist $770\frac{14}{46}$ hl. d. i. (nach §. 60) 1 fl. 36 kr. $2\frac{14}{46}$ hl.

73 fl. 49 kr. 2 hl. : 46
—— × 60
4429 kr.
—— × 8
35434 hl. = $770\frac{14}{46}$ hl. = 96 kr. $2\frac{14}{46}$ hl. = 1 fl. 36 kr. $2\frac{14}{46}$ hl.
:(46) :(8) :(60)
322 **Rest** $2\frac{14}{46}$
323
322 **Antwort.** Jeder bekömmt 1 fl. 36 kr. $2\frac{14}{46}$ hl.
14

Uebungsbeispiele.

433) Man theile 314 fl. 28 kr. 3 hl. durch 8.

434) 8 Zentner 54 Pfund 11 Loth 3 Quint : 9?
435) a. $13^0\ 8'\ 9''$ Dz. : 23? ‖ b. $580^0\ 6'\ 11''$ Ddz. : 137?
436) Eine Zulage von 243 fl. 50 kr. soll unter 108 Mann gleichheitlich vertheilt werden; was erhält Jeder?
437) 158409 fl. 22 kr. 7 hl. : 8003?

B.) Zweites Verfahren und allgemeine Regel hiezu.

1) Man dividire den Dividenden stückweise, indem man bei der Zahl seines höchsten Namens anfängt, diesen in gewöhnlicher Art theilt, und dem so erhaltenen Quotienten den Namen des dividirten Stückes gibt. 2) Bleibt hiebei ein Rest, so bringe man ihn auf den nächst niedern Namen und zähle das gleichnamige Stück des Dividenden hinzu. 3) Diese zusammengezogene Zahl wird nun weiter wie der vorhergegangene Name getheilt, und in dieser Art fortgefahren, bis auch der niederste Name dividirt ist, dessen etwaiger Rest dem Quotienten als Bruch angehängt wird.

1. Beispiel. Man rechne das bei der Regel A) stehende Beispiel nun auch nach der zweiten Art aus.

```
= 1 fl.   36 kr.  2 14/46 hl.
 73 fl.   49 kr.  2 hl.
:(46)
Rest 27 fl.
     × 60
 1669 kr.
:(46)
 138
  289
  276
Rest 13 kr.
     × 8
  106 hl.
:(46)
   92
  14 Rest
```

Bei den 73 fl. ist angefangen. Diese durch 46 getheilt (nach §. 36) geben den Theil 1 fl. u. den Rest 27 fl. Der Theil 1 fl. ist über die getheilten 73 fl. geschrieben, der Rest 27 fl. (den man als fl. nicht unter die 46 Mann theilen kann) in kr. umgewechselt (nach §. 59), u. zugleich die ebenfalls zu vertheilenden 49 kr. des Dividenden zugezählt. Man erhält 1669 kr. Diese durch 46 divid. (n. §. 36) geben den Quot. (Theil) 36 kr. und den Rest 13 kr. Der Quot. 36 kr. ist oberhalb angeschrieben, der Rest 13 kr. aber in hl. verwandelt und die 2 hl. des Dividenden zugezählt. Die so erhaltenen 106 hl. sind endlich auch durch 46 dividirt (n. §. 41) u. der Theil $2\frac{14}{46}$ hl. ist über die hl. des Dividend. geschrieben.

Antwort. Der Antheil jedes Mannes ist 1 fl. 36 kr. $2\frac{14}{46}$ hl. (wie §. 92. A.)

2. Beispiel. Man dividire 5347 fl. 38 kr. durch 9.

= 594 fl. 10 kr. $7\frac{1}{9}$ hl.
5347 fl. 38 kr.
:(9)

Erklärung. Ist, wie in diesem Beispiele der Divisor einziffrig, so bringt man den Rest jedes Namens gleich im Kopfe auf den nächstniedern Namen, rechne jedoch im Uebrigen wie beim ersten Beispiele.

Antwort. Der 9te Theil von 5347 fl. 38 kr. ist 594 fl. 10 kr. $7\frac{1}{9}$ hl.

Beweis. Die Richtigkeit des Verfahrens bei der ersten Divisionsart ist durch die §§. 59, 41 und 60, auf welche sich die Regel bezieht, nachgewiesen. Die zweite Art aber und ihre Gründe sind wie jene des §. 36. Wie dort wird der Dividend stückweise getheilt, und dem Theile der Namen des getheilten Stückes gegeben, nur daß hier der Dividend in seine einzelnen Namen (73 fl. + 49 kr. + 2 hl.) zerstückt ist, während er es im §. 36 in seine Ziffern von verschiedenem Range war. Wie dort ist auch hier der Rest, den etwa ein Stück läßt, auf den nächstniedern Namen gebracht, und ihm das gleichnamige Stück des Dividenden zugezählt, nur mit dem Unterschiede, daß es im §. 36 durch einfaches Herunterschreiben der folgenden Ziffer des Dividenden geschehen konnte, während es hier nach §. 59 geschehen muß. Zur Uebung ist an dem Beispiele 73 fl. 49 kr. 2 hl : 46 der Beweis, ähnlich jenem im §. 37, auszuarbeiten.

Uebungsbeispiele.

Man dividire nach der 2ten Art die Beispiele 433 bis 445;

438) 375 fl. 8 kr. 3 pf. : 6.	**439)** 96 fl. 7 hl. : 38.
440) 1600 fl. 43 kr. : 365.	**441)** 50 ℔ 24 Lth. : 112.
442) 7 Eim. 8 M. Wein : 1025.	**443)** 80971 fl. : 96.
444) 209 Schäfl. 5 Metz. : 85.	**445)** 27^0 9′ 11″ Dbz. : 17.

Anmerkung. Die zweite Divisionsart B ist der ersten vorzuziehen, da sie meistens eine kürzere Rechnung zuläßt, als die erste Art.

§. 93. Probe der Division benannter Zahlen.

Man kann entweder die Richtigkeit der Division durch die Multiplication prüfen, oder dadurch, daß man das Beispiel auf zwei verschiedene Arten (nach A und B des §. 92) rechnet, oder auch, indem man die Division ein zweitesmal in der nämlichen Art aufmerksam ausführt, und die beiden Divisionen nach jedem kleinen Abschnitte der Rechnung mit einander vergleicht.

§. 94. Division benannter Zahlen im Kopfe.

Diese kommen am öftesten in unserer Geldrechnung vor, und es soll daher auf sie besonders Rücksicht genommen werden. Man kann hiebei, und auch im Allgemeinen, zwei Fälle unterscheiden, nämlich:

I) wenn der Dividend eine Zahl unserer Geldeintheilung fl. kr. ꝛc., und zugleich der Divisor eine Zahl ist (wie z. B. 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10 ꝛc.) durch deren Theilung die Gulden des Dividenden bequeme Guldentheile geben (§. 62).

II) Wenn der Divisor keine solche Zahl, oder der Dividend keine Zahl unserer Geldeintheilung ist.

Im Iten Falle gebe man sogleich dem Quotienten (Theil) so viele bequeme Guldentheile, als der Dividend ganze Gulden zählt, bringe sie (nach §. 62) auf Gulden u. Kreuzer und merke sich diese; theile sodann auch die im Dividenden etwa vorkommenden Kreuzer, zähle die herauskommenden ganzen Kreuzer zu den bereits gemerkten Kreuzern hinzu, bringe den Rest auf Heller oder Pfennige, und verfahre mit diesen im Kopfe in der nämlichen Ordnung und Weise, wie beim schriftlichen Rechnen.

Beispiel a.) 8 Ellen Tuch kosteten 35 fl.; was 1 Elle?

Rechnung. Man sagt: 1 Elle kostete nur den 8ten Theil von 35 fl., d. i. 35 Achtelsgulden, und diese sind 4 fl. 22 kr. 4 hl.

Beispiel b.) 24 fl. 19 kr. sollen unter 5 Abtheilungen gleichheitlich vertheilt werden; was erhält jede?

Ausrechnung. Jede Abtheilung erhält 24 Fünftelsgulden und 19 kr. : 5. Die 24 Fünftelsguld. sind 4 fl. 48 kr., (§. 62), und dieß merkt man sich. Die 19 kr. : 5 geben 3 kr. für jeden der 5 Theile und 4 kr. als Rest. Vorhin hatte man 4 fl. 48 kr., hiezu 3 kr. geben nun 4 fl. 51 kr. Der Rest von 4 kr. gibt 32 hl., und diese durch 5 getheilt, trifft auf jeden noch $6\frac{2}{5}$ hl.

Antw. Jede Abtheilung erhält 4 fl. 51 kr. $6\frac{2}{5}$ hl.

Uebungsbeispiele zum ersten Falle.

446) 15 Ell. Tuch wurden um 54 fl. geboten; wie viel 1 Elle?
447) 6 Compagnien sollen 150 fl. theilen; was bekömmt eine?
448) Wenn die 20tägige Zulage 37 fl. ist; was die tägliche?
449) Was kostet 1 ℔ Pulver, wenn 5 ℔ 3 fl. 15 kr. kosten?
450) Was kostet die 8tels Klaft., die Klafter zu 11 fl 20 kr.?
451) Was kostet 1 Stück, das Dutzend zu 14 fl. 48 kr.?
452) Was kostet 1 Viertel Hafer, das Schäfel zu 4 fl. 36 kr.?
453) Was kostet 1 Dreißiger Mehl, der Metzen zu 15 fl. 21 kr.?
454) 60 ℔ Messing kosteten 43 fl. 30 kr.; was 1 ℔?
455) 3 Pferde wurden verkauft für 572 fl. 46 kr.; wie theuer eins?
456) Wenn 30 Ell. Leinw. 13 fl 35 kr. 3 pf. kosteten; was 1 Ell.?

Im IIten Falle wird die Division mühsamer, indem man sodann im Kopfe in der nämlichen Ordnung und Weise theilen muß, wie im schriftlichen Rechnen (§. 92. B.). Z. B.

Jemand kaufte 7 Ellen Tuch um 31 fl. 17 kr.; wie theuer also 1 Elle?

Rechnung. Man sagt: 31 fl. getheilt durch 7 gibt 4 fl. und den Rest 3 fl.; sodann 3 fl. sind 180 kr., und hiezu 17 kr. geben 197 kr.; diese getheilt durch 7 geben (nach §. 42) $28\frac{1}{7}$ kr. Man hat daher zusammen: 4 fl. $28\frac{1}{7}$ kr. oder 4 fl. 28 kr. $1\frac{1}{7}$ hl. als den Preis einer Elle.

Uebungsbeispiele zum zweiten Falle.

457) 11 Mann verzehrten 13 fl. 26 kr.; was trifft einen?

458) Was kostet 1 Elle, wenn 9 Ellen 23 fl. 54 kr. kosteten?

459) 16 Klafter und 5 Achtls. Klftr. Holz sollen unter 6 Compagnien gleichheitlich vertheilt werden; was erhält jede?

460) 35 Eim. 43 Mß. in 17 gleiche Theile getheilt, was trifft auf einen Theil?

Zusatz. Aehnlich den im Zusatze des §. 89 aufgestellten Regeln, kann man sich auch zur Division im Kopfe manche Vortheile merken; z. B.

A.) Verwandlung von Gulden und Kreuzern in Kronenthaler.

Zum Beispiel. Wie viele Kronenthaler geben 228 fl. 46 kr.?

Man hänge der Guldenzahl eine Null an (im Falle jedoch auch Kreuzer gegeben sind, so setze man die Anzahl ihrer Sechser an die Stelle der Null) und dividire durch 3 und dann durch 9, d. i. durch 27. Der letzte Quotient hat den Namen Kronenthaler.

Nämlich:

228 fl. 46 kr. sind 2287 Sechser und 4 kr.

: 3) 762 Achtzehner und 1 Sechser Rest

: 9) 84 Krthl. u. 6 Achtzehn. d. i. 18 Sechs. Rst.

Die Reste zusammen sind 4 kr. u. 19 Sechser, d. i. 1 fl. 54 kr. u. 4 kr.

Antw. Daher sind 228 fl. 46 kr. = 84 Krthlr. u. 1 fl. 58 kr.

B. Bei Einnahme und Ausgabe.

So viele Gulden im Jahre, } so viele Zwölftelsfl. (od. 5 kr.) in 1 Monat. so viele Sechtelsfl. (od. 10 kr.) in 2 Monat.

So viele fl. in 2 Monaten (d. i. 60 Tag), so viele kr. den Tag. So viele fl. in 1 Monat (zu 30 Tag), so viele halbe Batzen den Tag.

C.) Bei Flüssigkeits- und Holz-Maaß.

So viele fl. der Schenk-Eimer, so viele kr. die Mß. u. pf. d. Qrt.
So viele fl. das Klafter, so viele Kreuzer der Klafterzoll.

D.) Im Allgemeinen.

So viele fl. als 2 Stücke, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 60 St. kosten, eben so viele $\frac{1}{2}$ Guld., $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10}$ fl., 1 kr. kost. 1 St.

Uebungsbeispiele.

461) Wie viele Krthl. braucht man zur Ausbezahl. von 100 fl.?
462) 548 fl. 30 kr. sind in Kronenthalern anzugeben.
463) 375 fl. 52 kr., wie viel sind es Kronenthaler?
464) 100 fl. bayer., wie v. sind es östr. fl.? w. v. preuß. Thl.?
465) 619 fl. 17 kr., wie viel sind es bayer. Thaler? wie viel preußische Thaler?
466) Ein Schenk-Eim. Wein wurde um 18 fl. 24 kr. angekauft, was kostet die Maaß? der Schoppen?
467) Wenn die Klafter Holz 8 fl. 30 kostet, was 1 Klftr.-Zoll?
468) Jemand kauft Holz, die Klafter zu 9 fl. 12 kr. Es fehlen aber 11 Klft.-Zoll im Maaße; wie viel ist zu bezahlen?
469) Jemand nimmt jährlich 288 fl. ein; was trifft den Tag (1 Jahr zu 360 Tagen)?

§. 95. Rechnungsvortheile bei mehrfach benannten Zahlen.

Die im §. 43 für einfach benannten Zahlen erklärten Vortheile sind auch bei mehrfach benannten Zahlen anwendbar. Hiezu kommen noch:

a) Bei der Multiplication.

Wenn einzelne Stücke des Multiplicanden, (oder wenn der Anzeiger) bequeme Theile der Eintheilungszahl sind, so wird deren Anzahl sogleich auf den nächst höhern Namen durch Division gebracht (nach §. 62).

Beispiel. Man multiplicire 6 fl. 15 kr. 4 hl. mit 38.

fl.	kr.	hl.	
6	15	4	× 38
9	19		
237	49	—	

Da hier 4 hl. = $\frac{1}{2}$ kr. und 15 kr. = 1 Viertelsfl. ist, so multiplicire man gleich mit 38 ohne es zu zerlegen. Man erhält 38 halbe kr. d. i. 19 kr. und merkt sich diese. Dann 38 Viertelguld. d. i. 9 fl. 30 kr. (§. 62). Die 9 fl. merkt man sich, die 30 kr. zählt man zu den gemerkten 19 kr. und hat daher 49 kr. Endlich 38 × 6 fl. in gewöhnlicher Art multiplicirt und hiezu die gemerkten 9 fl. gibt 237 fl.

Anderes Beispiel. 28 Pfund 21 Lth. 3 Qt. × 32.

Ztr.	℔	Lth.	Qt.	
–	28	21	3	× 32
9	17 (21)	24	–	

$$28 \times 8 = 224,\quad 224 \times 4 = 896$$

Da 32 Qnt. = 8 Lth. und 32 Lth. = 1 ℔ sind, so sagt man: 3 × 32 Qt. d. i. 3 × 8 Lth. geben 24 Lth. und schreibt diese gleich unter die Lth. Ferner sagt man: 21 × 32 Lth. geben 21 ℔. Diese merkt man sich, multiplicirt 28 ℔ mit 32 in einer kleinen Nebenrechnung, und erhält zusammen mit den gemerkten 21 ℔, 917 ℔ d. i. 9 Ztr. 17 Pfund.

Uebungsbeispiele.

470) 7 fl. 41 kr. 3 pf. × 20?

471) 9′ 10″ 11‴ 5^{IV} Ddz. × 12?

472) Wenn der tägliche Oelbedarf 3 Pfund 14 Lth. ist, was ist der 16tägige?

473) Wenn die Elle Leinw. 22 kr. 4hl. kostet, was kosten 30 Ellen?

474) Was ist die Jahreseinnahme, wenn die für jeden Monat 9 fl. 18 kr. 2 pf. beträgt?

b) Bei der Division.

1) Bei dieser hat man die ähnliche Abkürzung. Man theile z. B. die Länge eines Hofraumes von 87° 11′ 9″ Ddz. in 12 gleiche Theile, und finde die Länge eines Theils.

Rechnung. Man sagt: 87° divid. durch 12, gibt $7\frac{3}{12}$ Ruth., d. i. 7° 3′. Die 7° werden unter die Ruthen, die 3 Fuß alsogleich unter die Fuß geschrieben. Dann schreibt man die 11′ des Dividenden gleich als 11 Zoll in den Quotienten und die 9″ als 9‴, indem $\frac{11'}{12} = 11''$ und $\frac{9''}{12} = 9'''$ Ddz. sind.

87°	11′	9″ Ddz.	: 12
7°	3′	11″	9‴ Ddz.

Anderes Beispiel. 56 fl. 38 kr. 5 hl. zu dividiren durch 15.

fl.	kr.	hl.	
56	38	5	: 15
3	46 (44)	$4\frac{9}{15}$	

Die Rechnung heißt: 15 in 56 geht 3mal; 3 × 15 ist 45, von 56 bleiben 11 Fünfzehntel-Gulden d. i. 44 kr. Diese merkt man sich zu den Kreuzern; sagt dann 38 kr. div. durch 15 geben 2 kr., und den Rest 8 kr.; die 2 kr. zu den gemerkten 44 kr. gezählt, geben zusammen 46 kr., und sind unten angeschrieben; der Rest 8 kr. gibt 64 hl., man hat daher 69 hl. : 15 und dieß beträgt $4\frac{9}{15}$ hl. Diese Abkürzung ist bei allen Divisoren anwendbar, welche bequeme Guldentheile geben.

2) Eine andere Abkürzung, übereinstimmend mit I. des §. 44 ist anwendbar, wenn sich der Divisor (wie im Bei-

spiel 87° 11′ 9″ Odz.: 36) in einziffrige oder bequeme zweiziffrige Factoren (36 = 12 × 3) zerlegen läßt. (Man findet 2° 5′ 3″ 11‴ Odz.)

Uebungsbeispiele.

475) Was ist der 36ste Theil von 64 fl. 25 kr. 4 hl.?

476) Was ist der 45ste Theil von 613 fl. 18 kr. 3 pf.?

477) 1 Zt. 40 ℔ 16 Lth.: 16?

478) 47 fl. 18 kr. 3 hl.: 5?

479) 31° 9′ 8″ Odz.: 24?

480) 375 fl. 8 kr. 3 pf.: 6?

§. 96. Pract. Aufgaben mit mehrfach benannten Zahlen.

Die hier folgenden Aufgaben sind eigentlich eine Fortsetzung jener des §. 45 u. 46. Der Unterschied besteht nur darin, daß hier auch mehrfach benannte Zahlen vorkommen. Alles, was daher im §. 45 gesagt wurde, um zu erkennen, durch welche Rechnungsart eine Aufgabe auszurechnen sey, findet auch hier wieder seine volle Anwendung.

481) 24 Pferde sollen mit 28 Schäffel 4 Metzen 1 Viert. Hafer 5 Woch. ausreich.; wie viel bekömmt jedes Pferd in 1 Woche?

482) Wie viele Patronen, jede zu 1 ℔ 16 Lth., können mit 134 Ztr. 64 ℔ Pulver gefüllt werden?

483) In einem Magazine sind 3 Ztr. 54 Pfund Fleisch und 13 Schfl. 4 Metz. Mehl; wie groß wird die Portion in Fleisch und in Mehl, wenn der Vorrath 1200 Portionen geben soll?

484) Eine Festung soll vom 16ten März 1846 bis einschlüss. 5ten Juli d. näml. J. für 1520 Mann verproviantirt werden; was muß der Vorrath seyn, wenn der Mann täglich 14 Lth. Fleisch, 1 Dreißiger Mehl und 1 Quart Branntwein erhalten soll?

485) Wie viel Pulver und Blei braucht man zur Anfertigung von 24000 Patronen, von denen jede mit 2 Qnt. Pulver u. 1 Kugel zu 1 Lth. 2 Qnt. Blei gefüllt wird?

486) Wenn die Entfernung der Hauptwache von der Caserne 3150′ beträgt, welche Zeit braucht dann der Zapfenstreich, um diesen Weg im Feldschritte (108 in 1 Min.) zurückzulegen, da die Länge eines Schrittes 30 Zoll ist?

487) 456 fl. 39 kr. 5 hl. sollen in Kronenthal. empfangen werden; wie viel Stücke, dann noch fl. u. kr. erhält man?

488) Von den 6 Mann einer Sturm-Colonne, welche zuerst die Bresche erstiegen, erhielt der erste 45 Dukaten (à 5 fl. 30 kr.), der zweite 84 Kronenthaler (à 2 fl. 42 kr.), und so jeder folgende immer weniger als sein Vormann, und zwar um so viel, als der zweite weniger

denn der erste erhielt; was bekömmt der dritte, vierte, fünfte und sechste in fl. und kr.?

489) Wenn jeder Mann einer Armee von 43680 Mann täglich einen Kreuzer Löhnung mehr bekommen soll, was macht dieß aus vom 12. Febr. 1840 bis 4. Juni 1840?

490) Wie viel macht es in einem gemeinen Jahre?

491) Wie lange reicht ein Regiment mit 100 Klftr. Brennholz, wenn es monatl. 19 Klft. 5 Achtl.-Klft. verbraucht?

492) Was beträgt die Löhnung eines präsenten Mannes vom 23. August 1839 bis einschlüssig 3. März 1844, wenn die Löhnung für 1 Tag $9\frac{1}{2}$ kr. ist?

493) Jemand will 347 preuß. Thaler zu 1 fl. 45 kr. in Kronenthaler umwechseln, wie viele bekömmt er?

494) Von zwei Lieferanten will der eine das Stück Tuch zu 38 Ellen um 106 fl. 24 kr., der andere, bei gleicher Breite und Güte, das Stück von 33 Ellen um 93 fl. 30 kr. liefern; welches Anerbieten ist vortheilhafter, und wie viel wird erspart bei einer Lieferung von 6872 Ellen durch Annahme des vortheilhaftern?

495) Die Patrone der 24pfündigen Belagerungs-Kanone enthält 7 Pfd. Pulver, jene der Zündhütchen-Muskete aber 2 Qnt.; wie viele der letztern können aus der ersten gemacht werden?

496) Ein Stück Tuch kam auf 324 fl. 36 kr., u. indem es für 433 fl. 12 kr. verkauft wurde, ergab sich ein Gewinn von 3 fl. 1 kr. an der Elle; wie viel Ellen hielt es?

497) Wie viel ganze Schritte (zu 30″) gehen auf die bayer. Poststunde, und wie viel solche Schritte stehen die Achtelsäulen auseinander?

498) Wie lange braucht demnach eine Abtheilung Infanterie von München nach Freising, wenn sie im Feldschritte (108 Schritt in einer Minute) geht, und nach je drei Stunden (Zeit) einen Halt von 40 Minuten macht? (Von München nach Freising sind 8 Poststunden.)

499) Was ist das Gewicht eines mit scharfen Infanterie-Patronen gefüllten Verschlags, wenn in demselben 2016 Patronen sind, jede zu 2 Qnt. Pulver, 1 Lth. 2 Qnt. Blei und ein 12tels Bogen Papier; ferner der leere Verschlag 12 Pfund, und ein Buch Papier 15 Lth. wiegt?

500) Wie viel Wägen braucht man, um das für 23000 Mann auf 4 Tage nöthige Brod zu führen, wenn der Mann täglich 48 Loth Brod erhalten soll, jeder Wagen 450 Laib Brod, zu 3 Pfund jeden, führen kann?

Anmerkung. Viele der Aufgaben des §. 46 könnn auch hier als Beispiele benützt werden, wenn man nur dort an die Stelle der einfach benannten Zahlen mehrfach benannte setzt.

Vierte Abtheilung.

Von den Brüchen.

Erster Abschnitt.

Von der Theilbarkeit der Zahlen.

Als Vorbereitung zu den Brüchen, muß man einige Eigenschaften der Zahlen, in Bezug auf ihre Theilbarkeit, kennen lernen, wie sie der gegenwärtige Abschnitt enthält.

§. **97**. Erklärung von Grundzahlen, von zusammengesetzten und verwandten Zahlen.

Es gibt 1) Zahlen, die sich nur durch eins und durch sich selbst ohne Rest theilen lassen, 2) solche, die auch noch durch andere Zahlen theilbar sind; erstere, wie z. B. 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31 2c. 2c. heißen Prim- oder Grundzahlen; letztere, wie z. B. 4, 6, 8, 9, 10 2c. heißen zusammengesetzte Zahlen, und die, durch welche sie ohne Rest theilbar sind, heißen Factoren oder Maaße derselben. So sind 2 und 3 die Maaße von 6.

Eine oder mehrere Zahlen, die einerlei Maaß haben, (sich also durch die nämliche Zahl ohne Rest theilen lassen oder aufheben), nennt man verwandte Zahlen; der einerlei Theiler heißt ihr gemeinschaftliches Maaß, und zwar das größte gemeinschaftliche Maaß, wenn es keine größere Zahl gibt, die in ihnen genau enthalten ist. So z. B. ist 3 ein gemeinschaftliches Maaß der verwandten Zahlen 18 u. 24, hingegen 6 deren größtes gemeinschaftliches Maaß.

Zahlen, die ohne Grundzahlen zu seyn, doch kein anderes gemeinschaftliches Maaß haben als 1, wie z. B. 8 und 9, heißen Prim- oder Grundzahlen unter sich.

Alle Zahlen, welche durch 2 theilbar sind, wie z. B. 2, 4, 6, 8 2c. heißen gerade Zahlen; alle übrigen aber, wie z. B. 1, 3, 5, 7, 9 2c., werden ungerade Zahlen genannt. Alle gerade Zahlen, ausgenommen 2, sind zusammengesetzte, aber nicht alle ungerade Zahlen sind Primzahlen.

Alle Primzahlen sind nur Vielfache von eins, während die zusammengesetzten Zahlen auch noch Vielfache anderer Zahlen sind.

§. 98. Von den nöthigsten Erkennungszeichen der Theilbarkeit der Zahlen.

A.) Theilbarkeit der Zahlen, die rechts Nullen haben.

1) Jede Zahl, deren Einerziffer 0 ist, läßt sich durch 10, durch 5 und durch 2 ohne Rest theilen. So z. B. ist 370 theilbar durch 10 und gibt 37, durch 5 und gibt 74, durch 2 und gibt 185.

2) Jede Zahl, die rechts zwei Nullen hat, ist durch 100, durch 25, 10, 5, 4 u. 2 ohne Rest theilbar. So z. B. ist 3700 durch 100 theilbar und gibt 37, durch 25 und gibt 148; durch 4 und gibt 925 ꝛc.

3) Alle Zahlen, deren letzte drei Ziffern Nullen sind, lassen sich mit 1000, mit 125, mit 25, mit 5 und auch mit 8 ꝛc. ohne Rest theilen oder heben.

Beweis. Jede Zahl, deren Einerziffer eine Null ist, zählt nur volle Zehner, ist daher ein ganzes Vielfaches der 10 und folglich offenbar durch diese Zahl ohne Rest theilbar. So z. B. ist 370 = 37 Zehner = 37 × 10; und man erhält bei der wirklichen Theilung mit 1 Zehner oder 10, so viele Einer (37), als die Zahl (370) Zehner enthielt. Da ferner jeder einzelne Zehner das 5fache von 2 und auch das 2fache von 5 ist, so folgt hieraus auch, daß jeder einzelne Zehner und somit jede ganze Anzahl von Zehnern (wie z. B. 37 Zehner = 370) sowohl durch 2 als durch 5 ohne Rest theilbar sein müsse. Die bei Nr. 2) u. 3) angegebene Theilbarkeit wird in ganz ähnlicher Art nachgewiesen.

B.) Kennzeichen aller durch 2, 4 und 8 theilbaren Zahlen.

1) Durch 2 sind alle jene Zahlen ohne Rest theilbar, deren Einerziffer mit 2 theilbar ist, wie z. B. 754 u. 93056 ꝛc. 2) Durch 4 sind alle jene Zahlen ohne Rest theilbar, deren zwei letzte Ziffern rechter Hand (als besondere Zahl gelesen) sich mit 4 aufheben, und 3) mit 8 läßt sich jede Zahl theilen, deren 3 letzte Ziffern rechts durch 8 theilbar sind.

So z. B. sind 5732 und 39576 durch 4 ohne Rest theilbar, da 32 und 76 d. i. ihre zwei letzten Ziffern rechter Hand, als besondere Zahl gelesen, sich mit 4 aufheben, nämlich 32 : 4 = 8 und 76 : 4 = 19. So sind 957176 und 17009024 durch 8 theilbar, was man daran erkennt, daß 176 : 8 = 22 und 024 : 8 = 3 ohne Rest ist.

Beweis. Die Zahl 754 läßt sich zerstücken in 750 + 4, und (nach §. 33. III.) ist daher $\frac{754}{2} = \frac{750}{2} + \frac{4}{2}$. Der erste Posten (750) hebt sich bei jeder Zahl mit 2 (nach A). Im Fall nun auch der zweite Po=

sten, d. i. die Einerziffer 4, durch 2 theilbar ist, so ist die ganze Zahl (754) durch 2 ohne Rest theilbar. Es kömmt also (wie es die obige Regel angibt) ganz allein auf die Einerziffer der Zahl an; und somit ist die Richtigkeit der Regel für die Theilbarkeit mit 2 bewiesen. In ganz ähnlicher Art geht der Beweis für die Theilbarkeit mit 4 durch Zerstückung von 5732 in 5700 + 32, und mit 8 durch Zerstückung von 957 176 in 957 000 + 176.

C.) Kennzeichen der Theilbarkeit durch 5.

Alle jene Zahlen, deren Einerziffer 0 oder 5 ist, lassen sich durch 5 ohne Rest theilen. Der Grund hievon wird wie für den Theiler 2 bei B.) nachgewiesen.

D.) Kennzeichen der durch 3 und 9 theilbaren Zahlen.

1) Eine Zahl ist nur dann durch 3 ohne Rest theilbar, wenn sich die Summe ihrer Ziffern (ohne Rücksicht auf ihren Rangwerth) mit 3 hebt. So z. B. ist 582 durch 3 ohne Rest theilbar, 263 aber nicht; man erkennt es daran, daß 5 + 8 + 2 = 15 mit 3 ohne Rest theilbar ist, hingegen die Summe der Ziffern 2 + 6 + 3 = 11 (der Zahl 263) nicht. 2) Eben so läßt sich eine Zahl nur dann mit 9 ohne Rest theilen, wenn die Summe ihrer Ziffern mit 9 sich hebt. Da sich z. B. 7 + 2 + 5 + 4 = 18 mit 9 aufhebt, so ist auch die Zahl 7254 durch 9 ohne Rest theilbar.

Man gebe z. B. an, welche von den Zahlen 39, 42, 456, 102, 108, 392, 5007, 55008, 145 281, 4 600 782 u. 990 899 mit 3 oder mit 9 oder mit keiner von beiden theilbar sind.

Beweis. Um die Gründe des Kennzeichens der Theilbarkeit durch 3 und 9 einzusehen, bemerke man vorerst, daß

a) $10 = 1 + 9$; $100 = 1 + 99$; $1000 = 1 + 999$ ꝛc., daß nämlich in unserer zehntheiligen Zählungsart jede höhere Einheit zerstückt werden kann in: eins mehr einer Zahl, deren sämmtliche Ziffer Neuner sind;

Ferner präge man sich wiederholt die, auch für alle Folge, wichtigen Gesetze ein:

b) daß (n. §. 25. III. und 33. III.) eine Summe, die in Posten zerstückt ist, multiplicirt oder dividirt wird, indem man **jeden** Posten **einzeln** multiplicirt oder dividirt; daß also z. B.

$$7 \,.\, 1000 = 7 \,.\, (999 + 1) = 7 \,.\, 999 + 7, \text{ und daß}$$

$$\frac{7 \,.\, 999 + 7}{9} = \frac{7 \,.\, 999}{9} + \frac{7}{9};$$

c) daß hingegen (n. §. 25. IV.) ein Product, welches in Factoren angesetzt ist, multiplicirt (oder dividirt) wird, indem man **nur einen** der Factoren multiplicirt (oder dividirt);

daß also z. B. $\frac{7 . 999}{9} = 7 . \frac{999}{9} = 7 . 111$ ist.

Im Rückblick auf diese Sätze ist:

$$\begin{aligned} 7254 &= 7000 + 200 + 50 + 4 \quad \text{(n. §. 11)}, \\ &= 7.1000 + 2.100 + 5.10 + 4 \\ &= 7.(999 + 1) + 2.(99 + 1) + 5.(9 + 1) + 4 \quad \text{(n. a)}, \\ &= 7.999 + 7 + 2.99 + 2 + 5.9 + 5 + 4 \quad \text{(n. b)}, \\ &= 7.999 + 2.99 + 5.9 + 7 + 2 + 5 + 4 \quad \text{(n. §.11.IV)} \\ \frac{7254}{9} &= \frac{7.999}{9} + \frac{2.99}{9} + \frac{5.9}{9} + \frac{7 + 2 + 5 + 4}{9} \quad \text{(n. b)}, \\ &= 7.111 + 2.11 + 5.1 + \frac{18}{9} \quad \text{(n. c)}. \end{aligned}$$

Aus dieser Zergliederung aber ist ersichtlich, daß die ganze Zahl 7254 sich durch 9 hebt, wenn die Summe 18 ihrer Ziffern 7 + 2 + 5 + 4 (ohne Rücksicht auf deren Rangwerth als Zehner, Hunderter 2c. 2c.) durch 9 ohne Rest theilbar ist. In ganz ähnlicher Art wird die Richtigkeit der Theilbarkeit mit 3 an der obigen, oder jeder beliebigen andern Zahl 108, 55008 2c. 2c., bewiesen.

E.) Kennzeichen der Theilbarkeit durch 6, 12 und 15.

1) Da 6 = 2 × 3 ist, so lassen sich alle jene Zahlen mit 6 theilen, welche die Kennzeichen der Theilbarkeit durch 2 u. durch 3 vereinen (A und D). Es läßt sich demnach die Zahl 275214 durch 6 theilen, da ihre Einerziffer (4) mit 2 und ihre Ziffersumme (21) mit 3 ohne Rest theilbar ist; man erhält 275214 : 6 = 45869.

2) Da ferner 12 = 3 . 4 und 15 = 3 . 5 ist, so sind hieraus die Kennzeichen der Theilbarkeit durch 12 u. 15 klar.

Man gebe z. B. an, welche von den Zahlen 21792, 96, 114, 86415, 415, 31195, 94428, 136, 222 u. 504 durch 12, durch 15, u. welche durch keine von beiden theilbar sind.

Anmerkung 1. Um zu erkennen, ob eine Zahl (z. B. 4235) durch 11 theilbar sey, addire man deren Ziffer an den ungeraden Stellen, (d. i. hier 5 an der 1ten, und 2 an der 3ten Stelle), sodann auch jene an den geraden Stellen (d. i. 3 u. 4 an der 2ten und 4ten Stelle), und ziehe die eine Summe (2 + 5 = 7) von der andern (3 + 4 = 7) ab; ist dieser Unterschied Null (wie bei 4235) oder eine durch 11 theilbare Zahl (d. i. 11, 22, 33 2c.), so ist es auch die ganze Zahl. So z. B. ist 1086415 durch 11 ohne Rest theilbar, indem 5 + 4 + 8 + 1 = 18, sodann 1 + 6 + 0 = 7 und 18 − 7 = 11 ist. — Der Nachweis dieses Kennzeichens ergibt sich, wenn man die (nach §. 28) angesetzte Multiplication irgend einer Zahl mit 11 (z. B. 385 . 11) aufmerksam betrachtet, indem hiebei jede Ziffer des Einfachen (385) sowohl einmal bei den ungeraden Stellen des Products, als auch einmal bei den geraden Stellen addirt wird.

2) Ob eine Zahl durch 7 oder 13 oder noch höhere Primzahlen theilbar sey, untersucht man durch wirkliche Division, indem diese hiebei kürzer ist, als die Anwendung von zum Theil sehr zusammengesetzten Kennzeichen. Allgemeine Merkmale aber, um eine Zahl sogleich als Primzahl zu erkennen, und also keine vergeblichen Versuche zur Auffindung von Theilern zu machen, sind bisher noch keine entdeckt worden. Dieselben sind daher, so wie auch die Zahlen mit schwer zu erkennenden Divisoren, zur Zeitersparung für Rechner, in eigenen Tafeln zusammengetragen.

§. 99. Vom Zerlegen einer Zahl in ihre Factoren.

Soll man sämmtliche Zahlen (Factoren) finden, durch welche eine gegebene Zahl (z. B. 210) ohne Rest theilbar ist, so geschieht dieß mit Hülfe der Kennzeichen des §. 98 wie folgt:

Regel. Man dividire 1) die gegebene Zahl durch eine Primzahl, die sich in der gegebenen Zahl hebt; sodann 2) den Quotienten wieder durch eine solche Primzahl, und in dieser Art fort, bis man 1 als Quotienten erhält. Die so gefundenen Divisoren sind dann die einfachen Factoren der gegebenen Zahl. Multiplicire sodann 3) mit dem gefundenen 2ten, 3ten ꝛc. Factor alle vorhergehenden und deren Producte, so geben diese alle zusammengesetzten Factoren der gegebenen Zahl.

Beispiel. Man finde alle Factoren der Zahl 210.

Rechnung.

210	2
105	3, 6
35	5, 10, 15, 30
7	7, 14, 21, 42, 35
1	70, 105, 210.

Erklärung. Links eines aufrechten Striches ist die gegebene Zahl 210 angesetzt, rechts von ihr die Primzahl 2 (als Theiler von 210 erkannt, nach §. 98. B), und unter die Zahl 210 der gefundene Quot. 105. In völlig gleicher Art steht dann rechts von 105 die Primzahl 3 (als Theiler von 105 erkannt, nach §. 98. D), und unter 105 der Quotient 35; und in dieser Art fort, wodurch die einfachen Factoren 2, 3, 5 und 7 gefunden sind.

Sodann ist mit dem 2ten Factor 3 der erste 2 multiplicirt, und das Product rechts geschrieben; in gleicher Art mit dem dritten Factor 5 alle voranstehenden Zahlen (2, 3 u. 6) multiplicirt und so fortgefahren, wodurch man alle zusammengesetzten Factoren 6, 10, 15, 30, 14, 21, 42, 35, 70, 105 u. 210 erhält.

Man finde zur Uebung, die Factoren:

501) von 360; ‖ **502)** a) von 60 und ‖ b) von 144.

Der einfache Grund dieser Regel beruht auf der Anmerkung des §. 32, u. als Probe der richtigen Zerlegung muß der letzte zusammengesetzte Factor (210 im obigen Beisp.) wieder die anfängliche Zahl (210) geben.

§. 100. Das größte gemeinschaftliche Maaß (§. 97.) von zwei gegebenen Zahlen zu finden.

Im §. 98 ist angegeben, wie man erkennt, ob Zahlen das gemeinschaftliche Maaß 2 oder 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12 oder 15 haben. Um aber allgemein das größte gemeinschaftliche Maaß von zwei gegebenen Zahlen (z. B. von 114 und 437) zu finden, oder zu erkennen, ob sie Grundzahlen unter sich sind (§. 97), verfahre man auf die folgende Art; die zugleich durch das unten stehende Beispiel erklärt ist.

Regel. **Man dividire a) die größere Zahl (437) durch die kleinere (114). Im Falle diese Division genau sich heben würde, so wäre die kleinere Zahl selbst das gesuchte Maaß; bleibt aber ein Rest (95), so dividire man b) den vorigen Divisor (114) durch diesen Rest (95); bleibt auch hier ein Rest (19), so dividire man (c) wieder den nächst vorhergegangenen Divisor (95) durch den letzten Rest (19), und fahre in dieser Art fort, bis bei einer Division kein Rest bleibt. Der Divisor (19), dieser letzten Division (c) ist das gesuchte größte gemeinschaftliche Maaß der beiden gegebenen Zahlen (114 und 437).**

	= 3	= 1	= 5
1. **Beispiel:**	a) 437	b) 114	c) 95
	: (114)	: (95)	: (19)
	342	**Rest** 19	95
	Rest 95		**Rest** 0

Zweites Beispiel. Man suche das größte gemeinschaftliche Maaß der beiden Zahlen 391 und 713.

	= 1	1	4	1	2	
Rechnung.	713 :	391 :	322 :	69 :	46 :	23
	391	322	276	46	46	
Rest	322	69	46	23	0	

Erklärung. Bei diesen aufeinander folgenden Divisionen ist es bequem, den Divisor (391) rechts neben den Dividenden (713) zu setzen (anstatt unterhalb wie im §. 36), indem sodann jeder Divisor für die folgende Division auch den Dividenden abgibt. Man sagt, 713 : 391 gibt (den Quotient 1, u.) 322 zum Rest;
dann 391 : 322 gibt (1 als Quotient, u.) 69 zum Rest;
322 : 69 gibt (4 als Quotient, u.) 46 zum Rest;
69 : 46 gibt (1 als Quotient, u.) 23 zum Rest;
46 : 23 gibt (2 als Quotient, u.) 0 zum Rest;
23 ist also der Divisor, mit dem sich die Division hebt, und dieser ist das gesuchte größte gemeinschaftliche Maaß der gegebenen Zahlen 713 und 391.

= 31	= 17
713	391
:(23)	:(23)
69	161
23	161
23	0
0	

Will man sich hievon durch wirkliche Division (wie hier nebenan) überzeugen, so erhält man die Quotienten 31 u. 17; und da diese Primzahlen sind, also keinen Factor mehr gemein haben, so ist 23 wirklich das **größte** gemeinschaftliche Maaß der gegebenen Zahlen 713 u. 391.

Drittes Beispiel. Man suche das größte gemeinschaftliche Maaß von 64703 und 1657.

= 39	20	1	2	2	11	
64703 :	1657 :	80 :	57 :	23 :	11 :	1
4971	160	57	46	22	11	
14993	57	23	11	1	0	
Rest 80						

Der Divisor der letzten Division, bei welcher nämlich die Theilung sich hebt, ist 1; es haben also die beiden Zahlen 64703 und 1657 kein anderes gemeinschaftliches Maaß als 1, und dieses ist jedesmal das Zeichen, daß die gegebenen Zahlen unter sich Grundzahlen (§. 97) sind.

Anmerkung. Bei der Auffindung des größten gemeinschaftlichen Maaßes bleiben die gefundenen Quotienten unberücksichtigt; der letzte Divisor allein ist die eigentlich gesuchte Zahl.

Uebungsbeispiele.

Man finde das größte gemeinschaftliche Maaß von den folgenden Zahlen, und sodann die Quotienten, welche herauskommen, wenn man sie durch dieses Maaß dividirt.

503) Von 1 547 u. 5 681.		**509)** 1 037 und 799.
504) „ 585 „ 936.		**510)** 6 237 „ 10 773.
505) „ 1 381 „ 348.		**511)** 1 003 „ 413.
506) „ 1 771 „ 161.		**512)** 546 „ 13 940.
507) „ 15 096 „ 6 253.		**513)** 1 247 „ 3 016.
508) „ 1 600 „ 875.		**514)** 1 638 „ 1 008.

Der Beweis der obigen Regel gründet sich auf den Satz: Wenn bei einer Division der Dividend u. der Divisor ein gemeinschaftliches Maaß haben, so hat der etwa bleibende Divisionsrest das nämliche Maaß. Hievon überzeugt man sich gar leicht an irgend einer Division (z. B. 90 : 35), deren Dividend (90 = 18 . 5 = 18 Fünfer), und Divisor (35 = 7 . 5 = 7 Fünfer) ein gemeinschaftliches Maaß (hier 5) haben, wie folgt:

	= 2mal	
Divid.	18 Fünfer	
Divis.	: 7 Fünfer	
	14 „	
Rest.	4 Fünfer.	

18 Fünfer dividirt durch 7 Fünfer gibt den Quotienten 2 (n. §. 33. Gr. II. 2. ohne Benennung) und den Rest 4 Fünfer, indem der Rest als ein Stück des Dividenden (18 Fünfer) diesem gleichnamig ist.

Ob nun aber Dividend und Divisor Vielfache des Fünfers (wie im vorstehenden Beispiele) sind, oder des Dreiers, des Neunzehners 2c., immer ist denselben der Divisions-Rest gleichbenannt und also Dividend, Divisor und Rest durch die nämliche Zahl theilbar.

Nachdem aber nun diese Eigenschaft der 3 Zahlen jeder Division erkannt ist, fällt es nicht schwer die Richtigkeit der Regel §. 100 einzusehen. Es sey hiezu das erste Beispiel gewählt:
bei der Division a) müssen 437, 114 u. der Rest 95 einerlei Maaß haben,
„ „ „ b) „ 114, 95 u. der „ 19 einerlei Maaß haben,
so daß also die vier Zahlen: 437, 114, 95 u. 19 einerlei Mß. haben; bei der Division c) aber erkennt man, daß 19 das gemeinsch. Mß. von 95 und 19 ist, also (nach a und b) auch von 437, 114, 95 und 19, u. zwar das größte, weil es keine größere Zahl als 19 gibt, die in 19 enthalten ist.

§. 101. Die Haupt- oder Generalzahl gegebener Zahlen.

Eine Zahl, die durch gegebene Zahlen, (z. B. durch 7, 14, 4, 40, 12, 35) ohne Rest theilbar ist, wird deren Haupt- oder Generalzahl genannt, und zwar die kleinste, wenn es keine kleinere Zahl mehr gibt, in der sich jede der gegebenen aufhebt. Man findet

I) Eine Generalzahl zu jeder Menge gegebener Zahlen, wenn man deren Product bildet; so z. B. ist von den Zahlen 7, 14, 4, 40, 12 u. 35 die Zahl 7 . 14 . 4 . 40 . 12 . 35 = 6585600 eine Generalzahl, indem dieses Product jede der gegebenen Zahlen als Factor enthält, u. daher durch jede derselben ohne Rest (n. §. 25. IV.) theilbar ist.

II) Um aber die, der kürzern Rechnung wegen, öfter gebrauchte kleinste Generalzahl zu finden, verfahre man in folgender Art:

Regel. 1) Man schreibe die gegebenen Zahlen in eine Zeile nebeneinander; 2) durchstreiche jene, die in einer der andern ganz enthalten sind, (wie hier folgend 7, die in 14 und 4, die in 40 sich hebt); 3) sehe sodann (nach §. 98) ob zwei oder mehrere der noch übrigen Zahlen einen gemeinschaftlichen Divisor haben (wie hier 14 u. 35, die 7 gemein haben); schreibe diesen Divisor (7) heraus, dividire damit (14 und 35), und setze die Quo-

```
7,  14,  4,  40,  12,  35
————————————————————————— : 7
    2,       40,  12,   5
————————————————————————— : 4
             10,    3
—————————————————————————
10 . 3 . 4 . 7 = 840
```

tienten (2 u. 5) so wie die übrigen nicht theilbaren Zahlen (40 u. 12) unterhalb an; 4) mit der so erhaltenen 2ten Zeile (2,40,12,5) verfahre man dann gerade so, wie mit den Zahlen der 1ten Zeile, und wiederhole überhaupt dieses durchstreichen u. dividiren bis man eine Zeile erhält, in der sich nicht mehr zwei Zahlen finden, die noch einen Divisor gemein hätten (im nebenst. Beisp. ist dieß die 3te Zeile 10, 3.) 5) Mit den Zahlen dieser letzten Zeile (10, 3) und den hinausgeschriebenen Divisoren (7 u. 4) bilde man das Product, so ist dieß die gesuchte **kleinste** Generalzahl der gegebenen Zahlen. Als solche findet man im obigen Beispiel 10 . 3 . 4 . 7 = 840 d. h. 840 ist die **kleinste** Zahl, die durch jede der Zahlen 7, 14, 4, 40, 12 und 35 ohne Rest theilbar ist.

Uebungsbeispiele.

Man suche die kleinste Hauptzahl von den Zahlen:

515) 32, 4, 8 und 16.	518) 15, 12, 4 und 9.
516) 16, 39 und 12.	519) 3, 60, 20, 11 u. 44.
517) 27, 4 und 25.	520) 169, 63, 14 und 18.

Anmerkung. Man übe sich auch die kleinste Generalzahl von 2 und mehreren kleinern Zahlen im Kopfe zu finden; haben dabei zwei Zahlen ein gemeinsch. Mß. (wie z. B. 6 u. 9), so dividire man damit nur die eine, und multiplicire mit dem Quotienten die andere: dieses Product ist dann ihre kleinste Generalzahl. Da z. B. 6 u. 9 den Factor 3 gemein haben, so sagt man: 3 in 6 geht 2mal, und dann 2 × 9 ist 18; 18 ist also die kleinste Hauptzahl von 6 u. 9. Hat man zu mehr als zwei Zahlen die kleinste Generalzahl im Kopfe zu finden, so suche man sie vorerst zu 2 derselben, dann zu dieser und zur dritten gegebenen Zahl, u. s. f.

Zur Uebung finde man im Kopfe die kleinste Hauptzahl:

von 6 und 9? (18).	zu 15 u. 25? (75).	zu 2, 3 u. 4? (12).
von 8 und 12? (24).	zu 12 u. 15? (60).	zu 2, 6 u. 8? (24).
von 4 und 8? (8).	zu 14 u. 28? (28).	zu 8, 9 u. 12? (72).
von 12, 8, 15 und 9? (360).	zu 10, 12 und 15? (60).	

Beweis. Jedes Vielfache einer Zahl ist offenbar durch die einfache Zahl ohne Rest theilbar; so z. B. 14, das zweifache von 7, durch 7, und 40, das 10fache von 4, durch 4 (§. 25. IV.); indem man also die einfachen Factoren (7 und 4) wegwirft, von denen noch Vielfache (14 u. 40) beibehalten werden, so bleibt im Producte dieser Vielfachen (14, 40) auch jeder der einfachen Factoren ohne Rest enthalten. Indem man ferner den **gemeinschaftlichen** Factor mehrerer Zahlen hinausschreibt (wie 7 von 14 und 35, dann 4 von 40 und 12) und nur **einmal** bei-

behält, so wird das am Ende erhaltene Product so klein als möglich u. es findet in demselben doch jede der gegebenen Zahlen ihre Stellvertreter, in denen sie sich aufhebt. So findet man im obigen Producte 10.3 4.7=840 als Stellvertreter von 40 die Factoren 10 und 4, von 12 die Factoren 3 u. 4, von 14 die Factoren 7 u. 2 (dieser 2er im 10er enthalten) u. von 35 die Factoren 7 u. 5 (letzterer im 10er enthalten).

Zweiter Abschnitt.

Erklärungen und Vorübungen zu den Rechnungen mit Brüchen.

§. **102.** Erklärung des Bruches. (Siehe auch §. 40.)

a) Wenn eine Einheit, (z. B. 1 Zoll oder 1 Gulden rc. rc.) in gleiche Theile getheilt wird, (sey es wirklich oder nur in Gedanken), so nennt man jeden dieser Theile, u. auch mehrere derselben zusammen genommen, einen Bruch.

Ein Bruch ist daher ein bestimmter Theil (oder mehrere gleiche Theile) einer ganzen Einheit.

Jeden der gleichen Theile benennt man nach der Anzahl aller Theile, in welche die Einheit getheilt wurde, in der Art, daß man dem Theiler die Sylbe tel oder stel (anstatt Theil) anhängt. Wird z. B. ein Zoll in 4 gleiche Theile ⊢⊢⊢⊢ (0 1 2 3 4) getheilt, von 0 bis 1, von 1 bis 2 u. s. f., so nennt man jeden dieser 4 gleichen Theile, oder auch mehrere derselben zusammen genommen, einen Bruch, u. zwar von 0 bis 1, oder von 1 bis 2, u. s. f. ein 4tel, dann von 0 bis 2 zwei Viertel, von 0 bis 3 drei Viertel u. dgl. m.

b) Angeschrieben, d. i. mit Ziffern bezeichnet, wird aber jeder Bruch in der Art, daß man den Theiler unter einen Divisionsstrich, und über diesen die Anzahl der Theile schreibt: demnach wird ein Viertel bezeichnet mit $\frac{1}{4}$, fünf Siebentel mit $\frac{5}{7}$; und letzterer Bruch bedeutet, daß die Einheit in 7 gleiche Theile getheilt ist, und 5 von diesen Theilen genommen wurden.

c) Von den beiden Zahlen, welche einen Bruch ($\frac{3}{4}$) bestimmen, heißt die unterm Divisionsstriche stehende (4) der Nenner und die oberhalb stehende (3) der Zähler. Der Nenner (4) gibt also an, in wie viel gleiche Theile

die Einheit getheilt ist; der Zähler (3) aber sagt, wie viele von diesen Theilen der Bruch ($\frac{3}{4}$) hat.

Anmerkung. Bei der Entstehung der Brüche muß man sich zuerst den Nenner und dann den Zähler vorstellen, indem zuerst die Einheit abzutheilen ist, ehe man Theile davon nehmen kann. Bei dem Aussprechen der Brüche aber hört man zuerst den Zähler, und dann erst den Nenner, da dieser gleichsam der Name des Zählers ist, u. z. B. $\frac{3}{8}$ Klafter einerlei Bedeutung hat mit 3 Achtelklafter, oder $\frac{5}{12}$ fl. mit 5 Zwölftelgulden u. s. f. Wegen dieser Verschiedenheit im Aussprechen und im Entstehen der Brüche verwechseln Ungeübte leicht Nenner und Zähler, sie müssen sich daher die folgenden Fragen über das Entstehen, Anschreiben und Aussprechen der Brüche, an vielen Beispielen beantworten: 1) Wenn eine Elle (oder 1 Bogen Papier; 1 Pfund; 1 Loth; 1 Fuß u. s. w.) in 5 (oder 6; 7; 8; 16; 120 u. s. w.) gleiche Theile getheilt wird, wie heißt ein solcher Theil? Wie wird er geschrieben? Wie heißen 2, 3 ꝛc. solcher Theile? Wie werden sie geschrieben? 2) Wie wird der Bruch $\frac{4}{5}$ Pfund (oder $\frac{3}{8}$ Fuß; $\frac{7}{60}$ Stund; $\frac{10}{66}$ Loth; $\frac{5}{1723}$ u. s. w). gelesen? Wie entsteht er? Welche Bedeutung hat er?

§. 103. Erklärung ächter, dann unächter Brüche und gemischter Zahlen.

Wenn der Zähler eines Bruches kleiner als sein Nenner ist, so nennt man den Bruch ächt (d. i. einen eigentlichen Bruch); ist aber der Zähler nicht kleiner als der Nenner, so heißt der Bruch unächt (d. i. uneigentlich). Demnach sind $\frac{3}{4}$ Zoll, $\frac{5}{8}$ Klafter, $\frac{118}{119}$ Ztr., $\frac{1}{5}$ fl. ꝛc. ächte Brüche. Hingegen $\frac{4}{4}$ Zoll, $\frac{5}{4}$ Zoll, $\frac{83}{60}$ fl. u. s. f. sind unächte Brüche. Die Entstehung ächter Brüche ist im vorigen §. erklärt. Unächte Brüche aber entstehen durch Eintheilung von mehr als einer Einheit; theilt man z. B. zwei Zolle



, jeden in 4 gleiche Theile, so ist das Stück von 0 bis 5 = $\frac{5}{4}$ Zoll, also ein unächter Bruch. Demnach sind ächte Brüche kleiner als Eins, unächte Brüche aber nicht.

Gemischte Zahlen nennt man jene, die aus einer ganzen Zahl nebst einem angehängten Bruche bestehen, wie z. B. $1\frac{1}{4}$ Zoll, $12\frac{5}{17}$ fl. u. s. w.

Zusatz. Jeder Bruch von einerlei Zähler und Nenner ist gleich eins. So z. B. ist $\frac{4}{4} = 1$; denn nimmt man alle (4) Theile, in welche die Einheit getheilt wurde (§. 102), zusammen, so erhält man wieder die ganze Einheit. Eben so ist $\frac{5}{5} = \frac{2}{2} = \frac{1}{1} = \frac{13}{13} = 1$.

§. 104. Verwandlung a) ganzer Zahlen, b) gemischter Zahlen in unächte Brüche.

Regel zu a). Soll eine ganze Zahl (z. B. 9) in einen unächten Bruch mit bestimmtem Nenner (z. B. 4) verwandelt

werden, so multiplicire man die ganze Zahl mit dem vorgeschriebenen Nenner, und schreibe diesen als Nenner unter das herauskommende Product.

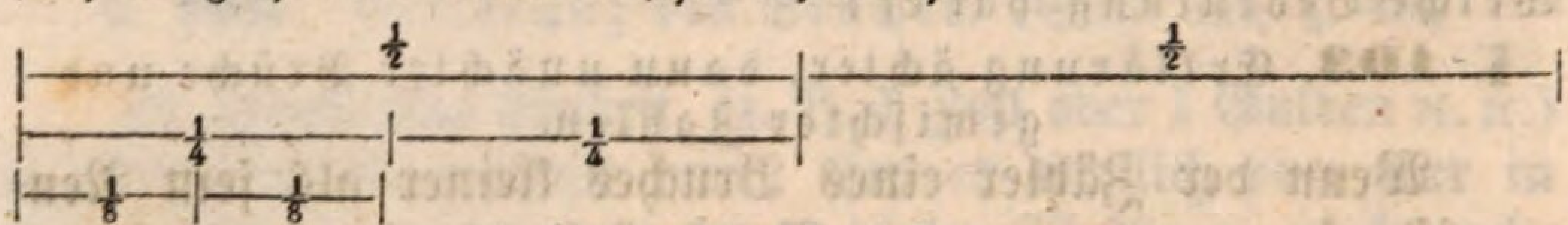
Beispiel. Man verwandle die Zahl 9 in einen Bruch, dessen Nenner 4 ist, d. i. man finde, wie viel 4tel 9 Ganze geben.

Ausrechnung. Die 9 Ganze sind mit dem gegebenen Nenner 4 multiplicirt; man erhält 36, und schreibt unter dieses Product den verlangten Nenner 4.

$9 = \frac{36}{4}$

Der einfache Grund dieses Verfahrens ist: Jedes Ganze hat 4 Viertel; 9 Ganze haben daher 9mal 4 Viertel, d. i. 36 Viertel, was als Bruch geschrieben $\frac{36}{4}$ gibt.

Anmerkung. Wenn der Nenner nicht vorgeschrieben ist, so gibt es unzählig viele Brüche, in die man eine gegebene ganze Zahl verwandeln kann. So z. B. ist $9 = \frac{18}{2} = \frac{27}{3} = \frac{36}{4} = \frac{45}{5}$ ꝛc. 1 Fuß $= \frac{2}{2}$ Fuß; $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$; $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$; $\frac{1}{8} = \frac{2}{16}$; $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9}$ ꝛc. ꝛc., was man sich auch an getheilten Linien anschaulich mache:



Uebungsbeispiele zu a.

521) 5 fl., wie viele 24tls fl. sind es?	524) 2, wie viele 47stel?
522) Wie viele 8tels Klft. sind 7 Klft?	525) 9, „ „ 83stel?
523) „ „ 60tels fl. sind 132 fl.?	526) 19, „ „ 532stel?

Regel zu b). Soll eine gemischte Zahl (z. B. $9\frac{3}{4}$ Zoll) in einen unächten Bruch verwandelt werden (was man auch die gemischte Zahl **einrichten** nennt), **so multiplicire man die Ganzen mit dem Nenner** (wie bei a), **addire zum herauskommenden Producte den Zähler des gegebenen Bruches, u. schreibe unter diese Summe dessen Nenner.** Demnach ist:

$9\frac{3}{4}$ Zoll $= \frac{39}{4}$ Zoll. Man sagt nämlich wie bei a): 1 Ganzes (Zoll, Pfund od. was immer) hat 4 Viertel, 9 Ganze haben daher 9 × 4 Viertel, d. i. 36 Viertel, und hiezu die vorhandenen 3 Viertel ($\frac{3}{4}$) gezählt, gibt 39 Viertel (§. 11. Grunds. II), d. i. $\frac{39}{4}$.

Beim Einrichten einer größern gemischten Zahl multiplicire man in einer Nebenrechnung.

Uebungsbeispiele zu b. (die drei ersten im Kopfe).

Man richte folgende gemischte Zahlen ein:

527) $5\frac{3}{7}$ fl.?	530) $18\frac{7}{15}$ fl.?	533) $28\frac{7}{12}$ Fuß?
528) $4\frac{5}{8}$ Klft.?	531) $54\frac{31}{100}$ Ztr.?	534) $13\frac{125}{444}$ □′?
529) $3\frac{1}{4}$ Lth.?	532) $365\frac{19}{32}$ ℔.?	535) $98\frac{14}{37}$ Eimer?

Anmerkung. Die Regeln bei a) und b) sind eigentlich einerlei mit jener des §. 59, sowie es auch die folgende mit jener des §. 60 ist; indem der Nenner eines Bruches nichts anderes ist, als die Eintheilungszahl von einem höhern zu einem niedern Namen.

§. 105. Verwandlung unächter Brüche in gemischte oder ganze Zahlen.

Regel. Sollen aus einem unächten Bruche (z. B. aus $\frac{39}{4}$) die Ganzen ausgezogen werden, so dividire man mit seinem Nenner (4) in seinen Zähler (39) nach §. 41; der herausgebrachte Quotient ($9\frac{3}{4}$) ist dann dem gegebenen unächten Bruche gleich.

Beispiele. 1) $\frac{39}{4} = 9\frac{3}{4}$. 2) $\frac{306}{18}$ ℔ = 17 ℔.

126
126
―――
0

Der Beweis ist wie im §. 60 zu führen: Jede 4 Viertel geben ein Ganzes (§. 103. Zus.) Theilt man daher 39 Viertel ($\frac{39}{4}$) in lauter gleiche Theile zu 4 Viertel ($\frac{4}{4}$) jeden, d. i. dividirt man 39 Viertel durch 4 (Viertel) nach §. 33. b., so sind die gefundenen 9 Theile offenbar nichts anderes als Ganze, nämlich Theile zu 4 Viertel ($\frac{4}{4}$) jeder; der Rest 3 aber hat den Namen des Dividenden und ist also 3 Viertel, so daß $\frac{39}{4} = 9$ Ganze und 3 Viertel, d. i. $9\frac{3}{4}$ gefunden und hiedurch die Richtigkeit der obigen Regel erkannt wird.

Uebungsbeispiele (die ersten vier im Kopfe).

536) $\frac{17}{5}$ Zoll; wie viel ganze und 5tel Zoll sind es?

537) $\frac{26}{8}$ Klftr.?	540) $\frac{317}{15}$ fl.?	543) $\frac{8476}{100}$ Ztr.?
538) $\frac{142}{10}$ fl.?	541) $\frac{92}{16}$ fl.?	544) $\frac{45007}{32}$ ℔.?
539) $\frac{64}{16}$ Maaß?	542) $\frac{87}{20}$ fl.?	545) $\frac{81072}{35}$ fl.?

§. 106. Grundsätze zu den Rechnungen mit Brüchen.

A.) Da der Zähler eines Bruches die Anzahl der genommenen Theile angibt (§. 102. c.), so wird mit jeder Vergrößerung des Zählers offenbar der Bruch selbst größer, und es ist daher der

Ite Grundsatz der Bruchrechnung: Wird in einem Bruche nur der Zähler multiplicirt, (d. i. gleichmäßig vermehrt), so wird dadurch der ganze Bruch so vielmal größer, als die Zahl (mit der man multiplicirte) Einheiten hat.

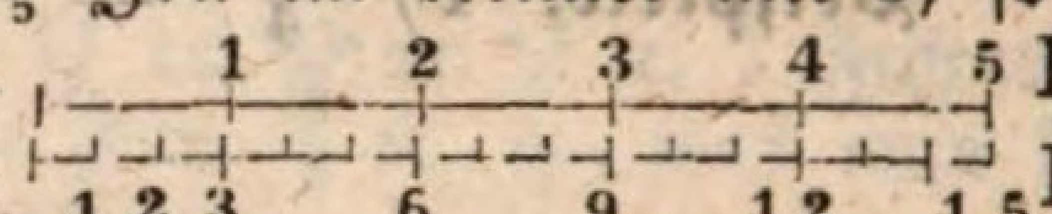
Wird z. B. im Bruche $\frac{4}{5}$ nur der Zähler mit 3 multiplicirt, so erhält man den Bruch $\frac{12}{5}$; beide Brüche enthalten

ihres gleichen Nenners (5) wegen, gleich große Theile (5tel) der Einheit; der Bruch $\frac{12}{5}$ aber enthält 3mal mehr solcher gleichen Theile, und ist daher offenbar 3mal größer als der anfängliche Bruch $\frac{4}{5}$.

B) Je größer der Nenner eines Bruches ist, in desto mehr Theile wird die Einheit getheilt (§. 102. c.), und um so kleiner ist daher jeder Theil. Hieraus erklärt sich der

IIte Grundsatz: Wird in einem Bruche nur der **Nenner multiplicirt** (d. i. gleichmäßig vermehrt), so wird dadurch der ganze **Bruch** so vielmal **kleiner**, als die Zahl (mit der man multiplicirte) Einheiten hat.

Multiplicirt man zum Beispiel $\frac{4}{5}$ Zoll im Nenner mit 3, so erhält man $\frac{4}{15}$ Zoll; nun ist bei $\frac{4}{5}$ der Zoll A B in 5 gleiche Theile, bei $\frac{4}{15}$ aber ist der Zoll C D in 15 gleiche Theile, d. i. jedes der obenstehenden Fünftel nochmals in 3 gleiche Theile getheilt. Es ist daher offenbar jedes Fünfzehntel (wie von C nach 1) nur der 3te Theil eines Fünftels (wie von A nach 1), daher auch jede andere Anzahl von Fünfzehnteln (z. B. $\frac{4}{15}$) nur der 3te Theil der nämlichen Anzahl von Fünfteln, also $\frac{4}{15}$ 3mal kleiner als $\frac{4}{5}$.



Erster Zusatz. Ein Bruch wird daher mit einer ganzen Zahl multiplicirt, wenn man nur seinen Zähler damit multiplicirt (I. Grunds.), und durch eine ganze Zahl dividirt, wenn man nur seinen Nenner mit der ganzen Zahl multiplicirt (II. Grunds.).

Damit die Anwendung dieser wichtigen Grundsätze geläufig werde, sind viele Beispiele von folgender Art sowohl mündlich als auch die größern schriftlich, zu rechnen.

Was kommt heraus,

a) wenn man $\frac{5}{41}$ fl. 6mal nimmt? (Antw. $\frac{30}{41}$ fl.);
b) wenn $\frac{3}{8}$ Klft. 5mal vergrößert wird? ($\frac{15}{8}$ Klft. $= 1\frac{7}{8}$ Klft.);
c) wenn man $\frac{9}{11}$ Schäffel mit 8 multiplicirt? ($\frac{72}{11} = 6\frac{6}{11}$ Schffl.)

Ferner was kommt heraus,

d) wenn man den 4ten Theil von $\frac{5}{9}$ nimmt? (Antw. $\frac{5}{36}$);
e) wenn man $\frac{2}{7}$ fl. 3mal verkleinert? (Antw. $\frac{2}{21}$ fl.);
f) bei der Division (Theilung) von $\frac{11}{12}$ Eim. durch 5? ($\frac{11}{60}$ Eim.).

Uebungsbeispiele.

546) Was ist 6mal größer als $\frac{3}{5}$ fl.? was 6mal kleiner?
547) „ „ 7 „ „ „ $\frac{3}{8}$ Klft.? „ 7 „ „ ?
548) „ geben $\frac{5}{16}$ fl. 3mal vergrößert? 5mal verkleinert?
549) „ „ $\frac{9}{10}$ Ell. mit 6 vervielfacht? mit 7 „ ?
550) „ gibt $\frac{51}{62}$ mit 5 multiplicirt? mit 19 dividirt?
551) „ ist das 13fache von $\frac{27}{31}$? was der 13te Theil?

552) $\frac{237}{315} \times 121$	554) $61 \times \frac{237}{315}$?	556) $\frac{6}{79} : 43$?
553) $\frac{13}{1072} \times 85$?	555) $89 \times \frac{7}{200}$?	557) $\frac{346}{2573} : 365$?

C. Durch Verkleinerung des Zählers wird auch der Werth des Bruches kleiner; durch Verkleinerung des Nenners hingegen wird die Einheit in weniger Theile getheilt, folglich jeder Theil größer, und daher auch der ganze Bruch größer. Demnach ist der

IIIte Grundsatz der Bruchrechnung: Wird bei einem Bruche nur der **Zähler dividirt,** so wird dadurch der **Bruch** selbst so vielmal **kleiner,** als die Zahl, mit der getheilt wurde, Einheiten hat.

IVter Grundsatz. Wird aber ein Bruch nur im **Nenner dividirt,** so wird hiedurch der **Bruch** selbst so vielmal **vergrößert,** als die Zahl, mit der getheilt wurde, Einheiten hat.

Werden z. B. $\frac{4}{15}$ im Zähler mit 2 dividirt, so erhält man $\frac{2}{15}$; nun haben in diesen beiden Brüchen die Theile (Fünfzehntel) einerlei Größe behalten; der veränderte Bruch $\frac{2}{15}$ aber hat nur noch die halbe Anzahl dieser Theile, und ist also augenfällig zweimal kleiner als der anfängliche Bruch $\frac{4}{15}$.

Werden hingegen $\frac{4}{15}$ im Nenner mit 3 dividirt, so erhält man $\frac{4}{5}$; nun ist bei $\frac{4}{5}$ die Einheit in 5, bei $\frac{4}{15}$ aber in 15, d. i. jedes Fünftel nochmals in 3 gleiche Theile getheilt, mithin offenbar jedes Fünftel 3mal größer als jedes Fünfzehntel (was man sich an der Eintheilung des Zolls wie oben beim II. Grundsatz, handgreiflich machen kann), und daher auch jede andere Anzahl von Fünfteln ($\frac{4}{5}$) 3mal größer als die nämliche unveränderte Anzahl von Fünfzehnteln, d. i. hier $\frac{4}{15}$.

Zweiter Zusatz. Der IIIte und IV. Grundsatz geben eine andere Art an, einen Bruch mit einer ganzen Zahl zu multipliciren und zu dividiren. Diese zweite Art ist jedoch nur dann brauchbar, wenn sich die Division im Zähler und im Nenner hebt; denn wollte man z. B. $\frac{7}{15}$ nach dem IIIten Grunds. mit 2 dividiren, so erhielte man den Bruch $\frac{7 : 2}{15} = \frac{3\frac{1}{2}}{15}$, der zwar richtig ist, aber, des Bruches wegen im Zähler, eine zum Rechnen unbequeme Form hat. Dergleichen Brüche, wie z. B. $\frac{3\frac{1}{2}}{15}$, $\frac{7}{\frac{3}{4}}$, $\frac{5\frac{2}{3}}{3\frac{4}{7}}$ 2c., in deren Zähler oder Nenner oder in beiden wieder Brüche vorkommen, heißen zusammengesetzte oder Bruchs-Brüche. Um sie zu vermeiden, wendet man die zweite Multiplications- und Divisions-Art eines Bruches durch eine ganze Zahl gewöhnlich nur da an, wo die Division sich hebt; in welchem Falle sie aber den

Vortheil gewährt, das Gesuchte in kleinern Zahlen als nach dem ersten Zusatze zu geben. Man rechne z. B. im Kopfe aus:

a) was ist der 4te Theil von $\frac{20}{27}$? von $\frac{7}{8}$? (Antw. $\frac{5}{27}$; $\frac{7}{32}$).
b) was ist 3mal kleiner als $\frac{6}{5}$? als $\frac{7}{5}$? (Antw. $\frac{2}{5}$; $\frac{7}{15}$).
c) was geben $\frac{21}{25}$ dann $\frac{22}{25}$, dividirt durch 7? (Antw. $\frac{3}{25}$ u. $\frac{22}{175}$).
d) $\frac{5}{8}$, dann $\frac{8}{5}$ mit 4 multiplicirt, gibt? (Antw. $2\frac{1}{2}$ und $6\frac{2}{5}$).
e) $\frac{16}{27}$ und $\frac{16}{25}$ 9mal genommen, gibt? (Antw. $\frac{16}{3}=5\frac{1}{3}$ und $5\frac{19}{25}$).
f) $\frac{19}{48}$ und $\frac{19}{49}$, 6mal vergrößert, beträgt? (Antw. $\frac{19}{8}=2\frac{3}{8}$ und $2\frac{16}{49}$).

Uebungsbeispiele zur schriftlichen Rechnung.

558) $\frac{450}{729}$: 90?	561) $\frac{836}{1923}$, 44mal verkleinert, gibt?
559) $\frac{517}{1280} \times 32$?	562) $\frac{3076}{1500}$, 75mal genommen, beträgt?
560) $\frac{9325}{7704} \times 18$?	563) $\frac{8352}{9705}$, der 36ste Theil davon?

Vter Grundsatz. Wird ein Bruch im **Zähler und Nenner** zugleich mit einerlei Zahl **multiplicirt oder dividirt,** so bleibt der Werth des **Bruches ungeändert.**

Multiplicirt man z. B. $\frac{4}{5}$ zugleich im Zähler und Nenner mit 3, so erhält man $\frac{12}{15}$, und dieses hat mit $\frac{4}{5}$ völlig einerlei Werth; denn durch die Multiplication des Zählers wurde der Bruch 3mal größer (nach I. Grunds.), durch die Multiplication des Nenners aber 3mal kleiner (n. II. Grunds.), also wieder so groß und nicht größer, als er zuerst war. (Auch dieses kann durch eine Zeichnung versinnlicht werden, in der man die Theile 3mal kleiner macht, aber dafür ihre Anzahl verdreifacht.)

Dividirt man aber einen Bruch, z. B. $\frac{6}{15}$ zugleich im Zähler und Nenner durch einerlei Zahl, z. B. durch 3, so erhält man $\frac{6}{15} : \frac{3}{3} = \frac{2}{5}$, und dieser Bruch hat mit $\frac{6}{15}$ völlig einerlei Werth, obgleich er im Aussehen (Gestalt) von ihm verschieden ist; denn durch die Division des Zählers wurde der Bruch 3mal kleiner (nach III. Grunds.), durch die Division des Nenners aber 3mal größer (nach IV. Grunds.), also wieder genau so groß als er anfänglich war, was sich ebenfalls durch eine Zeichnung erklären läßt, in der man die Theile 3mal größer, dagegen aber ihre Anzahl 3mal kleiner nimmt.

Dritter Zusatz. Der Vte Grundsatz gibt die Mittel an, Brüche, ohne ihren Werth zu verändern, sowohl

a) mit kleinern, als auch b) mit größern Zahlen schreiben zu können, indem z. B. a) $\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$ und auch b) $\frac{6}{15}=\frac{12}{30}$ ist.

Ersteres gewährt den Vortheil der Vereinfachung gegebener Brüche, und wird daher vor jeder Rechnung so viel als möglich angewendet; letzteres aber dient, um Brüchen einen bestimmten größern Nenner zu geben, was bei manchen Rechnungen als nöthig erkannt werden wird.

Um aber in beiden Fällen Bruchs-Brüche (sieh 2ten Zusatz) zu vermeiden, welche die Rechnung erschweren würden, darf man bei a) den Zähler u. den Nenner nur mit ihren gemeinschaftlichen Maaßen (§. 97) dividiren, (z. B. $\frac{6}{15} = \frac{6}{15} \vdots \frac{3}{3} = \frac{2}{5}$) und bei b) die Brüche nur auf solche Nenner bringen, die ganze Vielfache vom anfänglichen Nenner sind, so z. B. $\frac{3}{10}$ wohl auf $\frac{6}{20}$, $\frac{9}{30}$, $\frac{12}{40}$, $\frac{15}{30}$, $\frac{18}{60}$ u. s. w., nicht aber auf 11tel, 12tel, 13tel ꝛc., obgleich z. B. $\frac{3}{10}$ noch einerlei Werth hat mit $\frac{3\frac{3}{10}}{11}$ indem $\frac{3}{10} = \frac{3 : 10}{10 : 10} = \frac{\frac{3}{10}}{1} = \frac{\frac{3}{10} \cdot 11}{11} = \frac{\frac{33}{10}}{11} = \frac{3\frac{3}{10}}{11}$ ist.

Das einfachste Verfahren, um Brüche a) mit größern, b) mit kleinern Zahlen zu schreiben, enthalten die §§. 107 u. 108.

§. **107.** Einen Bruch zu vereinfachen oder zu heben, d. i. auf seine kleinsten Zahlen zu bringen.

Soll ein Bruch auf seine möglichst kleinsten Zahlen gebracht werden, was man auch den Bruch heben heißt, so suche man (nach §. 98 u. 100) ein gemeinschaftliches Maaß seines Zählers und Nenners, dividire damit beide (nach Vtem Grundſ. §. 106), und setze dieses Verfahren so lange fort, bis Zähler und Nenner unter sich Grundzahlen sind (§. 97).

1tes Beispiel. Der Bruch $\frac{1170}{1755}$ ist möglichst zu vereinfachen oder zu heben.

Rechnung. Man erkennt (nach §. 98. C.), daß Zähler und Nenner durch 5 theilbar sind; schreibt diese 5 sogleich oberhalb an, und dividirt damit Zähler und Nenner.

$$\frac{1170}{1755} \overset{:5}{=} \frac{234}{351} \overset{:9}{=} \frac{26}{39} \overset{:13}{=} \frac{2}{3}$$

Man erhält hiedurch den einfachern Bruch $\frac{234}{351}$, dessen Zähler und Nenner (nach §. 98. D.) sich mit 9 heben, und hiemit dividirt den Bruch $\frac{26}{39}$ geben. Diesem aber sieht man (wegen $26 = 13 \times 2$ und $39 = 13 \times 3$) sogleich an, daß er sich noch durch 13 heben läßt. Man erhält hiedurch den Bruch $\frac{2}{3}$, der sich nicht weiter vereinfachern läßt, da sein Zähler 2 und sein Nenner 3 unter sich Grundzahlen sind.

Antwort. Der Bruch $\frac{1170}{1755}$, auf seine kleinsten Zahlen gebracht, ist $\frac{2}{3}$, und dieser hat mit $\frac{1170}{1755}$ einerlei Werth.

2tes Beispiel. Der Bruch $\frac{391}{713}$ ist zu heben.

Ausrechnung. Keines der Kennzeichen des §. 98 gibt hier an, ob Zähler und Nenner verwandt sind. Man sucht daher ihr größtes gemeinschaftliches Maaß (siehe §. 100. Beisp. 2, das hier in einer Nebenrechnung zu rechnen wäre), findet als solches die Zahl 23, dividirt damit Zähler und Nenner (§. 100), und erhält:

$\frac{391}{713} = \frac{17}{31}$. Dieses aber ist der möglichst gehobene oder vereinfachte Werth des Bruches $\frac{391}{713}$, indem man seine beiden Zahlen mit ihrem größten gemeinschaftlichen Maaße (23) dividirte, wodurch diese also unter sich Grundzahlen wurden.

Die Richtigkeit dieses Verfahrens ist in dem Vten Grundsatze §. 106 vollständig nachgewiesen.

Uebungsbeispiele.

Folgende Brüche sind möglichst zu heben:

564) $\frac{14}{16}$?	570) $\frac{1995}{1365}$?	576) $\frac{6237}{10773}$?
565) $\frac{36}{60}$?	571) $\frac{85}{197}$?	577) $\frac{1003}{413}$?
566) $\frac{28}{35}$?	572) $\frac{84}{308}$?	578) $\frac{1771}{161}$?
567) $\frac{105}{120}$?	573) $\frac{420}{756}$?	579) $\frac{3016}{1247}$?
568) $\frac{128}{208}$?	574) $\frac{585}{936}$?	580) $\frac{1381}{348}$?
569) $\frac{252}{792}$?	575) $\frac{20020}{20790}$?	581) $\frac{6253}{15096}$?

§. 108. Soll man einen Bruch auf einen größern Nenner bringen, der ein ganzen Vielfaches vom anfänglichen Nenner ist,

so dividire man 1) mit dem anfänglichen Nenner in den gegebenen neuen Nenner, und multiplicire 2) mit dem herausgebrachten Quotienten sowohl den Zähler als auch den Nenner des anfänglichen Bruches.

Beispiel. $\frac{2}{9}$, wie viel sind es 54tel?

Ausrechnung. Der neue Nenner 54 ist oberhalb angeschrieben, und sogleich mit 9 in 54 getheilt. Der Quotient 6 ist neben angesetzt, und mit ihm der Bruch $\frac{2}{9}$ sowohl im Zähler ($2 \times 6 = 12$) als auch im Nenner ($9 \times 6 = 54$) multiplicirt. Man erhält den Bruch $\frac{12}{54}$, der mit dem gegebenen $\frac{2}{9}$ einerlei Werth und zugleich den verlangten Nenner 54 hat. Bei großen Zahlen werden die Divisionen und die Multiplicationen in Nebenrechnungen vorgenommen.

$$\frac{2}{9} \;\Big|\; \overset{54}{\overline{6}} \;\Big|\; \frac{12}{54}$$

Anmerkung 1). Die Multiplication des vorigen Nenners (9) mit dem Quotienten (6) ist eigentlich überflüssig, dient jedoch zur Probe der richtigen Theilung (54 : 9) nach §. 39.

Anmerkung 2). Da der vorige Nenner (9) in dem neuen Nenner (54), d. i. in seinem Vielfachen immer genau enthalten ist, so werden durch diese Verwandlung nie zusammengesetzte Brüche erhalten (§. 106. Zus. 3); will man jedoch diese nicht vermeiden, so kann jeder Bruch unter jeden beliebigen Nenner oder auch Zähler gebracht werden.

Anmerkung 3). Sind mehrere Brüche auf einerlei bestimmten Nenner zu bringen, so verwandle man jeden einzeln nach der erklärten Art. Meistens ist jedoch hiebei der gemeinschaftliche Nenner nicht in Zah-

len bestimmt; sondern es wird verlangt, die Brüche auf einerlei (der leichtern Rechnung wegen) möglichst kleinste Benennung zu bringen. Das Verfahren hiezu gibt der folgende §. 109. an.

Uebungsbeispiele.

582) Man verwandle $\frac{5}{8}$ in einen Bruch mit dem Nenner 72.
583) $\frac{3}{4}$, wie viel sind es 8tel? 12tel? 16tel? 48tel?
584) $\frac{25}{27}$, w. v. sind's 1728tel?
585) $\frac{7}{16}$, w. v. sind's 112tel?
586) $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{2}{7}$ und $\frac{5}{32}$, wie viel sind es 224tel?

Beweis. Der Nenner des gegebenen Bruches ($\frac{2}{9}$) ist 9 und soll 54 werden. Indem man nun 54 durch 9 dividirt, erhält man eine Zahl die angibt, mit was der Divisor 9 zu multipliciren sey, um 54 zu geben (§. 32). Da aber der Werth des Bruches ($\frac{2}{9}$) ungeändert bleiben soll, so muß (nach Vtem Grunds. §. 106) zugleich mit dem Nenner (9) auch der Zähler (2) mit einerlei Zahl (6) multiplicirt werden, wodurch ($\frac{2}{9}$) $= \frac{2 \cdot 6}{9 \cdot 6} = \frac{12}{54}$ wird. Hiedurch aber ist die Richtigkeit des angegebenen Verfahrens gezeigt, und kann an jedem andern Bruche in völlig gleicher Art dargethan werden.

§. 109. Brüche mit ungleichen Nennern unter einerlei kleinste Benennung (oder Nenner) zu bringen.

Regel 1. **Man hebe die gegebenen Brüche möglichst (§. 107); 2) suche sodann die kleinste Hauptzahl ihrer Nenner (nach §. 101), die hier kleinster Hauptnenner heißt; dividire diesen (völlig so wie im vorigen §. 108) durch den Nenner des ersten Bruches, und multiplicire mit dem herausgebrachten Quotienten sowohl den Zähler als auch den Nenner des ersten Bruches. 4) Bei jedem folgenden Bruche aber geschieht die Verwandlung in völlig gleicher Art.**

Beispiel. Man bringe die Brüche $\frac{6}{20}$, $\frac{56}{96}$ und $\frac{2}{15}$ (ohne ihren Werth zu verändern) unter einerlei kleinste Benennung.

Ausrechnung. Die Brüche sind in eine Reihe unter einander geschrieben (was zwar nicht durchaus nöthig ist, jedoch die Uebersicht erleichtert). Dann ist $\frac{6}{20}$ mit 2 und $\frac{56}{96}$ mit 8 gehoben (nach §. 107).

Gegebene Brüche.	2.5.2.3. **60** Quot.	Neue Brüche
$\frac{6}{20} \overset{:2}{=} \frac{3}{10}$	6	$\frac{18}{60}$
$\frac{56}{96} \overset{:8}{=} \frac{7}{12}$	5	$\frac{35}{60}$
$\frac{2}{15} = \frac{2}{15}$	4	$\frac{8}{60}$

2) Die Nenner der Brüche sind nun 10, 12 und 15. Zu diesen ist nach §. 101 in einer Nebenrechnung oder, bei so einfachen Zahlen wie hier (nach §. 101. Anm.), im Kopfe die kleinste Hauptzahl gesucht. Man findet $2 \times 5 \times 2 \times 3 = 60$ und schreibt diese rechts ober=

halb von den gegebenen Brüchen an. 3) Dann ist beim ersten Bruche ($\frac{3}{10}$) anfangend, mit seinem Nenner 10 in den kleinsten Hauptnenner 60 dividirt (nach §. 108), der Quotient 6 neben angeschrieben, und damit sogleich $\frac{3}{10}$ im Zähler und Nenner multiplicirt. Man erhält den neuen Bruch $\frac{18}{60}$, der einerlei Werth mit dem gegebenen Bruche $\frac{6}{20}$ hat. 4) In völlig gleicher Art ist bei dem 2ten Bruche ($\frac{7}{12}$) und den übrigen verfahren; man sagt nämlich: 12 in 60 geht 5mal, dann 5×7 ist 35 (und dieß ist der Zähler des neuen Bruches) und 5×12 ist 60, und dieß ist der Nenner des neuen Bruches $\frac{35}{60}$; u. s. f.

Antwort. $\frac{6}{20} = \frac{18}{60}$; $\frac{56}{96} = \frac{35}{60}$ und $\frac{2}{15} = \frac{8}{60}$, oder kürzer angeschrieben $\frac{6}{20}, \frac{56}{96}, \frac{2}{15} = \frac{18,\ 35,\ 8}{60}$.

Uebungsbeispiele.

Man bringe unter einerlei kleinste Benennung:

587) $\frac{1170}{1755}$ und $\frac{391}{713}$. (Siehe das Heben dieser Brüche §. 107).

588) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$.

589) $\frac{3}{21}, \frac{5}{7}, \frac{12}{84}$.

590) $\frac{2}{5}, \frac{14}{16}, \frac{3}{8}, \frac{7}{189}, \frac{1}{4}$.

591) $\frac{212}{265}, \frac{6}{28}, \frac{21}{72}, \frac{13}{39}$.

Anmerkung. Sollten die Brüche nur auf einerlei, nicht gerade kleinste Benennung gebracht werden, oder wären deren Nenner alle unter sich Grundzahlen (wie bei $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{6}{7}$), so erhält man:

1) den allgemeinen Nenner durch Multipliciren aller Nenner;
2) die neuen Zähler durch Multiplication jedes einzelnen Zählers mit allen Nennern, den seinigen ausgenommen. So z. B. ist

$$\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{6}{7} = \frac{2 \times 5 \times 7,\ 4 \times 3 \times 7,\ 6 \times 3 \times 5}{3 \times 5 \times 7} = \frac{70,\ 84,\ 90.}{105}$$

Beweis der Regel. Das Heben der Brüche geschieht zur Vereinfachung der Rechnung (§. 106. Zus. 3. a), und gibt die Brüche, $\frac{3}{10}, \frac{7}{12}, \frac{2}{15}$ (nach §. 107), während die Richtigkeit dieser Vereinfachung im Vten Grunds. §. 106 begründet ist. Der kleinste allgemeine Nenner, auf welchen diese Brüche gebracht werden können, muß (nach §. 106 Zus. 3 b.) ein Vielfaches von jedem einzelnen Nenner, also durch jeden derselben ohne Rest theilbar seyn. Es hat aber diese Eigenschaft nur ihre kleinste Hauptzahl und letztere (60) ist nach §. 101 richtig gefunden. Die Art endlich, die gegebenen Brüche ($\frac{3}{10}, \frac{7}{12}, \frac{2}{15}$) auf diesen kleinsten Haupt-Nenner zu bringen, ist im vorigen §. 108 angegeben und bewiesen, daher dort nachzulesen.

Dritter Abschnitt.

Vom Zusammenzählen der Brüche.

§. **110.** A.) Additionen von Brüchen, die gleiche Nenner haben.

Regel. Soll man Brüche addiren, die gleiche Nenner haben, und von der nämlichen Einheit (z. B. vom Heller)

sind, so **addire man nur die Zähler, und setze unter ihre Summe einen der Nenner ungeändert an.**

1. Beispiel. Man addire $\frac{5}{16}$ hl. + $\frac{13}{16}$ hl. + $\frac{15}{16}$ hl. + $\frac{9}{16}$ hl.

Ausrechnung. Die Zähler der Brüche sind hier seitwärts unter einander geschrieben (was jedoch nicht durchaus nöthig ist) und addirt. Ihre Summe ist 42, u. folglich die Summe der Brüche selbst $\frac{42}{16}$. Diese wird jedesmal möglichst gehoben, und noch die Ganzen ausgezogen, im Falle der gefundene Bruch unächt ist. Man erhält hier (nach §. 107) durch Hebung mit 2, $\frac{42}{16} = \frac{21}{8}$, welches (nach §. 105) $2\frac{5}{8}$ gibt. Diese gemischte Zahl endlich ist unter die Reihe der Brüche, als ihre gesuchte Summe, geschrieben.

	Zähler.
$\frac{5}{16}$ hl.	5
$\frac{13}{16}$ "	13
$\frac{15}{16}$ "	15
$\frac{9}{16}$ "	9
$2\frac{5}{8}$ "	$\frac{42}{16}$:2 $= \frac{21}{8} = 2\frac{5}{8}$.

2. Beispiel. Was geben $6\frac{3}{8} + \frac{7}{8} + 9\frac{5}{8} + 16 + 2\frac{5}{8}$ Klft.?

Ausrechnung. Die zu addirenden Zahlen sind hier theilweise gemischt. Man addirt zuerst die Brüche und dann erst die Ganzen. Die Summe der Zähler ist 20, daher beträgt jene der Brüche $\frac{20}{8}$. Diese (obgleich hier in der Reihe der Brüche gefunden) wird zuerst in einer Nebenrechnung angesetzt, möglichst gehoben (mit 4), und in die gemischte Zahl $2\frac{1}{2}$ verwandelt, wovon $\frac{1}{2}$ unter die Reihe der Brüche geschrieben ist, die 2 Ganzen aber zu den gegebenen Ganzen gezählt werden. Die gesuchte Summe beträgt $35\frac{1}{2}$ Klft.

$6\frac{3}{8}$ Klft.	
$-\frac{7}{8}$ "	
$9\frac{5}{8}$ "	
16– "	
$2\frac{5}{8}$ "	
$35\frac{1}{2}$ "	$\frac{20}{8}$:4 $= \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$.

Uebungsbeispiele.

592) $\frac{13}{16}$ ℔ + $\frac{15}{16}$ ℔ + $\frac{7}{16}$ ℔ + $\frac{12}{16}$ ℔ + $\frac{9}{16}$ ℔ + $\frac{11}{16}$ ℔ = ?

593) $3\frac{6}{8} + 1\frac{3}{8} + 5\frac{7}{8} + 4\frac{3}{8} + 12\frac{5}{8} + 17 = ?$

594) $17\frac{5}{32} + 8\frac{29}{32} + 28\frac{4}{32} + \frac{26}{32} + 19 + \frac{19}{32} + \frac{2}{32} + \frac{31}{32} = ?$

595) $\frac{13}{217} + \frac{8}{217} + \frac{200}{217} + \frac{92}{217} + \frac{165}{217} + \frac{4}{217} = ?$

Beweis. Die im ersten Beispiele gegebenen Brüche sind alle mit der nämlichen Einheit, dem Sechzehntelheller, gezählt.

So ist $\frac{5}{16}$ hl. = 5 Sechzehntelheller
$\frac{13}{16}$ hl. = 13 " "
$\frac{15}{16}$ hl. = 15 " "
$\frac{9}{16}$ hl. = 9 " "
Die Summe ist 42 Sechzehntelheller

Es sind daher diese Brüche gleichnamige Zahlen, deren Größe die Zähler angeben. Letztere können also addirt werden (§. 11. I.), und ihre Summe 42

hat den Namen der Posten (§. 11. II), ist demnach 42 Sechzehntelheller, d. i. $\frac{42}{16}$ hl. (§. 102. Anmerkung) oder $2\frac{1}{4}$ hl. (nach §. 107 u. 105).

B.) Addiren von Brüchen, die ungleiche Nenner haben.

Regel. Sollen Brüche von ungleichen Nennern addirt werden, so verwandle man sie zuerst in Brüche von gleicher, kleinster Benennung (nach §. 109), und addire diese völlig so, wie bei A. Die Summe der verwandelten Brüche ist dann zugleich die Summe der gegebenen Brüche.

1. Beispiel. Man finde die Summe von $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{11}{15}$ u. $\frac{4}{9}$.

Ausrechnung. Die gegebenen Brüche werden wie hier nebenan, zuerst nach §. 109 unter einerlei kleinste Benennung gebracht. Hiebei sind jedoch in der dritten Reihe nur die Zähler der verwandelten Brüche (nämlich: 150, 315, 264 und 160) angeschrieben, und es ist der allen gemeinschaftliche Nenner (360) weggelassen, indem nur die Zähler addirt werden (nach A.); ihre Summe ist 889, also die Summe der Brüche selbst $\frac{889}{360}$, d. i. $2\frac{169}{360}$ (nach §. 105), und diese ist unter die links stehende Reihe der Brüche geschrieben.

Gegeb. Brüche.	360 Quotienten	Neue Zähler.
$\frac{5}{12}$	30	150
$\frac{7}{8}$	45	315
$\frac{11}{15}$	24	264
$\frac{4}{9}$	40	160
$2\frac{169}{360}$		$\frac{889}{360} = 2\frac{169}{360}$.

Beweis. Die Regel B) gründet sich darauf, daß Brüche von ungleichen Nennern ungleichnamige Zahlen sind, und als solche nicht addirt werden können. Da man diese Brüche aber nach §. 109, ohne ihren Werth zu verändern, gleichnamig machen kann, so können die verwandelten Brüche nach A. §. 110 addirt werden, und ihre Summe ist offenbar mit jener der gegebenen Brüche einerlei.

2. Beispiel. Was geben $4\frac{15}{24} + 27\frac{16}{56} + 5\frac{10}{40} + \frac{413}{944}$?

Ausrechnung. Zuerst sind die Brüche möglichst gehoben nach §. 107. Sodann ist nach §. 101 ihr kleinster Hauptnenner 112 gefunden (seiner Einfachheit wegen im Kopfe). Hierauf sind die Brüche auf diesen Hauptnenner gebracht (nach §. 109) und die hiebei erhaltenen Zähler addirt. Man findet die Summe $\frac{179}{112}$ d. i. $1\frac{67}{112}$, schreibt die $\frac{67}{112}$ gleich unter die vordere Reihe der Brüche, merkt sich das 1 Ganze, um es mit den gegebenen Ganzen zusammen zu zählen, deren Summe hiedurch 37 ist.

	7 . 16 = 112	
$4\frac{15}{24} \overset{:3}{=} 4\frac{5}{8}$	14	70
$27\frac{16}{56} \overset{:8}{=} 27\frac{2}{7}$	16	32
$5\frac{10}{40} \overset{:10}{=} 5\frac{1}{4}$	28	28
$\frac{413}{944} \overset{:59}{=} \frac{7}{16}$	7	49
S. $37\frac{67}{112}$		$\frac{179}{112}$

Uebungsbeispiele.

596) $\frac{2}{7} + \frac{7}{8}$? ‖ 597) $\frac{5}{9}$ fl. $+ \frac{5}{6}$ fl.? ‖ 598) $\frac{1}{2} + \frac{5}{7} + \frac{3}{4}$?

599) $\frac{3}{5} + \frac{11}{15}$? ‖ 600) $\frac{9}{14}$ fl. $+ \frac{20}{21}$ fl.? ‖ 601) $\frac{2}{3} + \frac{4}{6} + \frac{3}{11}$?

602) $\frac{2}{9}$ ℔ $+ \frac{7}{15}$ ℔ $+ \frac{2}{5}$ ℔? ‖ 603) $2\frac{1}{2}$ fl. $+ 3\frac{13}{14}$ fl. $+ \frac{5}{21}$ fl.?

604) $\frac{1}{2}$ kr. $+ \frac{7}{22}$ kr. $+ \frac{282}{517}$ kr.? ‖ 605) $25\frac{2}{7} + 3\frac{1}{35} + \frac{9}{10} + 8$?

606) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{1}{6} + \frac{7}{12} + \frac{13}{15}$? ‖ 607) $\frac{64}{104} + \frac{105}{140}$?

608) $3\frac{1}{5} + 8\frac{5}{6} + 9\frac{1}{10} + 7\frac{1}{15} + 2\frac{4}{5}$? ‖ 609) $\frac{82}{517} + \frac{7}{22}$?

610) $29\frac{6}{28} + 50\frac{12}{45} + 8\frac{21}{35} + \frac{16}{32} + 17 + 11\frac{11}{12} + 16\frac{5}{6}$?

C.) Addition von Brüchen im Kopfe.

Sollen Brüche (deren Zähler und Nenner nicht zu große Zahlen sind) im Kopfe addirt werden, so suche man (nach §. 101 Anm.) die kleinste Hauptzahl ihrer Nenner, und verfahre im Uebrigen in der nämlichen Ordnung wie beim schriftlichen Rechnen. Z. B. was ist die Summe von $\frac{1}{4}$ und $\frac{5}{6}$?

Ausrechnung. Man findet zuerst (sieh §. 101 Anm.) ihren kleinsten Hauptnenner 12; sagt dann beim ersten Bruche: 4 in den Hauptnenner 12 geht 3mal; mit diesen 3 den Zähler 1 multiplicirt, gibt 3; also ist $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$. Ebenso sagt man beim 2ten Bruche: 6 in 12 geht 2mal, 2×5 ist 10, also ist $\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$ gefunden. Vorhin hatte man $\frac{3}{12}$, hiezu $\frac{10}{12}$ gibt zusammen $\frac{13}{12}$, d. i. $1\frac{1}{12}$.

Anmerkung 1. Wären mehr als 2 Brüche im Kopfe zusammen zu zählen, so addire man zuerst zwei derselben, dann in völlig gleicher Art zu ihrer Summe den 3ten, und fahre so fort, bis alle gegebenen Brüche zusammengezählt sind.

Zur Uebung addire man alle ächten Brüche, deren Nenner kleiner sind als 13 (z. B. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{5}$ 2c.), je zwei und zwei, dann auch je 3 und 3 zusammen, und zwar zuerst schriftlich und gleich darauf mündlich.

Anmerkung 2. Man übe sich auch im Addiren der Brüche, ohne sie unter einander zu schreiben. Die Uebersicht ist dabei etwas erschwert, die Rechnung aber im Uebrigen die nämliche. Im Falle der Hauptnenner groß wäre, so setze man ihn anfänglich nur in seinen Factoren an, indem man ihn dann ohne Nebenrechnungen durch jeden einzelnen Nenner dividiren kann. Das erste Beispiel (B.) folgt hier gerechnet, ohne daß die Brüche unter einander geschrieben wären.

$$\frac{5}{12} + \frac{7}{8} + \frac{11}{15} + \frac{4}{9} = \frac{5 \times 30 + 7 \times 45 + 11 \times 24 + 4 \times 40}{4 \times 3 \times 2 \times 5 \times 3}$$

$$= \frac{150 + 315 + 264 + 160}{360} = \frac{889}{360} = 2\frac{169}{360}.$$

Vierter Abschnitt.

Vom Abziehen der Brüche.

§. **111.** A.) Subtraction von Brüchen mit gleichen Nennern.

Regel. Wenn die Brüche gleiche Nenner haben, und von der nämlichen Einheit sind (z. B. vom hl.), so ziehe man den Zähler des Abzugs vom Zähler des Ganzen ab, und schreibe unter diesen Unterschied einen der Nenner ungeändert an.

1. Beispiel. Von $\frac{13}{16}$ Heller sind abzuziehen $\frac{5}{16}$ Heller.

$\frac{13}{16}$ hl.	13
$\frac{5}{16}$ "	5
$\frac{1}{2}$ "	$:8 \quad \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$.

Ausrechnung. Von dem Zähler 13 des Ganzen ist der Zähler 5 des Abzugs abgezogen (wobei das Untereinanderschreiben nicht durchaus nöthig ist); ihr Unterschied ist 8, daher der Unterschied der Brüche selbst $\frac{8}{16}$; dieser wird möglichst gehoben, man erhält $\frac{1}{2}$, und dieses ist unter die Reihe der Brüche als ihr gesuchter Unterschied angeschrieben. Der Beweis ist (mit Rücksicht auf die Subtraction) völlig so wie jener im §. 110. A.

2. Beispiel. Hat man gemischte Zahlen abzuziehen, ($8\frac{3}{14} - 2\frac{5}{14}$) so subtrahire man zuerst die Brüche und nachher die Ganzen. Im Falle (wie hier) der Zähler des Abzugs ($\frac{5}{14}$) größer als jener (3) des Bruches ($\frac{3}{14}$) ist, von dem man abziehen soll, so verfahre (borge) man in ähnlicher Art wie in den §§. 20, 73 und 75.

$8\frac{3}{14}$	
$2\frac{5}{14}$	
$5\frac{6}{7}$	$:2 \quad \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$

Man sagt nämlich: 5 von 3 geht nicht, borge also (dem Ganzen u. dem Abzug nach §. 18. IV.) 1 ganze Einheit oder $\frac{14}{14}$ (§. 104). Von diesen (nach §. 75) die $\frac{5}{14}$ abgezogen, bleiben $\frac{9}{14}$, und hiezu die obern $\frac{3}{14}$ addirt, von denen eigentlich abgezogen werden sollte, gibt $\frac{12}{14}$. Diese sind rechter Hand angesetzt und möglichst gehoben (hier mit 2); man erhält $\frac{6}{7}$, und schreibt sie unter die Reihe der Brüche. Endlich sagt man bei den Ganzen: 3 (wegen der geborgten Eins) von 8 bleiben 5, und hat daher als **Antwort**: $8\frac{3}{14} - 2\frac{5}{14} = 5\frac{6}{7}$.

Anmerkung. Da der Zähler der geborgten Eins jedesmal seinem Nenner gleich ist ($1 = \frac{14}{14}$ nach §. 104), so kann man beim Borgen in Brüchen den Zähler des Abzugs sogleich vom Nenner (14) des obern Bruches abziehen, und den Rest zum Zähler (3) dieses obern Bruches addiren. Man sagte daher im obigen Beispiele: 5 von 14 bleiben 9 und hiezu 3 gibt $\frac{12}{14}$.

Die **Richtigkeit** aber des ganzen Verfahrens beim Borgen in Brüchen wird aus den §. 18 und 104 eben so nachgewiesen, wie dieses für mehrfach benannte Zahlen in den §. 73 u. 75 geschehen ist; indem eine geborgte Eins = 14 Vierzehnteln ist, eben so wie 1 geborgter Fuß = 12 Zwölftelfuß, d. i. 12''; 1 geborgter fl. = 60 Sechzigstelsfl., d. i. 60 kr., u. dgl. m.

3tes Beispiel.	**4tes Beispiel.**	**5tes Beispiel.**
Von 23	$13\frac{2}{317}$ Tag.	$15\frac{2}{9}$
abzuziehen $16\frac{3}{8}$	$-\ 9$ "	$-\ \frac{7}{9}$
Rest $6\frac{5}{8}$;	$4\frac{2}{317}$;	$14\frac{4}{9}$.

Diese Beispiele bedürfen kaum einer Erläuterung; im 3ten Beispiele geschieht das Borgen wie oben beim 2ten Beisp.; im 4ten ist vom Bruche $\frac{2}{317}$ nichts abzuziehen, er bleibt also unverändert übrig; und im 5ten Beisp. hat man von den obenstehenden 15 Ganzen das geborgte 1 abzuziehen, und behält $14\frac{4}{9}$ übrig.

Uebungsbeispiele (die 4 ersten auch im Kopfe).

611) $\frac{3}{4}$ fl. − $\frac{1}{4}$ fl.?
612) $5\frac{3}{7}$ ℔ − 2 ℔?
613) 25 Klft. − $6\frac{5}{8}$ Klft.?
614) $63\frac{5}{24}$ kr. − $\frac{17}{24}$ kr.?
615) $300 - 218\frac{7}{100}$?
616) $6\frac{5}{12}$ fl. − $2\frac{11}{12}$ fl.?
617) $205\frac{7}{32}$ ℔ − $78\frac{31}{32}$ ℔?
618) $8102\frac{306}{1728} - 256\frac{1251}{1728}$?

B. Subtraction von Brüchen mit ungleichen Nennern.

Regel. Sollen Brüche subtrahirt werden, die ungleiche Nenner haben, so **bringe man sie zuerst unter einerlei kleinste Benennung** (nach §. 109), **und subtrahire sie dann völlig so, wie oben bei A.**

1. **Beispiel.** Von $\frac{5}{6}$ sollen abgezogen werden $\frac{7}{9}$.

Ausrechnung. Der Ansatz ist wie im §. 110. B. Der kleinste Hauptnenner zu 6teln und 9teln ist 18 (n. §. 101. Anm. im Kopfe gefunden). Dann sind $\frac{5}{6}$ in $\frac{15}{18}$ und $\frac{7}{9}$ in $\frac{14}{18}$ verwandelt (nach §. 109), hievon jedoch nur die Zähler angeschrieben (wie im §. 110 B.),

	18	
$\frac{5}{6}$	3	15
$-\ \frac{7}{9}$	2	14
Rest $\frac{1}{18}$		$\frac{1}{18}$

und diese subtrahirt, wie oben bei A.; ihr Unterschied ist 1, daher jener der Brüche selbst $\frac{1}{18}$, und da sich dieser nicht heben läßt, so wird er gleich vorn unter die Brüche angeschrieben.

2. **Beispiel.** Von $28\frac{24}{105}$ sind abzuziehen $12\frac{30}{98}$.

	245	
$28\frac{24}{105} \overset{:3}{=} 28\frac{8}{35}$	7	56
$12\frac{30}{98} \overset{:2}{=} 12\cdot\frac{15}{49}$	5	75
$15\frac{226}{245}$		$\frac{226}{245}$

Zuerst sind die Brüche gehoben (nach §. 107); man erhält hiedurch $\frac{8}{35}$ und $\frac{15}{49}$, deren kleinster Hauptnenner $5 \times 49 = 245$ (n. §. 101. Anm.) im Kopfe gefunden ist. Hierauf sind $\frac{8}{35}$ in

$\frac{56}{245}$ und $\frac{15}{49}$ in $\frac{75}{245}$ verwandelt (nach §. 109), jedoch nur ihre Zähler angeschrieben, und diese subtrahirt, indem man sagt: 75 von 56 kann man nicht abziehen (borge daher eine Eins oder $\frac{245}{245}$, ziehe die 75 gleich vom obenstehenden Hauptnenner 245 ab (nach §. 111. A. Anm.), und zähle zugleich zum Reste den Zähler 56 des obern Bruches hinzu; man erhält: 5 von 5 ist 0 und hiezu 6 gibt 6, die unten angeschrieben sind; dann 7 von 24 bleiben 17 und hiezu die 5 (der Zahl 56) geben 22. Der Rest ist daher $\frac{226}{245}$, der sich nicht vereinfachen läßt, und daher sogleich vorn unter die Brüche geschrieben ist. Bei den Ganzen hat man 13 von 28 bleiben 15, so daß $28\frac{24}{105} - 12\frac{30}{98} = 15\frac{226}{245}$ gefunden ist.

Die Anmerkungen des §. 110 sind der Subtraction anzupassen, und ähnliche wie die dort angegebenen Beispiele auch hier zu rechnen.

Uebungsbeispiele.

619) $\frac{5}{8}$ fl. — $\frac{2}{9}$ fl.
620) $\frac{13}{14}$ kr. — $\frac{6}{7}$ kr.?
621) $5\frac{1}{4}$ Schfl. — $1\frac{5}{6}$ Schfl.?
622) $1\frac{8}{15} - \frac{15}{16}$?
623) $3\frac{3}{8}$ Lth. — $2\frac{1}{24}$ Lth.?
624) $83\frac{7}{10}$ ℔ — $56\frac{14}{15}$ ℔?
625) $129\frac{24}{72} - 89\frac{89}{100}$?
626) $583\frac{3}{32} - 497\frac{205}{238}$?

§. 112. Beispiele, bei deren Ausrechnung Addition und Subtraction vorkömmt.

1) Was geben $4\frac{7}{8} + 2\frac{3}{4} - 3\frac{5}{12}$?

	24	
$4\frac{7}{8}$	3	21
$2\frac{3}{4}$	6	18
$6\frac{39}{24}$	Summe	39
$-\ 3\frac{5}{12}$	2	10
$4\frac{5}{24}$	Rest	$\frac{29}{24} = 1\frac{5}{24}$.

Zuerst ist (nach §. 101. Anm.) der Generalnenner (24) aller gegebenen Brüche gefunden. Hierauf sind die zu addirenden Brüche unter diese Benennung gebracht, und zusammengezählt (§. 110. B.), wobei man die Summe $6\frac{39}{24}$ erhält. Sodann ist der abzuziehende Bruch $\frac{5}{12}$ umgeformt, und wirklich abgezogen. Der Rest ist bei den Brüchen $\frac{29}{24}$, d. i. $1\frac{5}{24}$, bei den Ganzen 6 — 3, d. i. = 3, also ganzer Rest $4\frac{5}{24}$.

2) Was beträgt $27\frac{5}{6} + 35\frac{1}{2} - 2\frac{3}{4} - 16\frac{14}{15}$ zusammengenommen?

	60	
$27\frac{5}{6}$	10	50
$35\frac{1}{2}$	30	30
$63\frac{20}{60}$	Summe	$\frac{80}{60} = 1\frac{20}{60}$
$2\frac{3}{4}$	15	45
$16\frac{14}{15}$	4	56
$19\frac{41}{60}$	Summe	$\frac{101}{60} = 1\frac{41}{60}$
$43\frac{39}{60}$	Rest	

Man sucht zuerst den Hauptnenner (60) der 4 gegebenen Brüche (nach §. 101 Anm.); bringt die zu addirenden Brüche $\frac{5}{6}$ und $\frac{1}{2}$ auf diesen Hauptnenner, und addirt die verwandelten Brüche (nach §. 110.). Man erhält $63\frac{20}{60}$. Unter diese Summe schreibt man alle abzuziehenden Brüche ($2\frac{3}{4}$ u. $16\frac{14}{15}$), bringt auch auf diese den Hauptnenner 60,

und addirt sie unter sich (ebenfalls nach §. 110). Man erhält als Summe der abzuziehenden Zahlen $19\frac{41}{60}$. Diese letztere Summe wird nun von der ersteren $63\frac{20}{60}$ abgezogen (n. §. 111), und man erhält $43\frac{39}{60}$ als gesuchte Zahl.

Der Grund, warum man auch die Summe der abzuziehenden Zahlen suchen, und diese dann auf einmal abziehen kann, liegt einfach darin, daß einerlei herauskommen muß, ob man von einer Zahl eine andere auf einmal oder stückweise abzieht (§. 18. III.).

Uebungsbeispiele.

627) $\frac{3}{8}+\frac{19}{22}-\frac{1}{2}$?	629) $5\frac{1}{6}+3\frac{7}{10}-2\frac{4}{5}-1\frac{2}{9}$?
628) $\frac{14}{25}-\frac{4}{15}-\frac{1}{9}$?	630) $14\frac{2}{3}+25\frac{2}{5}-9\frac{3}{4}-\frac{5}{3}$?

631) $3\frac{2}{13}$ hl. $+ 5\frac{1}{7}$ hl. $- \frac{5}{26}$ hl. $- 4\frac{7}{39}$ hl. $- 1\frac{9}{14}$ hl.?

Fünfter Abschnitt.

Vom Multipliciren mit Brüchen.

§. 113. Allgemeine Regel.

Soll ein Bruch mit einem Bruche multiplicirt werden, so multiplicire man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner. Das Product der beiden Zähler ist der Zähler, und das Product der beiden Nenner ist der Nenner des gesuchten Productes.

So z. B. ist $\frac{5}{7}$ Loth $\times \frac{3}{4} = \frac{15}{28}$ Loth.

Erster Zusatz. Wenn die Factoren (oder einer derselben) gemischte Zahlen sind, so verwandle man diese zuerst in unächte Brüche (nach §. 104). Man multiplicire z. B. $2\frac{3}{8}$ mit $1\frac{2}{7}$.

$$2\frac{3}{8} \times 1\frac{2}{7} = \frac{19}{8} \times \frac{9}{7} = \frac{171}{56} = 3\frac{3}{56}$$

Man sagt: $2\frac{3}{8}$ in einen unächten Bruch verwandelt gibt $\frac{19}{8}$, und $1\frac{2}{7}$ gibt $\frac{9}{7}$ (nach §. 104); man hat daher $\frac{19}{8}$ zu multipliciren mit $\frac{9}{7}$. Das Product der Zähler ist 19×9 d. i. 171, und jenes der Nenner ist 8×7 d. i. 56. Man erhält hiedurch den Bruch $\frac{171}{56}$, und aus diesem die Ganzen gezogen (nach §. 105), gibt die gemischte Zahl $3\frac{3}{56}$, welche das gesuchte Product von $2\frac{3}{8}$ mit $1\frac{2}{7}$ ist.

Zweiter Zusatz. Wenn einer der Factoren eine ganze Zahl ist (z. B. $\frac{3}{16}$ fl. $\times 4$, oder 5 ℔ $\times \frac{4}{29}$), so multiplicirt man entweder nach §. 106 Grundsatz, I. oder III., oder man denke sich der ganzen Zahl (5) den Nenner 1 untergeschrieben, indem $\frac{5}{1}$ ℔ einerlei mit 5 ganzen Pfund ist, und multiplicire dann nach der obigen allgemeinen Regel; nämlich

entwed.: $5 ℔ \times \frac{4}{29} = \frac{4}{29} ℔ \times 5$ (§. 25 II.) $= \frac{20}{29} ℔$ (§. 106. I.).
oder: $5 ℔ \times \frac{4}{29} = \frac{5}{1} ℔ \times \frac{4}{29} = \frac{20}{29} ℔$ nach der obigen Regel.

Uebungsbeispiele. Schriftlich und auch im Kopfe.

632) $\frac{2}{3} \times \frac{4}{9}$?	634) $1\frac{1}{5} ℔ \times \frac{8}{13}$?	636) 29 kr. $\times \frac{6}{23}$?
633) $8 \times 1\frac{2}{3}$?	635) $2\frac{1}{2}$ fl. $\times 5\frac{3}{4}$?	637) $7\frac{2}{6} \times 1\frac{3}{7}$?

Beweis. $\frac{5}{7}$ Zoll mit $\frac{3}{4}$ multipliciren, heißt (nach §. 23), die eine Zahl ($\frac{5}{7}$ Zoll) so vielmal nehmen, als die andere Zahl (d. i. der Bruch $\frac{3}{4}$) Einer zählt. Nach §. 102 zählt aber der Bruch $\frac{3}{4}$ (d. i. $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$) den vierten Theil der Einheit 3mal, und man muß daher, um das Product $\frac{5}{7}$ Zoll $\times \frac{3}{4}$ zu erhalten, auch vom Einfachen $\frac{5}{7}$ Zoll den vierten Theil suchen, und diesen 3mal nehmen.

Um den vierten Theil von $\frac{5}{7}$ zu erhalten, multiplicirt man (nach §. 106. Zus. 1.) $\frac{5}{7}$ Zoll im Nenner mit 4, und erhält $\frac{5}{7 \cdot 4}$ Zoll. Um dieses Viertel (nämlich $\frac{5}{7 \cdot 4}$ Zoll) 3mal zu nehmen, braucht man es nur im Zähler mit 3 zu multipliciren (nach §. 106. Zus. 1.), und man erhält $\frac{5 \cdot 3}{7 \cdot 4}$ Zoll. Hiemit aber ist die Richtigkeit der obigen Regel dargethan; denn es ist gezeigt, daß, um $\frac{5}{7}$ Zoll mit $\frac{3}{4}$ zu multipliciren, man nur $\frac{5}{7}$ im Nenner mit dem andern Nenner 4 und im Zähler mit dem andern Zähler 3 zu multipliciren brauche. (Ungeübte werden diesen Beweis mit andern selbst gewählten Brüchen wiederholen.)

Anmerkung. Es ist 7 Pfd. $\times \frac{3}{4} = \frac{21}{4}$ Pfd. $= 5\frac{1}{4}$ Pfd., und auch $\frac{1}{15}$ fl. $\times \frac{3}{4} = \frac{1}{20}$ fl.; also ist jedesmal bei der Multiplication mit einem ächten Bruche ($\frac{3}{4}$) das Product kleiner als das Einfache, was der Multiplication als einer gleichmäßigen Vermehrung zu widersprechen scheint. Nun ist aber aus dem vorstehenden Beweise klar, daß 7 Pfund $\times \frac{3}{4}$ nichts anders heißt, als man soll das Einfache 7 Pfund (nicht drei, zwei, einmal, sondern) nur $\frac{3}{4}$telmal, d. i. den vierten Theil davon ($\frac{7}{4}$ Pfd.) 3mal nehmen (d. i. $\frac{7}{4}$ Pfd. + $\frac{7}{4}$ Pfd. + $\frac{7}{4}$ Pfd.). Hieraus aber geht zugleich hervor, sowohl a) daß die Multiplication mit einem ächten Bruche eine gleichmäßige Vermehrung sey (jedoch nur eines Theils des Einfachen 7 Pfd.), als auch b) daß das Product kleiner als das Einfache werden müsse, weil man beim ächten Bruche nicht wieder alle Theile zusammennimmt, in welche das Einfache (7 Pfund) getheilt wurde.

Damit sich Ungeübte dieses zur vollen Einsicht bringen, müssen sie mehrere kleine Beispiele, ähnlich den beiden obigen, im Kopfe multipliciren; hiebei jedoch zuerst die Theilung mit dem Nenner des Anzeigers vornehmen, und dann erst die Vervielfältigung des gefundenen Theils mit dem Zähler.

§. 114. Beispiele, um das kürzeste Verfahren der Multiplication mit Brüchen zu zeigen.

a) Man multiplicire $\frac{17}{32}$ fl. mit $\frac{24}{29}$.

Ausrechnung. Die Multiplication der beiden Zähler sowohl als auch der beiden Nenner ist zuerst nur angezeigt, indem man

$$\frac{17 \times 24}{32 \times 29} \overset{:8}{=} \frac{17 \times 3}{4 \times 29} = \frac{51}{116}.$$

die beiden Brüche durch einen gemeinschaftlichen Divisionsstrich

so verbindet, daß die beiden Zähler über, und die beiden Nenner unter demselben zu stehen kommen. Dieses geschieht, um leichter zu erkennen, ob sich einer der beiden Zähler gegen einen der beiden Nenner zum Theil oder ganz heben läßt. Erkennt man dieß, so hebt man (nach §. 107.) noch vor den Multiplicationen, weil diese dann einfacher werden. So läßt sich im obigen Ansatze $\left(\frac{17 \cdot 24}{32 \cdot 29}\right)$ 24 im Zähler gegen 32 im Nenner mit 8 heben, und man hat dann nur noch im Zähler 17 mit 3 und im Nenner 29 mit 4 zu multipliciren, was ohne Nebenrechnung geschehen kann.

Anstatt, wie oben geschah, bei diesem Heben einen neuen Ansatz zu machen, kann man kürzer, wie hier nebenan, das Gehobene gleich durchstreichen und die Quotienten darüber oder daneben setzen.

$$\frac{17 \times \overset{3}{\cancel{24}}}{\underset{4}{\cancel{32}} \times 29} \overset{:8}{=} \frac{51}{116}$$

b) Man multiplicire $2\frac{8}{35}$ ℔ mit $29\frac{1}{6}$.

Rechnung. Zuerst sind die gemischten Zahlen eingerichtet. Es wird $2\frac{8}{35} = \frac{78}{35}$ und $29\frac{1}{6} = \frac{175}{6}$. Man erhält daher $\frac{78 \cdot 175}{35 \cdot 6}$;

$$\frac{\overset{13}{\cancel{78}} \times \overset{\overset{5}{\cancel{35}}}{\cancel{175}}}{\underset{\underset{1}{\cancel{7}}}{\cancel{35}} \times \underset{1}{\cancel{6}}} \overset{:6.5.7}{=} 65 \text{ ℔}.$$

In diesem Bruche lassen sich 78 und 6 mit 6 heben (nach §. 98. E.), und man erhält anstatt ihrer 13 und 1. Ferner lassen sich 35 und 175 mit 5 (nach §. 98. C.) und die hiedurch erhaltenen Zahlen 7 und 35 noch mit 7 heben. Nach diesen Abkürzungen bleibt im Zähler nur noch 13 mit 5 zu multipliciren, im Nenner aber bleibt nur 1×1, so daß dort gar keine Multiplication, und endlich auch keine Division zu machen ist, um aus dem Producte die Ganzen auszuziehen.

c) Oft bleiben im Zähler und Nenner noch mehrziffrige Zahlen zu multipliciren; für diesen Fall nun ist hier unten am Beispiele $7\frac{13}{19}$ Loth $\times$ $2\frac{12}{23}$ der bequemste und deutlichste Gang der Rechnung gezeigt:

$$7\tfrac{13}{19} \text{ Lth.} \times 2\tfrac{12}{23}$$
$$= \frac{146 \times 58}{19 \times 23} \text{ Lth.}$$
$$= 19\tfrac{165}{437} \text{ Loth.}$$

$$\begin{array}{r} 146 \\ \times\ 58 \\ \hline 1168 \\ 730 \\ \hline 8468 \\ :(437) \\ \hline 4098 \\ 3933 \\ \hline 165 \text{ Rest.} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 23 \\ \times\ 19 \\ \hline 207 \\ 23 \\ \hline :437 \end{array} = 19\tfrac{165}{437} \text{ Loth.}$$

Zuerst sind die gemischten Zahlen eingerichtet (§. 104. b). Man erhält $7\frac{13}{19} = \frac{146}{19}$ und $2\frac{12}{23} = \frac{58}{23}$. Daher ist das Product $= \frac{146 \cdot 58}{19 \cdot 23}$; da sich hierin nichts heben läßt, so geschieht die Ausrechnung, wie es nebenan ausführlich angesetzt ist. Man findet $19\frac{165}{437}$ Loth, als gesuchtes Product von $7\frac{13}{19}$ Loth $\times 2\frac{12}{23}$.

d) Ist eine gemischte Zahl mit einer ganzen Zahl zu multipliciren, z. B. $13\frac{5}{8}$ Klafter $\times$ 12, so kann man zwar die gemischte Zahl einrichten, und dann nach §. 113. Zusatz 1. verfahren; schneller aber wird man fertig, wenn man stückweise multiplicirt (nach §. 25. III.). Nämlich:

Zuerst den Bruch $\frac{5}{8}$ Klftr. $\times 12 = \frac{60}{8} \overset{:4}{=} \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$ Klftr.
Dann die Ganzen 13 „ $\times 12 =$ .... 156 „

Hierauf beides addirt, gibt $13\frac{5}{8}$ Klftr. $\times 12 = 163\frac{1}{2}$ Klftr.

e) Ist wie im Beispiele $6\frac{17}{24}$ fl. $\times$ 8 der eine Factor eine ganze Zahl (hier 8), welche in dem Nenner (24) des andern Factors genau sich hebt, so wird der Bruch nach §. 106. Zus. 2. multiplicirt. Man erhält $6\frac{17}{24}$ fl. $\times 8 = 53\frac{2}{3}$ fl., indem man sagt: $\frac{17}{24} \times 8$ gibt $\frac{17}{3}$, d. i. $5\frac{2}{3}$; schreibt die $\frac{2}{3}$ an, und merkt sich die 5 Ganzen; dann 6×8 ist 48 und hiezu die gemerkten 5, geben 53 Ganze.

f) Bei mehr als zwei Factoren setzt man das Product aller Zähler an, und darunter jenes aller Nenner, z. B.

$$\frac{2}{3} \times 15 \times 1\frac{4}{5} \times 2\frac{3}{4} = \frac{2 \times 15 \times 9 \times 11}{3 \times 1 \times 5 \times 4} = \frac{99}{2} = 49\frac{1}{2}.$$

Uebungsbeispiele.

638) $\frac{21}{32}$ ℔ $\times \frac{16}{35}$? 639) $5\frac{17}{24}$ Ell. $\times$ 6? 640) $90 \times 28\frac{213}{360}$?

641) 17 fl. $\times 8\frac{5}{19}$? 642) $7\frac{2}{3}$ hl. $\times 3\frac{5}{46}$? 643) $16\frac{8}{25}$ Znt. $\times 13\frac{3}{8}$?

644) $5\frac{9}{13}$ Lth. $\times 1\frac{6}{17}$? 645) $\frac{27}{28} \times 8\frac{4}{9}$ fl.? 646) $47\frac{11}{35} \times 12\frac{23}{36}$?

647) $4\frac{1}{2} \times 1\frac{2}{3} \times 3\frac{3}{5} \times 16$? 648) $\frac{30}{44}$ fl. $\times 23\frac{132}{285}$?

649) 48 fl. $\times \frac{3}{4} \times \frac{5}{8} \times 3\frac{1}{12}$? 650) $2\frac{65}{132}$ Cnt. $\times 35\frac{100}{107}$?

Zusatz. Wenn man einen Bruch, z. B. $\frac{2}{3}$, mit seinem umgekehrten Bruche $\frac{3}{2}$ multiplicirt, so bekömmt man 1 als Product. So z. B. ist $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{2}{2} \cdot \frac{3}{3} = 1$. Eben so ist $5\frac{3}{8} \times \frac{8}{43} = 1$, indem $5\frac{3}{8} = \frac{43}{8}$, und von diesem der umgekehrte Werth $\frac{8}{43}$ ist.

Sechster Abschnitt.

Vom Dividiren mit Brüchen.

§. 115. Divisionsregel und Beispiele.

Die Division eines Bruches (z. B. $\frac{8}{9}$) durch eine ganze Zahl (z. B. 5 oder 4) ist im §. 106 gezeigt. Man erhält

bei $\frac{8}{9}$: 5 den Quot. $\frac{8}{9 \cdot 5}$, d. i. $\frac{8}{45}$ (n. §. 106. Grunds. II) u.
bei $\frac{8}{9}$: 4 „ „ $\frac{8 \div 4}{9}$, d. i. $\frac{2}{9}$ (n. §. 106. Grunds. IV).

Die Division aber, wenn der Divisor ein Bruch ist, geschieht auf die folgende allgemeine Art:

Allgemeine Regel der Division mit Brüchen.

Soll eine Zahl (gleichviel ob diese ein Bruch, eine gemischte oder eine ganze Zahl ist) durch einen Bruch dividirt werden, so kehre man den **Divisorbruch** um, d. h. man schreibe seinen Zähler hinunter als Nenner und diesen herauf als Zähler, und multiplicire dann mit diesem umgekehrten Divisor den gegebenen Dividenden. Diese Multiplication aber geschieht völlig so, wie es im vorigen fünften Abschnitte gezeigt ist.

1. **Beispiel.** Man dividire $\frac{7}{11}$ durch $\frac{2}{3}$.

Ausrechnung. $\frac{7}{11} \times \frac{3}{2} = \frac{21}{22}$. Der Divisor $\frac{2}{3}$ wird durch Umkehrung zu $\frac{3}{2}$; hiemit $\frac{7}{11}$ multiplicirt (nach §. 113), gibt $\frac{21}{22}$ als den gesuchten Quotienten der Division $\frac{7}{11}$: $\frac{2}{3}$.

2. **Beispiel.** 5 fl. sollen getheilt werden durch $\frac{2}{3}$ fl.

Ausrechnung. 5 fl. : $\frac{2}{3}$ fl. $= \frac{5}{1} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$mal. Die Rechnung ist wie im ersten Beispiele. Man findet, daß sich 5 fl. in $7\frac{1}{2}$ Theile, jeder zu $\frac{2}{3}$ fl., theilen lassen (§. 33. Grunds. II. b).

3. **Beispiel.** $7\frac{2}{3}$ fl. zu dividiren durch $3\frac{1}{2}$.

Ausrechnung. $7\frac{2}{3} : 3\frac{1}{2} = \frac{23}{3} : \frac{7}{2} = \frac{23}{3} \times \frac{2}{7} = \frac{46}{21} = 2\frac{4}{21}$ fl.

Erklärung. Zuerst sind Dividend ($7\frac{2}{3}$) und Divisor ($3\frac{1}{2}$) eingerichtet (nach §. 104. b). Man erhält $\frac{23}{3} : \frac{7}{2}$. Sodann ist der Divisorbruch $\frac{7}{2}$ umgekehrt in $\frac{2}{7}$ und damit sogleich der Dividend $\frac{23}{3}$ multiplicirt (nach §. 114. a). Man erhält $\frac{46}{21}$ fl., d. i. $2\frac{4}{21}$ fl.; und dieß ist der gesuchte Quotient, der angibt, daß wenn man $7\frac{2}{3}$ fl. in $3\frac{1}{2}$ Theile theilt, dann auf jeden vollen Theil $2\frac{4}{21}$ fl. treffen (§. 33. Grundsatz II. a).

$$7\tfrac{2}{3}\text{ fl.} : 3\tfrac{1}{2} = \frac{23}{3} : \frac{7}{2} = \frac{23 \cdot 2}{3 \cdot 7} = \frac{46}{21} = 2\tfrac{4}{21}\text{ fl.}$$

Anmerkung. Die Probe der Division kann hier durch Multiplication geschehen (§. 39). Man erhält beim dritten Beispiele durch Multiplication des Quotienten $2\frac{4}{21}$ fl. mit dem Divisor $3\frac{1}{2}$, nämlich

$$2\tfrac{4}{21}\text{ fl.} \times 3\tfrac{1}{2} = \frac{46 \cdot 7}{21 \cdot 2} = \frac{23 \cdot 1}{3 \cdot 1} = 7\tfrac{2}{3}\text{ fl.,}$$

und dieß ist der gegebene Dividend; folglich ist die Division richtig. Umgekehrt prüft man auch die Multiplication mit Brüchen (§. 114.) durch die Division.

4. **Beispiel.** $5\frac{7}{24}$: 9? **Ausrechnung.** Der Dividend

$5\frac{7}{24}$ wird in den unächten Bruch $\frac{127}{24}$ verwandelt, und dann nach §. 106. II. durch 9 dividirt, wobei $\frac{127}{24 \cdot 9} = \frac{127}{216}$ erhalten wird.

$$5\tfrac{7}{24} : 9$$
$$= \frac{127}{24} : \frac{9}{1}$$
$$= \frac{127}{24} \times \frac{1}{9}$$
$$= \frac{127}{216}.$$

Oder man kann auch, wie hier nebenan, nach der obigen allgemeinen Divisionsregel mit Brüchen (jedoch weniger kurz) verfahren, indem man dem Divisor 9 den Nenner 1 untersetzt, wie hier seitwärts geschah.

Aus den vorstehenden Beispielen zeigt sich, daß jede Division mit Brüchen immer auf eine Multiplication hinausgeht. Die Beispiele des §. 114. enthalten daher auch schon für die Division die bequemste Art der Ausrechnung. Ein Fall soll hier noch erklärt werden, jener nämlich, wenn eine größere gemischte Zahl durch eine ganze Zahl zu dividiren ist:

5. **Beispiel.** $2156\frac{3}{7} : 32$. **Ausrechnung.**

$$= 67\tfrac{87}{224}$$

```
2 156 3/7
:(32)
1 92
————
  236
  224
————
  12 3/7 : 32 = 87/(7.32)
```

Anstatt in diesem Falle den Dividenden $2156\frac{3}{7}$ in einen unächten Bruch zu verwandeln, dividirt man zuerst nur seine 2156 Ganze (nach §. 36.), und erhält den Quotienten 67 nebst dem Reste 12; hängt sodann diesem Reste den Bruch $\frac{3}{7}$ des Dividenden an, und dividirt nun $12\frac{3}{7}$ d. i. $\frac{87}{7}$ durch den Divisor 32 nach §. 106. Grundſ. II. Man erhält $\frac{87}{7 \cdot 32}$, d. i. $\frac{87}{224}$, und hat daher als vollständigen Quotienten die gemischte Zahl $67\frac{87}{224}$. Die Zulässigkeit dieser Zerstückung des Dividenden ist im §. 33. Grundſ. III. begründet.

6. **Beispiel.** Aehnlich verfährt man auch, wenn der Divisor ein Bruch mit kleinen Zahlen ist, wie im Beispiele $309\frac{5}{6} : \frac{4}{9}$.

Ausrechnung. Man könnte nun $309\frac{5}{6}$ einrichten und dann mit $\frac{9}{4}$ multipliciren. Schneller aber geht es, wenn man nach §. 114. d. mit 9 multiplicirt und das Herauskommende durch 4 dividirt. Man sagt nämlich $9 \times \frac{5}{6}$ gibt $\frac{45}{6}$, d. i. $7\frac{3}{6}$; merkt sich die 7 Ganzen und schreibt nur die $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ an; ferner 9 mal 9 ist 81 und hiezu die gemerkten 7 gibt 88 u. ſ. w.

```
309 5/6 × 9/4
———————— × 9
2 788 1/2
————————— : 4
  697 1/8
```

Uebungsbeispiele. (Die ersten 7 schriftlich und mündlich.)

651) $\frac{9}{32}$ ℔. : 3?	**652)** $\frac{5}{7}$ fl.: 12?	**653)** $\frac{5}{4}$ hl. : $\frac{3}{8}$ hl.?
654) 11 kr. : $\frac{5}{8}$?	**655)** $2\frac{3}{7}$ ℔.: $\frac{1}{4}$?	**656)** $3\frac{5}{6}$ Lth.: $1\frac{2}{3}$ Lth.?

657) $4\frac{2}{3}$ Ellen Tuch kosteten $13\frac{5}{8}$ fl.; was kostet 1 Elle davon?
658) Wie lange reichen $130\frac{5}{8}$ ℔. bei tägl. Verbrauch von $8\frac{3}{4}$ ℔.?

659) $27\,815\frac{3}{8}$: 9?	**660)** $1\,074\frac{11}{12}$ fl. : $\frac{5}{6}$?
661) $809\,006\frac{7}{12}$: 24?	**662)** $863\frac{4}{5}$ fl. : $2\frac{2}{3}$ fl.
663) $\frac{128}{365}$ ℔. : $\frac{17}{125}$ ℔.?	**664)** $31\frac{27}{100}$ Ztr. : $\frac{19}{3200}$ Ztr.?

Beweis der Regel zur Division mit einem Bruche.

In jeder Division (sieh 1tes Beispiel des vorigen §. $\frac{7}{11} : \frac{2}{3}$) kann man beide Zahlen, d. i. den Divisor ($\frac{2}{3}$) und den Dividenden ($\frac{7}{11}$) mit einerlei Zahl multipliciren, ohne daß hiedurch der gesuchte Quotient verändert würde (§. 33. VI). Multiplicirt man nun beide mit dem umgekehrten Divisor, also im 1ten Beispiele mit $\frac{3}{2}$, so erhält man als neuen Dividenden $\frac{7}{11} \cdot \frac{3}{2}$ (nach §. 113), u. als neuen Divisor 1 (nach §. 114 Zus.); da nun aber die Theilung mit 1 den neuen Dividenden $\frac{7}{11} \cdot \frac{3}{2}$ ungeändert läßt, so ist dieser schon der gesuchte Quotient, und somit gezeigt, daß $\frac{7}{11} : \frac{2}{3} = \frac{7}{11} \times \frac{3}{2} = \frac{7}{11} \cdot \frac{3}{2}$, was auch in gleicher Art an jedem andern beliebig gewählten Divisions-Beispiel gezeigt werden kann.

$$\frac{7}{11} : \frac{2}{3} = \frac{7}{11} \cdot \frac{3}{2} : \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2}$$

$$'' = \frac{7 \cdot 3}{11 \cdot 2} : 1$$

$$'' = \frac{7 \cdot 3}{11 \cdot 2}$$

Anmerkung 1. Der Beweis kann auch aus der Erklärung der Division (§. 33) abgeleitet werden.

Anmerkung 2. Die Theilung mit einem ächten Bruche (z. B. $7 : \frac{2}{3} = 10\frac{1}{2}$) gibt immer einen größern Quotienten ($10\frac{1}{2}$) als der Dividend (7) war. Denn theilt man z. B. 7 Zoll in Theile jeden zu 1 Zoll, so erhält man 7 Theile; theilt man aber 7 Zoll in Theile jeden zu $\frac{2}{3}$ Zoll, also in kleinere Theile als vorerst, so erhält man offenbar auch mehr Theile (hier $10\frac{1}{2}$), als bei der erstern Theilung.

§. 116. Verwandlung von Bruchs-Brüchen in einfache.

Regel. Um einen Bruchsbruch (§. 106) in einen einfachen Bruch zu verwandeln, multiplicire man den erstern (s. unten Beisp. 1.) in seinem Nenner ($\frac{4}{5}$) und Zähler ($\frac{7}{9}$) mit dem umgekehrten Nenner ($\frac{5}{4}$). Der Nenner des Bruchsbruches wird dadurch 1 (nach §. 114. Zus.) und daher nicht angeschrieben.

1) $\dfrac{\frac{7}{9}}{\frac{4}{5}} = \dfrac{\frac{7}{9} \cdot \frac{5}{4}}{\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{4}} = \dfrac{\frac{35}{36}}{1} = \frac{35}{36}$

2) $\dfrac{\frac{2}{3}}{5\frac{1}{2}} = \dfrac{\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{11}}{\frac{11}{2} \cdot \frac{2}{11}} = \dfrac{\frac{4}{33}}{1} = \frac{4}{33}$

3) $\dfrac{5}{\frac{3}{4}} = \dfrac{5 \cdot \frac{4}{3}}{\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3}} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$

4) $\dfrac{\frac{6}{11}}{7} = \dfrac{\frac{6}{11} \cdot \frac{1}{7}}{7 \cdot \frac{1}{7}} = \frac{6}{77}$.

Anmerkung. Man kann auch mit den Nennern der einfachen Brüche multipliciren, z. B.

1) $\dfrac{\frac{7}{9}}{\frac{4}{5}} = \dfrac{\frac{7}{9} \cdot 9 \cdot 5}{\frac{4}{5} \cdot 9 \cdot 5} = \dfrac{7 \cdot 5}{4 \cdot 9} = \frac{35}{36}$; 3) $\dfrac{5}{\frac{3}{4}} = \dfrac{5 \cdot 4}{\frac{3}{4} \cdot 4} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$

Uebungsbeispiel 665. Man verwandle in einfache Brüche:

$\dfrac{2}{\frac{1}{2}}$; $\dfrac{\frac{2}{7}}{5}$; $\dfrac{\frac{6}{11}}{\frac{4}{7}}$; $\dfrac{\frac{4}{9}}{1\frac{1}{5}}$; $\dfrac{39\frac{8}{13}}{\frac{5}{13}}$; $\dfrac{14\frac{1}{5}}{2\frac{1}{2}}$.

§. 117. Abkürzungen beim Dividiren. (Sieh auch §. 44.)

Da im vorigen §. die Divisionsregel für Brüche, und im §. 98 die Kennzeichen der Theilbarkeit der Zahlen angegeben sind, so können nun die im §. 44. enthaltenen Vortheile (I, II, und III) mit größerer Leichtigkeit als dort angewendet werden. Z. B.

I. Man dividire $2156\frac{3}{7}$ durch 32.

$= 67\frac{87}{224}$. Da $32 = 8 \cdot 4$, so dividire man

$= 269\frac{31}{56} : 4$ (n. §. 44. I.) zuerst mit 8, u. den so erhaltenen Quotienten ($269\frac{31}{56}$) noch mit 4.

Rech. $2156\frac{3}{7} : 8 \cdot 4$

II. Es sei zu dividiren 657 540 durch 252.

Rechnung. Da man (nach §. 98 B und D) erkennt, daß Dividend und Divisor sich durch 4 und durch 9 heben, so dividire man beide zuerst mit 4, und dann die so erhaltenen Zahlen noch mit 9. Nämlich:

$$\left.\begin{matrix} 657\,540 \\ : (252) \end{matrix}\right\} \overset{:4}{=} \left\{\begin{matrix} 164385 \\ : (63) \end{matrix}\right\} \overset{:9}{=} \left\{\begin{matrix} 18265 \\ : (7) \end{matrix}\right. = 2609\tfrac{2}{7}$$

III. Man multiplicire 7 193 641 mit 495 und dividire das erhaltene Product mit 405 (S. §. 44. III).

$$\textbf{Rechnung.}\quad \frac{7\,193\,641 \cdot \overset{\overset{11}{\cancel{99}}\,:9}{\cancel{495}}\,:5}{\underset{\underset{9}{\cancel{81}}}{\cancel{405}}} = \frac{79\,130\,051}{9} = 8\,792\,227\tfrac{8}{9}$$

Uebungsbeispiele.

666)	32 156 : 24?	667)	146 805 : 56?
668)	361 560 : 144?	669)	42 632 568 : 240?
670)	9 581 004 : 396?	671 a)	1 548 207 : 180?
671 b)	$\frac{734\,593 \cdot 572}{352}$?	671 c)	$\frac{408\,528 \cdot 379}{27\,288}$?

Siebenter Abschnitt.

Rechnungen mit mehrfach benannten Zahlen und Brüchen.

Wenn bei mehrfach benannten Zahlen Brüche vorkommen, so muß man theils nach den Regeln der vierten Abtheilung, theils nach jenen der 6 ersten Abschnitte der fünften Abtheilung rechnen. Das bequemste Verfahren hiebei soll hier folgend gezeigt werden.

§. 118. Verwandlung benannter Brüche von höherm Namen in niedern Namen.

Die Regel ist die im §. 59. für ganze Zahlen gegebene, nämlich: **Der Bruch vom höhern Namen wird mit der Eintheilungszahl** (nach §. 106 Grundſ. I.) **multiplicirt**, z. B.

a) $\frac{3}{7}$ fl., wie viel sind es ganze Kreuzer, dann noch Hell.?

Ausrechnung. Man multiplicire $\frac{3}{7}$ fl. im Zähler mit 60 (nach §. 106 Zuſ. I.), indem der fl. 60 kr. zählt. Man erhält $\frac{180}{7}$ kr., d. i. $25\frac{5}{7}$ kr. nach §. 105. Hierauf wird der hiebei herausgebrachte Kreuzerbruch ($\frac{5}{7}$ kr.) in Heller verwandelt, indem man $\frac{5}{7}$ im Zähler mit 8 multiplicirt; dieses gibt $\frac{40}{7}$ hl. d. i. $5\frac{5}{7}$ hl., und man hat daher zusammen 25 kr. $5\frac{5}{7}$ hl. = $\frac{3}{7}$ fl.

$\frac{3}{7}$ fl. = $\frac{180}{7}$ kr. = $25\frac{5}{7}$ kr.
$\frac{5}{7}$ kr. = $\frac{40}{7}$ hl. = $5\frac{5}{7}$ hl.
Antw. $\frac{3}{7}$ fl. sind 25 kr. $5\frac{5}{7}$ hl.

b) Man verwandle $\frac{4}{15}$ Eimer in ganze Maaß 2c.

Rechnung. $\frac{4}{15}$ Eimer = $\frac{4 \cdot 60}{15}$ Maaß = 16 Maaß.

c) $\frac{13}{22}$ ℔., wie viel ganze Loth und Quint sind es?

$\frac{13}{22}$ ℔. = $\frac{13 \cdot 32}{22}$ Lth. = $\frac{52 \cdot 4}{11}$ Lth. = $\frac{208}{11}$ Lth. = $18\frac{10}{11}$ Lth.
$\frac{10}{11}$ Lth. = $\frac{40}{11}$ Qt. = $3\frac{7}{11}$ Qt. ‖ **Antw.** $\frac{13}{22}$ ℔. = 18 Lth. $3\frac{7}{11}$ Qt.

Uebungsbeispiele.

672) $\frac{7}{9}$ fl.,
674) $\frac{23}{29}$ fl.,
676) $7\frac{221}{360}$ fl.
} w. v. sind's kr. u. hl.?

673) $3\frac{2}{7}$ Eimer, wie viel Maaß 2c.?
675) $\frac{13}{21}$ Schäffl., w. viel Metzen 2c.?
677) $5\frac{13}{15}$ Ruthen Qdz., w. viel Fuß 2c.?

§. 119. Verwandlung benannter Zahlen von niederm Namen in Brüche von höherm Namen.

Die Regel ist jene des §. 60., nämlich: **Man dividire mit der Eintheilungszahl** (n. §. 106. Grundsatz II. oder §. 115); z. B.

a) 17 kr., wie viel sind es fl.? **Antw.** 17 kr. = $\frac{17}{60}$ fl.

b) 3 hl., w. v. sind's fl.? **Antw.** 3 hl. = $\frac{3}{8}$ kr. = $\frac{3}{8 \cdot 60}$ fl. = $\frac{1}{160}$ fl.

c) $125\frac{3}{4}$ kr., w. v. sind's fl.? **Antw.** $125\frac{3}{4}$ kr. : 60 = $2\frac{23}{240}$ fl.

d) 4 fl. 11 kr. $3\frac{2}{5}$ hl., wie viel sind's 1) fl.? 2) kr.?

1) 4 fl. 11 kr. $3\frac{2}{5}$ hl.
= 4 fl. $11\frac{17}{40}$ kr.
= 4 fl. $\frac{457}{40}$ kr.
= $4\frac{457}{2400}$ fl.

Die $3\frac{2}{5}$ hl. sind in $\frac{17}{5}$ eingerichtet und zugleich durch 8 dividirt (n. §. 106. II.); dieß gibt $\frac{17}{40}$ kr. Hierauf sind die $11\frac{17}{40}$ kr. in gleicher Art auf fl. gebracht.

Man erhält $\frac{457}{40 \cdot 60}$ fl., hat also $4\frac{457}{2400}$ fl.

2) 4 fl. 11 kr. $3\frac{2}{5}$ hl. Die $3\frac{2}{5}$ hl. geben nach 1) $\frac{17}{40}$ kr.; $= 251\frac{17}{40}$ kr. die 4 fl. 11 kr. (n. §. 59) 251 kr.

Uebungsbeispiele. Man verwandle:

678) 19 Lth. in ℔., in Ztr.; 679) 25 Maaß in Eimer;
680) 36 kr. 3 hl. in kr., in fl.; 681) $9\frac{3}{4}$ Metzen in Schäffl.;
682) 7 kr. $5\frac{1}{2}$ pf. in kr.; in fl.; 683) $5^0\,3'\,7''$ Dbz. in Fuß, in Rth.;
684) 3 fl. 42 kr. $6\frac{2}{5}$ hl. a) in lauter kr., b) in fl., c) in hl.
685) 48 fl. 52 kr. $3\frac{1}{2}$ pf. a) in lauter kr., b) in fl., c) in pf.

§. 120. Addition von mehrfach benannten Zahlen und Brüchen.

Regel. Man addire zuerst die Brüche nach §. 110 und hierauf die verschiedenen Namen nach §. 65. Z. B.

a)

℔.	Lth.	Qt.
2	27	$3\frac{3}{5}$
8	13	$2\frac{6}{5}$
9	8	$3\frac{4}{5}$
1	2	2
S.ᵉ 20	18	$2\frac{3}{5}$

$\frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$;

b)

fl.	kr.	hl.	24	
8	17	$5\frac{3}{8}$	3	9
3	54	$4\frac{2}{3}$	8	16
4	43	$7\frac{5}{6}$	4	20
S.ᵉ 16	56	$1\frac{7}{8}$		$\frac{45}{24} = \frac{15}{8}$ (:3)

Die Probe bei diesem und dem folgenden §. geschieht nach §. 15 u. 21.

Uebungsbeispiele.

686) Zu addiren.

fl.	kr.	hl.
12 fl.	13 kr.	$7\frac{1}{6}$ hl.
1 „	48 „	$5\frac{4}{6}$ „
5 „	52 „	$3\frac{5}{6}$ „
— „	39 „	$6\frac{2}{6}$ „
32 „	28 „	4 „

687) Zu addiren.

fl.	kr.	hl.
25 fl.	14 kr.	$3\frac{3}{8}$ hl.
17 „	26 „	$5\frac{7}{12}$ „
6 „	51 „	$7\frac{5}{6}$ „
46 „	— „	$3\frac{1}{30}$ „
— „	39 „	$2\frac{4}{24}$ „

688) 3 Eimer $46\frac{5}{8}$ Mß. + 15 E. $47\frac{3}{5}$ Mß. + 9 E. $53\frac{7}{20}$ Mß. + 27 E. $\frac{7}{15}$ Mß. + $32\frac{11}{24}$ Mß. + 6 E. $56\frac{5}{9}$ Mß.
689) $25^0\,11'\,11\frac{2}{5}''$ Dbz. + $13^0\,9'\,7\frac{3}{12}''$ Dbz. + $14^0\,6'\,9\frac{9}{10}''$ Dbz?
690) 16 Ztr. 67 ℔. $3\frac{2}{7}$ Loth + 5 Ztr. 83 ℔. $27\frac{14}{16}$ Loth + 95 ℔. $13\frac{5}{11}$ Loth?

§. 121. Subtraction von mehrfach benannten Zahlen und Brüchen.

Regel. Man subtrahire zuerst bei den Brüchen nach §. 111, und dann bei den verschiedenen Namen n. §. 73.

a)

	fl.	kr.	hl.
	35	26	$5\frac{2}{7}$
—	2·9·	3·7·	$6·\frac{4}{7}$
Rest	5	48	$6\frac{5}{7}$

b)

	fl.	kr.	hl.	42	
	31	28	$\frac{9}{14}$	3	27
—	1·6·	5·9·	$4·\frac{20}{21}$	2	40
Rest	14	28	$3\frac{29}{42}$		$\frac{29}{42}$

Uebungsbeispiele.

691) Von 35 fl. sind abzuziehen 29 fl. 35 kr. $6\frac{5}{8}$ hl.; was ist der Rest?
692) Von 9 fl. 17 kr. $2\frac{1}{6}$ hl. sind abzuziehen 2 fl. 39 kr. $5\frac{5}{6}$ hl.?
693) Von 8 ℔ 25 Lth. $\frac{3}{13}$ Qt. sind abzuz. 3 ℔ 28 Lth. $2\frac{9}{13}$ Qt.
694) 25 fl. 31 kr. $5\frac{2}{3}$ hl. — 14 fl. 28 kr. $2\frac{1}{7}$ hl.?
695) Von $9\frac{3}{8}$ Klft. Holz wurden verbrannt $4\frac{1}{2}$ Klft.; was bleibt?
696) 148 fl. 27 kr. $4\frac{2}{5}$ hl. + 39 fl. 43 kr. $7\frac{2}{3}$ hl. + 54 kr. $5\frac{3}{8}$ hl. — 92 fl. 31 kr. $\frac{7}{15}$ hl. geben zusammen?
697) 13 fl. 14 kr. $2\frac{3}{5}$ hl. + 8 fl. 25 kr. $5\frac{5}{6}$ hl. + 26 fl. 35 kr. $4\frac{1}{2}$ hl. — 49 kr. $3\frac{2}{3}$ hl. — 1 fl. 3 kr. — 2 fl. 51 kr. $7\frac{9}{10}$ hl. betragen zusammen?

§. 122. Multiplication in mehrfach benannten Zahlen und Brüchen.

Die allgemeine Regel hiezu ist beinahe gleichlautend mit der im §. 82 angegebenen; nämlich:

1) **Man bringe das Einfache auf einen einzigen Namen** (nach §. 118), und zwar gewöhnlich auf seinen niedersten, am besten aber auf jenen, der am schnellsten (namentlich im Kopfe) zu erhalten ist; 2) **multiplicire es dann mit dem Anzeiger** (nach §. 114.), und 3) **bringe das so erhaltene Product wieder auf seine verschiedenen höhern Namen** (nach §. 60.) zurück.

1. **Beispiel.** Man multiplicire 21 fl. 37 kr. $2\frac{3}{5}$ pf. mit 15.

Ausrechnung. Die 21 fl. 37 kr. $2\frac{3}{5}$ pf. werden nach §. 59 auf ihren niedersten Namen $5190\frac{3}{5}$ pf. gebracht, u. diese sodann mit 15 multiplicirt (nach §. 114). Man erhält 77 859 pf., welche (nach §. 60) wieder auf fl. kr. 2c. zurückgeführt sind.

fl.	kr.	pf.
21	37	$2\frac{3}{5} \times 15$

$\times 60$
1297 kr.
$\times 4$
$5190\frac{3}{5}$ pf. $\times 15$

$$= \frac{25953 \times 15;3}{5} \text{ pf.}$$

= 77859 pf. = 1946|4 kr. = 324 fl. 24 kr. 3 pf.
:(4) :(6|0)
3 pf. 24 kr.

Antwort. Das gesuchte Product ist 324 fl. 24 kr. 3 pf.

2) 7 fl. 22 kr. 4 hl. $\times \frac{2}{3}$.
$7\frac{3}{8}$ fl. $\times \frac{2}{3}$
$\frac{59}{8}$ fl. $\times \frac{2}{3}$
$\frac{59}{12}$ fl. = 4 fl. 55 kr.

Rechnung. Da 22 kr. 4 hl. = $\frac{3}{8}$ fl. sind, so wurden die 7 fl. 22 kr. 4 hl. auf $7\frac{3}{8}$ fl., also auf den höchsten Namen ge=

bracht und dann mit $\frac{2}{3}$ multiplicirt (n. §. 114). Man erhält $\frac{59}{12}$ fl. d. i. 4 fl. 55 kr. (nach §. 118).

3) 5 fl. 12 kr. $2\frac{1}{3}$ pf. $\times\ 5\frac{1}{7}$.
$312\frac{7}{12}$ kr. $\times\ \frac{36}{7}$.
$\frac{3751 \times \not{36}\ 3}{\not{12} \times 7}$ kr.

$\frac{11253}{7}$ kr. $= 160|7\frac{4}{7}$ kr. $=$ 26 fl. 47 kr. $2\frac{2}{7}$ pf.
:(6 | 0)

Rechnung. Man bringt hier im Kopfe alles auf $312\frac{7}{12}$ kr. (also auf mittlern Namen) u. multiplicirt mit $5\frac{1}{7}$ n. §. 114.

Zur Uebung rechne man die folgend. Nrn. 701 bis 707 u. 714 bis 718.

§. 123. Division in mehrfach benannten Zahlen und Brüchen.

Es können auch hier wieder (siehe §. 33. II.) 1) der Dividend allein benannt, 2) Dividend und Divisor benannt seyn.

Im 1ten Falle bringe man den Dividenden auf einen einzigen seiner Namen (wie §. 122 den Multiplicanden), und dividire ihn dann nach §. 115.

Beispiel. $2\frac{1}{4}$ Ell. Tuch kosteten 21 fl. 37 kr. $2\frac{3}{5}$ pf., was 1 Ell.?

21 fl. 37 kr. $2\frac{3}{5}$ pf. : $2\frac{1}{4}$.
$5190\frac{3}{5}$ pf. : $\frac{9}{4}$.
$\frac{25953}{5}$ pf. $\times\ \frac{4}{9}$
$\frac{25953 \times 4}{5 \times 9} \overset{:3}{=} \frac{8651 \times 4}{5 \times 3}$

34604 pf. $= 2306\frac{14}{15}$ pf. $= 57|6$ kr. $=$ 9 fl.
:(15) :(4) | :(6|0)
Reste. $2\frac{14}{15}$ pf. 36 kr.

Ausrechnung. Der Dividend zählt $5190\frac{3}{5}$ pf. (sieh §. 122. Beispiel 1), und dessen Division mit $2\frac{1}{4}$ gibt (n. §. 115) den Quotienten $2306\frac{14}{15}$ pf., d. i. (n. §. 60) 9 fl. 36 kr. $2\frac{14}{15}$ pf.

Antwort. 1 Elle kostet 9 fl. 36 kr. $2\frac{14}{15}$ pf.

Zur Uebung können die folgenden Nrn. 708 bis 713 und 719 bis 724 dienen.

Im 2ten Falle werden beide, Dividend und Divisor, auf einerlei Namen gebracht und dann nach §. 115 dividirt. Hiebei wähle man jenen Namen, der am schnellsten, namentlich im Kopfe, gefunden werden kann.

Beispiel. In einer Rechnung waren 25 fl. 53 kr. $2\frac{2}{3}$ hl. für das Wichsen von Patrontaschen angesetzt, ohne jedoch ihre Anzahl auszuweisen; wie groß war diese, wenn das Wichsen einer Tasche mit 19 kr. $3\frac{1}{3}$ hl. vergütet wird?

Ausrechnung. In so viele Theile zu 19 kr. $3\frac{1}{3}$ hl. sich die 25 fl. 53 kr. $2\frac{2}{3}$ hl. theilen lassen, für eben so viele Ta-

schen ist das Wichsgeld angesetzt; es müssen daher die 25 fl. 53 kr. $2\frac{2}{3}$ hl. durch 19 kr. $3\frac{1}{3}$ hl. dividirt werden (§. 33. II.).

$$25 \text{ fl. } 53 \text{ kr. } 2\tfrac{2}{3} \text{ hl.} : 19 \text{ kr. } 3\tfrac{1}{3} \text{ hl.}$$
$$\times 60$$
$$1553\tfrac{8}{3\cdot 8} \text{ kr.} : 19\tfrac{10}{3\cdot 8} \text{ kr.}$$
$$\tfrac{4660}{3} \text{ kr.} : \tfrac{233}{12} \text{ kr.}$$
$$\frac{4660}{3} \times \frac{12}{233} = \frac{\overset{20}{\cancel{4660}} \times \overset{4}{\cancel{12}}}{\cancel{3} \times \cancel{233}} = 80$$

Man bringt hiezu alles auf einerlei Namen, hier am schnellsten auf kr. Der Dividend gibt $1553\frac{1}{3}$ kr., der Divisor $\frac{233}{12}$ kr. Die Division geschieht sodann nach §. 115 und man findet, daß die Anzahl der verrechneten Taschen 80 ist.

Uebungsbeispiele.

698) Für 154 fl. $27\frac{5}{8}$ kr. soll Tuch angekauft werden, die Elle zu 4 fl. 34 kr. 3 pf.; wie viel Ellen bekömmt man?

699) Wenn 2 ℔ 16 Loth Tabak einen Gulden kosten, was werden hievon 1 Ztr. $40\frac{3}{4}$ ℔ kosten?

700) Wenn 1 ℔ Fleisch 8 kr. 3 pf. kostet, wie viel kann man hievon für 15 fl. kaufen? (Man bringe im Kopfe alles auf kr.)

*§. 124. Kürzere Verfahrungsarten zum Multipliciren und Dividiren mehrfach benannter Zahlen mit Brüchen.

Die in den beiden vorigen §§. gegebenen allgemeinen Regeln reichen zwar für alle Fälle aus, die beim Multipliciren und Dividiren in mehrfach benannten Zahlen und Brüchen vorkommen können; meistens aber kann man auch hier, mit Anwendung der §§. 83 bis 86 und des §. 120, schneller rechnen. Der Deutlichkeit wegen sollen hiebei 4 Fälle unterschieden werden, nämlich: A) wenn der Bruch nur im Multiplicanden, B) nur im Dividenden, C) auch im Multiplicator, und endlich D) auch im Divisor vorkömmt.

A) Ist eine mehrfach benannte Zahl, die bei ihrem niedersten Namen einen Bruch hat, mit einer ganzen Zahl zu multipliciren, so multiplicire man zuerst den Bruch (nach §. 113), und dann die mehrfach benannte Zahl (nach einem der §§. 83, 84, 85 oder 86).

Beispiel.	fl.	kr.	hl.	
1.)	317	43	$5\frac{6}{7}$	× 4
	1270	54	$7\frac{3}{7}$	

Man sagt: 4mal $\frac{6}{7}$ gibt $\frac{24}{7} = 3\frac{3}{7}$ hl.; schreibt die $\frac{3}{7}$ ins Product herunter und merkt sich die ganze Zahl 3 hl., um sie zum folgenden Producte 5 hl. × 4 zu addiren. Dieses gibt 20 hl., und hiezu die gemerkten 3 hl. addirt, gibt 23 hl. = 2 kr. 7 hl. Man schreibt die 7 hl. herunter, merkt sich die 2 kr. und fährt in dieser Art ganz nach §. 84 fort.

fl. kr. pf.
2) 21 37 $2\frac{3}{5}$ $\times$ 15;
$\times$ 5
108 8 1
$\times$ 3
324 24 3

fl. kr.
3) 809 $32\frac{9}{11}$ $\times$ 73; (10 . 7 + 3)
$\times$ 10
8095 $28\frac{2}{11}$
$\times$ 7
56668 $17\frac{3}{11}$ das 70fache
2428 $38\frac{5}{11}$ „ 3 „
59096 $55\frac{8}{11}$ „ 73 „

Im 2ten Beispiele ist die Multiplication nach §. 85, und im 3ten nach §. 86 verrichtet. Die Gründe des Verfahrens sind dort und im §. 113 nachgewiesen.

Uebungsbeispiele.

701) 1 Elle Tuch kostete 6 fl. $51\frac{3}{17}$ kr; was 8 Ellen?
702) Was kosten 21 ℔? das ℔ zu 38 kr. $2\frac{5}{8}$ hl.?
703) Das Wichsen einer Patrontasche kostet 19 kr. $3\frac{1}{3}$ hl.; was 53?
704) „ „ von einem Cartouche kostet 11 kr. $1\frac{1}{3}$ hl.; w. 271?
705) 1 Ztr. Kupfer kostete 93 fl. $43\frac{5}{8}$ kr.; was kosten 50 Ztr.?
706) 809 fl. $27\frac{3}{11}$ kr. $\times$ 67? | 707) 2174 fl. $13\frac{4}{19}$ kr. $\times$ 87?

B.) Ist eine mehrfach benannte Zahl, die bei ihrem niedersten Namen einen Bruch hat, durch eine ganze Zahl zu dividiren, so fängt man (wie im §. 92) beim höchsten Namen linker Hand an. Kömmt man dann beim letzten Reste auf den Bruch, so wird dieser nach §. 115 dividirt.

Beispiele. fl. kr. hl.
1) 1270 54 $7\frac{3}{7}$: 4
317 43 $5\frac{6}{7}$

fl. kr. pf.
3) 7521 37 $2\frac{3}{5}$: 15
: 3
2507 12 $2\frac{1}{5}$
132 10
: 5
501 26 $2\frac{1}{25}$

Quot. = 6 fl. 9 kr. $1\frac{2}{5}$ hl.

2) 104 fl. 35 kr. $7\frac{4}{5}$ hl. : 17;
:(17)
102
2 fl.
$\times$ 60
155 kr.
:(17)
153
2 kr.
$\times$ 8
$23\frac{4}{5}$ hl.
:(17)
$6\frac{4}{5}$ hl.; $\frac{34}{5}$ hl. : 17 = $\frac{2}{5}$ hl.

das 1te und das 2te Beispiel sind nach §. 92; das 3te aber nach §. 116. II. gerechnet. Dem Reste des niedersten Namens ist jedesmal noch der Bruch des Dividenden angehängt, und diese verbundene Zahl durch den Divisor (nach §. 115) getheilt; so z. B. bleibt im zweiten Beispiele zuletzt der Rest 6 hl., zu diesem die $\frac{4}{5}$ Heller des Dividenden herunter geschrieben, und diese verbundene Zahl $6\frac{4}{5} = \frac{34}{5}$ durch 17 dividirt (nach §. 106. Grundſ. III.), gibt $\frac{34}{5} : 17 = \frac{2}{5}$ hl. in den Quotienten.

Dieses Verfahren gründet sich darauf, daß man den Hellerbruch als einen niedern Namen des Hellers ansehen, und daher als letztes Stück des Dividenden einzeln theilen konnte.

Uebungsbeispiele.

708) 5 Ellen Tuch kosteten 27 fl. 43$\frac{5}{9}$ kr.; was 1 Elle hievon?
709) 8 Ztr. kosteten 7523 fl. 39$\frac{13}{17}$ kr.; was 1 Ztr.?
710) 10 Schffl. Korn kosteten 92 fl. 33$\frac{1}{2}$ kr.; was 1 Schffl.?
711) 42 Ztr. Heu kosteten 108 fl. 52$\frac{3}{7}$ kr.; was 1 Ztr.?
712) 1 ℔ kostete 35 fl. 46 kr. 5$\frac{7}{8}$ hl.; was 1 Loth?
713) Was trifft jeden Tag, wenn eine Jahresbesoldung 1162 fl. 21 kr. 5$\frac{2}{3}$ hl. beträgt? (1 Jahr = 365 Tag).

C.) Ist eine mehrfach benannte Zahl mit einem Bruche zu multipliciren, so multiplicire man zuerst mit dem Zähler (nach A), und dividire sodann das Herausgebrachte durch den Nenner (nach B.).

1)

fl.	kr.	hl.	
9	26	1$\frac{2}{5}$	× $\frac{3}{4}$
			× 3
28	18	4$\frac{1}{5}$	
			: 4
7	4	5$\frac{1}{20}$	

2)

fl.	kr.	hl.	
18	5	6	× 4$\frac{2}{3}$, d. i. $\frac{14}{3}$
			× 7
126	40	2	
			× 2
253	20	4	
			: 3
84	26	6$\frac{2}{3}$	

Erläuterungen. Im 1ten Beispiele ist zuerst mit 3 (wie bei A.) multiplicirt, und sodann das Herausgekommene durch 4 dividirt (wie bei B.). Man hätte aber auch zuerst die 9 fl. 16 kr. 1$\frac{2}{5}$ hl. durch 4 dividiren, und das hiedurch erhaltene Viertel 3mal nehmen können. Beides gründet sich darauf, daß eine Zahl mit $\frac{3}{4}$ multipliciren, nichts anderes bedeutet, als ein Viertel der Zahl 3mal, oder vom 3fachen der Zahl das Viertel nehmen.

Im zweiten Beispiele wurde der Anzeiger 4$\frac{2}{3}$ in den unächten Bruch $\frac{14}{3}$ verwandelt; hierauf zuerst mit seinem Zähler 14 = 7 × 2 (nach §. 85) multiplicirt, und das erhaltene Product 253 fl. 20 kr. 4 hl. durch 3 dividirt. Man hätte jedoch auch mit zerstücktem Anzeiger multipliciren können, nämlich zuerst mit dem Bruche ($\frac{2}{3}$) u. dann mit den (4) Ganzen.

3) Wenn der Anzeiger (z. B. 37$\frac{13}{16}$) einen Bruch ($\frac{13}{16}$) enthält, dessen Nenner in Factoren zerlegbar ist, so zerstückt man diesen Bruch ($\frac{13}{16}$) in solche kleinere ($\frac{8}{16}+\frac{4}{16}+\frac{1}{16}$), die sich mit ihrem Zähler heben lassen ($\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{16}$). Die Zähler der Stücke werden hiedurch 1, und die Rechnung daher vereinfacht. Demgemäß ist hierneben der Anzeiger 37$\frac{13}{16}$ zerstückt in 30 + 7 + $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{4}$ + $\frac{1}{16}$, was zu-

fl.	kr.	pf.	
481	22	3	× 37$\frac{13}{16}$
			× 10
4813	47	2	
			× 3
14441	22	2	das 30fache
3369	39	1	„ 7 „
240	41	1$\frac{1}{2}$	die Hälfte.
120	20	2$\frac{3}{4}$	das 4tel.
30	5	$\frac{11}{16}$	„ 16tel
18202	8	3$\frac{15}{16}$	

sammen $= 37\frac{13}{16}$ ist. Nun ist zuerst das 30fache, dann das 7fache gesucht (nach §. 86); hierauf die Hälfte, indem die oberste Zeile mit 2 dividirt wird (nach B.); ferner das 4tel durch Division der Hälfte (240 fl. 41 kr. $1\frac{1}{2}$pf.) durch 2 (indem $\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{4}$), und endlich ist das 16tel gesucht, durch Division des Viertels (120 fl. 20 kr. $2\frac{3}{4}$ pf.) durch 4. Sodann sind die einzelnen Producte addirt, und ihre Summe 18202 fl. 8 kr. $3\frac{15}{16}$ pf. ist das gesuchte $37\frac{13}{16}$fache von 481 fl. 22 kr. 3 pf. (Die Theilungen u. Zusammenzählungen sind ohne Nebenrechnung gemacht, und es ist diese Art selbst bei kleinern Brüchen, z. B. $\frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ u. dgl. anwendbar.)

Uebungsbeispiele.

714) Wenn ein ℔ verarbeitetes Kupfer 1 fl. 14 kr. 5 hl. kostet, was dann ein Gefäß, das $\frac{5}{9}$ ℔ wiegt?

715) 1 ℔ kostete 27 fl. $46\frac{2}{5}$ kr.; was 6 ℔ 25 Loth d. i. $6\frac{25}{32}$ ℔?

716) 1 ℔ kostete 52 kr. $6\frac{3}{7}$ hl.; was kosten hievon 11 Loth?

717) 1 ℔ kostete 35 fl. $51\frac{17}{19}$ kr.; was kosten hievon 67 ℔ 23 Lth.?

718) 1 Fuß Bauholz soll 1 fl. 3 kr. 4 hl. kosten, was 19′ 7″ Odz.?

D.) Ist eine mehrfach benannte Zahl durch einen Bruch zu dividiren, so kehre man diesen um (nach §. 115.), und multiplicire damit den Dividenden nach C. Ist der Divisor eine gemischte Zahl, so bringe man diese auf einen unächten Bruch und verfahre dann eben so.

1) Man dividire 87 fl. 13 kr. $2\frac{3}{4}$ pf. durch $\frac{5}{7}$.

fl.	kr.	pf.	
87	13	$2\frac{3}{4}$	das 1fache
17	26	$2\frac{19}{20}$	das 5tel
17	26	$2\frac{19}{20}$	das 5tel
122	7	$-\frac{13}{20}\|\|\frac{53}{20} = 2\frac{13}{20}$	

Man kehrt $\frac{5}{7}$ um, und multiplicirt mit $\frac{7}{5}$. Dieß ist aber zerstückbar in $1 + \frac{2}{5}$ oder in $1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$. Man dividirt daher den Dividenden 87 fl. 13 kr. ꝛc. mit 5, schreibt das erhaltene 5tel unter das 1fache 2mal an, und addirt die 3 unter einander stehenden Zeilen. Man hätte jedoch auch gerade so wie im 1ten Beispiele bei C. verfahren können.

2) Man dividire 124 fl. 36 kr. 3 hl. durch $3\frac{11}{15}$.

fl.	kr.	hl.	
124	36	3	
			× 5
623	1	7	
			× 3
1869	5	5	
			: 8
233	38 (305)	$1\frac{5}{8}$	
			: 7
33	22 (158)	$4\frac{45}{56}$	

Erläuterung.

Der Divisor $3\frac{11}{15}$ eingerichtet, gibt $\frac{56}{15}$; dieser wird umgekehrt; man erhält $\frac{15}{56} = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7}$, und multiplicirt damit wie bei C.

Uebungsbeispiele.

719) 3 fl. 41 kr. 3 pf. : $\frac{17}{36}$?

720) 15 fl. $17\frac{3}{11}$ kr. : $\frac{13}{32}$?

721) 17 Ztr. $31\frac{1}{8}$ ℔ : $\frac{1}{39}$?

722) 40 ℔ $3\frac{1}{12}$ Lth. : $4\frac{20}{21}$?

723) 5 Schffl. $3\frac{1}{5}$ Metz. : $31\frac{7}{12}$?

724) 319 Eim. 25 Mß. : $\frac{15}{16}$?

Anmerkung. Im zweiten Falle der Division (§. 123), wenn nämlich Dividend und Divisor benannte Zahlen sind, kann man nicht einfacher, als bereits im §. 123 angegeben ist, verfahren.

§. 125. Practische Aufgaben, in welchen Brüche gegeben sind.

Kommen in den Angaben einer Aufgabe Brüche vor, so denke man sich entweder 1.) an deren Stelle beliebige ganze Zahlen, überlege welche Rechnungsart mit diesen anzuwenden wäre (n. §. 45), und verrichte sogleich die nämliche Rechnungsart mit den gegebenen Brüchen; oder 2.) man suche unmittelbar aus der Bedeutung des Bruches (§. 102) die nöthige Rechnungsart zu erkennen.

Ersteres ist leichter, letzteres übt mehr im Denken.

1. **Beispiel.** Wenn 1 ℔ Pulver 36 kr. kostet; was kosten hievon $\frac{3}{4}$ ℔?

Rechnung: 1te Art.

36 kr. $\times \frac{3}{4}$

$= \frac{36 \cdot 3}{4}$ kr.

$= 27$ kr.

Erläuterung. An die Stelle von $\frac{3}{4}$ ℔ denke man sich eine beliebige ganze Zahl, z. B. 3 ℔, und sage: wenn 1 ℔ 36 kr. kostet, so kosten 3 ℔ auch 3mal so viel (§. 46. Zus. 1.); man muß daher 36 kr. mit 3 multipliciren; verrichtet aber anstatt mit 3 sogleich die Multiplication mit dem gegebenen Bruch $\frac{3}{4}$. Man findet, daß $\frac{3}{4}$ ℔ kosten 27 kr.

Oder Rechnung nach der 2ten Art

$\frac{3}{4}$ ℔ ist „$\frac{1}{4}$ ℔ 3mal genommen" (n. 102).

Nach Angabe kostet 1 ℔ 36 kr.

daher $\frac{1}{4}$ ℔ nur $\frac{36}{4}$ kr. $= 9$ kr., d. i. nur den 4t. Theil,

und $\frac{3}{4}$ ℔ kost. 3×9 kr. $= 27$ kr., d. i. 3mal mehr als $\frac{1}{4}$ ℔.

2. **Beispiel.** $\frac{2}{3}$ Ellen Tuch wurden um $4\frac{5}{8}$ fl. gekauft; was würde die Elle von diesem Tuche kosten?

Rechnung: 1te Art.

$4\frac{5}{8}$ fl. $: \frac{2}{3}$

$= \frac{37}{8}$ fl. $\times \frac{3}{2}$

$= \frac{111}{16}$ fl.

$= 6\frac{15}{16}$ fl.

$= 6$ fl. 56 kr. 1 pf.

Erläuterung. Wären 2 Ellen gekauft worden, so würde 1 Elle weniger (und zwar nur die Hälfte) gekostet haben. Man muß daher den Preis (4 fl.) durch die Anzahl der Ellen (2) dividiren; nimmt jedoch diese Rechnungsart sogleich mit den gegebenen Brüchen vor, und findet: 1 Elle kostet 6 fl. 56 kr. 1 pf.

Oder nach der 2ten Art.

2 Drittel Ellen kosten $\frac{37}{8}$ fl. nach Angabe;

daher 1 „ „ nur die Hälfte, d. i. $\frac{37}{8}$ fl. $: 2 = \frac{37}{16}$ fl. (§. 115.)

u. folgl. 3 Drittel Ell. (d. i. 1 Elle) $3 \times \frac{37}{16}$ fl. $= \frac{111}{16}$ fl. u. s. f.

Uebungsbeispiele.

725) Wie vielmal ist die Muskete schwerer als ihre Kugel? wenn erstere $8\frac{1}{2}$ ℔ wiegt, und letztere 1 Loth $2\frac{12}{25}$ Quint.

726) Der wie vielste Theil des Gewichtes dieser Kugel ist die zugehörige Ladung von $\frac{8}{16}$ Loth Pulver?

727) Ein Rest rothes Tuch, die Elle zu 14 fl. 32 kr. hält noch $\frac{7}{8}$ Ellen; was kosten $\frac{2}{3}$ dieses Restes?

Achter Abschnitt.

Das Auffinden des Werthes irgend einer Mehrheit aus dem bekannten Werthe der gleichnamigen Einheit oder einer andern Mehrheit.

§. **126. A.** Aus dem bekannten Werthe der Einheit den Werth jeder gleichnamigen Mehrheit zu finden. (§. 46 Zus. 1.)

Regel. Man prüfe ob der gesuchte Werth der Mehrheit entweder:

I) **mehr** seyn müsse, als der bekannte Werth der Einheit, und **multiplicire** (sobald man dieß erkannt hat) den gegebenen Werth der Einheit mit der gegebenen Mehrheitszahl; oder ob

II) der gesuchte Werth der Mehrheit umgekehrt **weniger** seyn müsse, als der bekannte Werth der Einheit, und **dividire** (sobald man dieß erkannt hat) den gegebenen Werth der Einheit durch die gegebene Mehrheitszahl.

1tes Beispiel (zu I).

Wenn für ein Pferd der Wintervorrath 5 Schäffel Hafer betragen soll, wie viel muß er für 96 Pferde seyn?

Rechnung. Für 1 Pferd 5 Schffl.
„ 96 „ 96×5 Schffl.
Antw. 96 Pferde brauchen 480 Schffl.

Erläuterung und mündliche Rechnung. Für 96 d. i. für mehr Pferde, braucht man auch 96mal mehr Vorrath; man muß daher (5 Schffl. mit 36) multipliciren und erhält 480 Schffl.

2tes Beispiel (zu II).

Wenn ein Pferd 336 Tage mit einem Fourage-Vorrath reichen kann, wie lange könnten 16 Pferde damit reichen.

		Erläuterung u. mündl. Rechnung.
Rechnung.	1 Pferd reicht 336 Tag.	16, oder allgemein mehr, Pferde reichen mit einerlei Vorrath 16mal weniger Tage als 1 Pferd; man muß daher (336 durch 16) dividiren.
	16 „ reichen $\frac{336}{16}$ „	
Antwort.	„ „ „ = 21 „	

Anmerkung 1.) Bei der Prüfung zur Erkennung der nöthigen Rechnungsart (im Allgemeinen und bei den Aufgaben dieses und der folgenden §§.) können den Rechner nur gesunde Vernunft und Aufmerksamkeit leiten; Fertigkeit in diesem einfachen Denkgeschäfte, das die Grundlage aller Anwendung der Arithmetik aufs Leben ist, wird durch Uebung erworben.

3tes Beispiel. (Zu I.)

Wenn ein Mann 297 K′. Erde aushebt, wie viel 125 Mann in der nämlichen Zeit?

Rechnung.	1 Mann ... 297 K′.	Denn 125 Mann arbeiten 125mal mehr als 1 Mann. (n. §. 43. IV. multiplicirt.)
	125 Mann (mehr) 125 . 297 K′.	
	= 37125 K′.	

4tes Beispiel. (Zu II.)

Wie lange werden 5 Arbeiter zum Bau einer Mauer brauchen, die ein Arbeiter in 36 Tagen vollenden könnte?

Rechnung.	1 Arb. in 36 Tag	denn 5 (d. i. mehr) Arbeiter brauchen 5mal weniger Zeit als 1 Arbeiter.
	5 „ in (weniger) $\frac{36}{5}$ Tag;	
	= $7\frac{1}{5}$ Tag	

Zusatz I. Wenn in den gegebenen Zahlen Brüche sind, so verfahre man nach einer der beiden im §. 125 angegebenen Arten.

Zusatz II. Ist die Vielheit, deren Werth gesucht ist, eine mehrfach benannte Zahl, so bringe man diese vor allem auf den Namen jener Einheit, deren Werth gegeben ist. (§. 87.) z. B.

5tes Beispiel.

Wenn 1 ℔. Blei 12 kr. kostet, was kosten 3 Ztr. 7 ℔. 16 Lth.?

		Erläuterung und mündliche Rechnung.
Rechnung.	1 ℔. kostet 12 kr.	Mehr ℔. kosten mehr; man muß daher multipliciren den Werth von 1 ℔. mit deren Anzahl
	$307\frac{1}{2}$ ℔. „ $307\frac{1}{2}$. 12 kr.	
	d. i. 61 fl. 30 kr.	

und bringt hiezu die Mehrheit 3 Ztr. 7 ℔. 16 Loth auf den Namen Pfund. Man erhält $307\frac{1}{2}$ ℔, und als Werth derselben $307\frac{1}{2} \times 12$ kr., was (n. §. 62 multiplicirt) 61 fl. 30 kr. gibt.

Anmerkung 2.) Wäre im obigen Beispiele der Werth von 1 Lth. oder von 1 Ztr. bekannt gewesen, so hätte man die Mehrheit (3 Ztr. 7 ℔ 16 Lth.) im ersten Fall auf Lth., im letztern auf Ztr. gebracht, u. dann erst mit der so erhaltenen Zahl den Werth der Einheit multipli-

cirt. Mit dem Werth der Einheit aber, wenn er mehrfach benannt ist, kann man rechnen, ohne ihn auf einerlei Namen zu bringen. Z. B.

6tes Beispiel.

1 Schäffel Getreide kostete 14 fl. 19 kr.; was hievon 5 Schäffel 3 Metzen?

Rechnung. 1 Schffl. kost. 14 fl. 19 kr.
$5\frac{1}{2}$ " " 14 fl. 19 kr. $\times 5\frac{1}{2}$
71 fl. 35 kr. d. 5fache
7 fl. $9\frac{1}{2}$ kr. d. Hälfte.

Antw. $5\frac{1}{2}$ Schffl. kost. 78 fl. 44 kr. 2 pf.

Erläuterung. Mehr Schffl. kosten mehr; man muß daher multipliciren. 5 Schfl. 3 Mtz. sind $5\frac{3}{6}$ Sch. d. i. $5\frac{1}{2}$ Sch., mit denen n. §. 124 C. der Werth von 1 Schfl. multiplicirt ist.

Zusatz III. Außer dem unmittelbaren Schließen von dem Werthe der Einheit auf jenen der gleichnamigen Mehrheit sind bei vielen practischen Aufgaben auch noch Vorbereitungs- oder Endrechnungen (z. B. durch Addition oder Subtraction) vorzunehmen. Der §. 46 und 47 gibt die Anleitung hiezu. Hieher gehört auch das folgende

7tes Beispiel.

Ein Bote wird Morgens 10 Uhr 49 Min. von M. nach dem $3\frac{2}{5}$ Meilen entfernten N. abgesendet; um wie viel Uhr muß er in N. ankommen, wenn er die Meile in 1 Stunde 15 Minuten gehen kann?

Rechnung. Ohne anfänglich die nach der Uhr gegebene Tageszeit zu berücksichtigen, rechnet man (nach Regel A.) die zum Marsche nöthige Zeit:

		St.	Min.
1 Meile in $1\frac{15}{60}$ Stund ($= 1\frac{1}{4}$ St.)	St.		
$3\frac{2}{5}$ " " $3\frac{2}{5} \times 1\frac{1}{4}$ St. $= \frac{17 \cdot 5}{5 \cdot 4}$	$= 4\frac{1}{4}$	$= 4$	15
Die zum Marsche nöthige Zeit ist demnach		4	15
Die beim Abgange nach der Uhr angegebene Tagszeit .		10	49
Addirt man beide Zeiten, so ist die Tagszeit der Ankunft		15	4

d. i. (n. §. 56.) um 3 Uhr 4 Minuten Nachmittags.

Zusatz IV. Practische Aufgaben enthalten auch zuweilen Zahlen, die auf das Rechnungs-Resultat gar keinen Einfluß haben. Diese müssen daher begreiflicherweise auch gar nicht in die Rechnung gezogen werden.

Z. B. Wenn 1 Mann in 5 Tag 4 Stunden, den Tag zu 12 Arbeitsstunden, 4000 Patronen anfertigen konnte, von denen jede mit $\frac{1}{2}$ Loth Pulver und einer Kugel gefüllt ist, deren $20\frac{1}{2}$ auf's Pfund gehen, wie viel solche Patronen können dann 6 Mann in der nämlichen Zeit anfertigen?

Rechnung. 1 Mann 4000
6 „ 24000

Erläuterung. Die 6 Arbeiter füllen Patronen der nämlichen Art und in der nämlichen Zeit wie der eine Arbeiter; es haben daher die Zahlen, welche hier die Arbeitszeit und die Größe der Patronen angeben, keinen Einfluß auf die gesuchte Größe der Arbeit, und werden folglich ganz aus der Rechnung weggelassen.

Anmerkung 3.) Jene, die nur erst bei wenigen Gegenständen über die Abhängigkeit des Werthes der Mehrheit von dem der Einheit nachgedacht haben, irren sich häufig in der Beurtheilung, „ob der Mehrheit ein größerer oder ob ihr ein kleinerer Werth entspreche als der Einheit“. Indem sie dabei gewöhnlich ihre bei Kauf und Verkauf gemachten Erfahrungen benützen, wo mit der Menge auch der Werth wächst, so wollen sie diese gerade Beziehung, ohne weiteres Nachdenken auch bei andern Vorkommnissen anwenden, wenn auch diese ihrem Wesen nach in umgekehrter Beziehung stehen. Zur Uebung und Schärfung der Beurtheilung, ob mit dem Werth der Einheit, jener der Mehrheit in gerader oder in umgekehrter Beziehung stehe, sind hierfolgend Dinge aufgezählt, I.) bei welchen die gerade, und II.) solche, bei denen die umgekehrte Beziehung Statt hat.

I.) Gegenstände, bei welchen der Werth der Mehrheit mit dem der Einheit in gerader Beziehung steht.

1) Waaren und deren Werth oder Kaufspreis; denn 2mal (oder 3mal ꝛc.) so viel Waare kostet auch 2mal (oder 3mal ꝛc.) so viel.

2) Geld und Waare; nämlich für 2mal (3mal ꝛc.) so viel Geld, erhält man auch 2mal (3mal ꝛc.) so viel Waare.

3) Arbeitszeit und Lohn der Arbeit, nämlich 2-, 3-, 4-fache Arbeitszeit, bedingt 2-, 3-, 4-fachen Arbeitslohn.

4) Menge der Arbeit und Lohn; nämlich ꝛc. ꝛc.

5) Menge der Arbeiter und Lohn, so wie auch Leistung; nämlich ꝛc. ꝛc.

6) Pacht- oder Miethzeit und Pachtgeld oder Miethe; nämlich ꝛc. ꝛc.

7) Geschwindigkeit und zurückgelegter Weg; nämlich wer 2-, 3-, 4mal so schnell geht, kömmt 2-, 3-, 4mal so weit.

8) Zeitdauer der Bewegung und zurückgelegter Weg; nämlich 2-, 3mal so lange Bewegung; 2-, 3facher Weg.

9) Größe der Kraft und Wirkung derselben; nämlich 2fache, 3fache Kraft, auch 2fache, 3fache Leistung.

10) Größe eines Vorraths und Verbrauchszeit; nämlich doppelter, dreifacher Vorrath, reicht doppelt, 3mal so lang.

11) Menge der Verzehrenden und nöthiger Vorrath; nämlich 4mal so viel Verzehrende brauchen einen 4mal so großen Vorrath.

12) Getreidpreise und Werth des Brodes; nämlich doppelter, 3facher Getreidpreis, doppelter, 3facher Preis des Brodes u. dgl. mehr.

II.) Gegenstände von umgekehrter Beziehung.

1) Anzahl der Arbeiter und Arbeitszeit; nämlich 2mal, 3mal ꝛc. so viel Arbeiter brauchen zur nämlichen Arbeit, nur die Hälfte, den 3ten Theil der Arbeitszeit.

2) Die Anzahl der an einem Vorrath Zehrenden, und die Zeitdauer; nämlich 2mal so viel Verzehrende, reichen nur halb so lange.

3) Getreidpreise und Gewicht des Brodes; nämlich bei 3mal ꝛc. so theuerm Getreide wiegt Brod, von immer gleichem Preise, 3mal weniger.

4) Breite eines Zeuges und nöthige Länge; nämlich von 2mal so breitem Zeuge, braucht man nur die halbe Länge.

5) Geschwindigkeit und nöthige Zeit; nämlich bei 3mal so großer Geschwindigkeit, nur den 3ten Theil der Zeit um gleichen Weg zurückzulegen.

6) Größe eines vermietheten Gegenstandes, und Zeit um gleiches Miethgeld zu erhalten; nämlich doppelt so viel geliehenes Geld, nur halb so viel Zeit, um den nämlichen Zins.

7) Anzahl der Theile und Größe der Theile; nämlich 2=, 3mal ꝛc. so viel Theile, 2=, 3mal ꝛc. kleinere Theile;

8) daher auch Anzahl der Erben, und Größe der Erbtheile; Größe des Nenners und Werth des Bruches, u. dgl. m.

Um aber Fertigkeit in dieser Beurtheilung zu erlangen, müssen sich Ungeübte aus dem Vorstehenden viele Fragen der folgenden Art stellen, und beantworten:

a) Muß man für 2mal (oder 3mal ꝛc.) so viel Waare auch 2mal (oder 3mal ꝛc.) so viel bezahlen? oder nur halb so viel?

b) Braucht man mit der doppelten Anzahl Arbeiter auch 2mal so viel Zeit? oder nur die Hälfte der Zeit?

c) Muß man einem Arbeiter für die 2fache (3=, 4fache) Arbeitszeit auch den 2fachen (3=, 4fachen) Lohn geben? oder nur die Hälfte (das 3tel, das 4tel) des Lohnes?

d) Wenn der Weizen 2mal so theuer ist, muß das Kreuzer=Brod 2mal so schwer wiegen? oder nur halb so viel? u. dgl. m.

Uebungsbeispiele zu A.

728) Wenn der Werth oder Preis von einem Pfunde (oder 1 Metzen, oder 1 Elle u. s. w.) einer Waare bekannt ist, wie findet man den Preis jeder andern Anzahl Pfunde (od. Metzen, oder Ellen ꝛc.), sie mögen nun durch Ganze, oder durch Brüche oder gemischte Zahlen angegeben seyn? z. B.

a) 1 ℔ Oel kostete $21\frac{1}{2}$ kr.; was werden 16 ℔ kosten?
b) 1 ℔ Wolle „ 1 fl. 8 kr.; „ „ $5\frac{3}{8}$ ℔ „ ?
c) 1 ℔ Brod „ 2 kr. 3 hl.; „ „ $\frac{7}{16}$ ℔ „ ?

729) Wenn wieder der Preis von 1 Pfund (1 Metz. u. s. w.) bekannt ist, wie findet man dann den Preis einer beliebigen Anzahl von Zentnern und Pfunden (Metzen und Viertel ꝛc.) oder von Zentnern allein, oder von Pfund und Loth, oder von Loth allein? z. B.

a) 1 ℔ Pulver kostete $32\frac{2}{3}$ kr.; was kosten 2 Ztr. $7\frac{1}{3}$ ℔?
b) was 5 Ztr.? ‖ c) was 3 ℔ 19 Lth.? ‖ d) was 26 Lth.?
e) 1 Metzen Gerste kostete 1 fl. 41 kr.; was 5 Metz. 1 Vrtl.?
f) 1 preuß. Thaler gilt 1 fl. 45 kr., was gelten 5 pr. Thlr.?
g) was 5 pr. Thlr. 13 Groschen (1 pr. Thlr. zu 30 Grosch.)?
h) Was gelten 17 preuß. Groschen nach unserm Gelde?

730) 1 Mann vollendete eine Arbeit in 45 Arbeits=Stunden; wie lange werden zu einer gleich großen Arbeit 3 Mann brauchen?

731) Wie lange reichen 405 Mann mit einem Vorrath Lebens-Mittel, mit dem 1 Mann 3 Jahr (zu 365 Tag) und 20 Tag reichen könnte?

732) Wie viel Patronen können 24 Mann in der Zeit anfertigen, in der 1 Mann $666\frac{2}{3}$ von diesen Patronen vollendet?

733) Wie lange brauchen 24 Manu zum Gießen einer bestimmten Anzahl Kugeln, zu der 1 Mann 5 Tag $7\frac{1}{2}$ Stunden brauchen würde? Der Tag zu 10 Arbeits-Stunden gerechnet.

734) Zum Futter eines Mantels wurden $13\frac{1}{8}$ Ellen Zeug zu 1 Elle breit verwendet; wie viel Ellen sind hiezu nöthig, wenn der Futterzeug a) 3 Ellen breit, b) $\frac{3}{4}$ Ellen, oder c) $2\frac{3}{16}$ Ellen breit ist?

735) Wenn man für einen entliehenen Gulden dem Darleiher jährlich a) 3 kr., oder b) 2 kr. $\frac{4}{5}$ hl., oder c) 2 kr. $3\frac{1}{5}$ hl. oder d) 5 kr. Zins (d. i. eine Entschädigung für die Benützung fremden Eigenthums) bezahlen muß, wie viel dann jährlich I) für 100 fl.? II) für 251 fl.? III) für 7836 fl. 30 kr.? IV) für 12 fl. 7 kr.?

B. Das Auffinden des Werthes irgend einer Einheit aus dem bekannten Werthe der gleichnamigen Mehrheit. (§. 46. Zus. 2.)

Regel. Man prüfe, ob der gesuchte Werth der Einheit entweder:

I) **weniger** seyn müsse als der Werth der Mehrheit, und **dividire** (sobald man dieß erkannte) den gegebenen Werth der Mehrheit durch die gegebene Mehrheits-Zahl (Siehe unten 1tes Beispiel.) Oder ob

II) umgekehrt, der gesuchte Werth der Einheit **mehr** seyn müsse, als der gegebene Werth der Mehrheit, und **multiplicire** (sobald man dieß erkannt hat) den gegebenen Werth der Mehrheit mit der gegebenen Mehrheits-Zahl. (Siehe 2tes Beispiel.)

1tes Beispiel. (Zu I.)

Wenn der Vorrath für 147 Pferde 735 Schäffel Hafer beträgt; was trifft hievon auf 1 Pferd?

Rechnung. Für 147 Pferde 735 Schffl.
" 1 " $\frac{735}{147}$ "
$= 5$ Schffl.

Antw. Auf 1 Pferd treffen 5 Schffl.

Erläuterung und mündliche Rechnung. Auf 1 Pferd trifft weniger Futter als auf 147 Pferde; man muß daher (die 735 Schffl.) dividiren (durch 147), und erhält 5 Schffl.

2tes Beispiel. (Zu II.)

In einem Magazine befand sich Fourage für 7 Pferde auf 48 Tage; wie lange kann ein Pferd mit diesem Vorrath reichen?

Rechnung. 7 Pferde reichen 48 Tag;
1 „ reicht 7×48 Tag d. i.
Antwort. 1 „ „ 336 Tag.

Erläuterung und mündliche Rechnung. 1 Pferd reicht 7mal länger als 7 Pferd, man muß daher (die 48 Tage mit 7) multipliciren.

Anmerkung 1. Der Ueberblick ist erleichtert, wenn die Angaben so in eine Zeile angesetzt werden, daß jene Zahl links voran steht, deren Einheits-Werth zu finden ist. Z. B. In 12 Tagen wurden 8 Morgen Feld angebaut. 1) Wie viel Morgen treffen auf 1 Tag? 2) Wie viel Tage sind zu 1 Morgen nöthig?

Rechnung zu 1).
Ansatz. In 12 Tag ... 8 Morg.
Rechn. „ 1 „ $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ „
wobei im Ansatz die 12 Tag voran gesetzt sind, weil von 1 Tag die Arbeit zu finden ist.

Rechnung zu 2).
Ansatz. Zu 8 Morgen ... 12 Tag.
Rechn. „ 1 Morg. $\frac{12}{8}$ T. $= 1\frac{1}{2}$ „
wobei im Ansatz die 8 Morgen voranstehen, da man die zu 1 Morgen nöthige Zeit finden soll.

3tes Beispiel. (Zu I.)

Ein Graben von 3564 K'. ist von 12 Mann auszuheben, wie viel K'. treffen hievon auf jeden einzelnen Mann?

Ansatz. 12 Mann ... 3564 K'.
Rechnung. 1 „ ... $\frac{3564}{12}$ K'. = 297 K'.

Erläuterung wie beim 1ten Beispiele.

4tes Beispiel. (Zu II.)

In 3 Tagen führten 12 Arbeiter eine Mauer auf. Wie lange wird ein Arbeiter zu einer gleich großen Mauer brauchen?

Ansatz. 12 Mann brauchen 3 Tag;
Rechnung. 1 „ (mehr) 12 . 3 Tag = 36 Tag.

Erläuterung wie beim 2ten Beispiele.

Zusatz. Wenn die Angaben Brüche oder mehrfach benannte Zahlen enthalten, so verfahre man wie §. 126 A. Zus. I., II. und Anmerkung 2; z. B.

5) Eine bleierne Röhre, im Gewichte von 3 Ztr. 7 ℔ 16 Loth kostete 61 fl. 30 kr., was kostet das Pfund hievon?

Ansatz. 3 Ztr. 7 ℔ 16 Lth. kosten 61 fl. 30 kr.
×100 :32

Rechnung. $307\frac{1}{2}$ ℔ ....„... 61 fl. 30 kr.
1 „ .... (kostet weniger) .... 61 „ 30 : $307\frac{1}{2}$
×60
3690 kr. × $\frac{2}{615}$
×2
7380 kr. = 12 kr.
:(615)
1230
0.

Antwort. 1 ℔ kostet 12 kr.

Erläuterung und mündliche Rechnung. Die 3 Ztr. 7 ℔. 16 Lth. sind links voran gesetzt (sieh Anmerk. 1.) und auf Pfund gebracht, da man den Werth von 1 Pfund finden soll; hierauf aber ist gerechnet nach B. Regel I.

Anmerkung 2. Das vorstehende Beispiel und das 5te bei A. zeigen, daß sich die Rechnung nach Regel A. und B. gegenseitig zur Probe dienen können.

Anmerkung 3. Die Zusätze III. und IV. §. 126 A. sind auch hier und in den folgenden §§. anwendbar.

Anmerkung 4. Man stelle hier (wie in A. Anmerkung 3.) bei verschiedenen Gegenständen die Beurtheilung an, zwischen dem gesuchten Werthe der Einheit und dem bekannten Werthe der Mehrheit, z. B.:

I. 1.) Halb so viel Waare kostet auch halb so viel u. s. f.

II. 1.) Die Hälfte (des 3tel, 4tel ꝛc.) der Arbeiter braucht doppelte, (3=, 4fache Zeit) u. s. f.

Sodann auch Fragen wie in jener Anmerkung, nämlich:

c) Muß man einem Arbeiter für die Hälfte (das 3tel, 4tel ꝛc.) der Arbeitszeit auch die Hälfte (das 3tel, 4tel) des Lohnes geben? oder das Doppelte (3fache, 4fache ꝛc.) des Lohnes?

d) Wenn der Weizen 2mal (3mal ꝛc.) weniger kostet, muß das Kreuzer=Brod 2mal (oder 3mal ꝛc.) weniger wiegen? oder 2mal (3mal ꝛc.) mehr? u. dgl. m.

Uebungsbeispiele zu B.

736) Wenn man von einer Waare eine bestimmte Anzahl ℔. (oder Ellen u. s. w.) für ein gewisses Geld bekömmt, und man nun ausrechnen will, wie viel 1 ℔. (1 Elle u. s. w.) kostet, wie muß man rechnen? Z. B.

a.) 16 ℔. Wildpret kosteten $2\frac{4}{15}$ fl., was kostet 1 ℔.?

b.) Ein Stück Leinwand von $33\frac{3}{4}$ Ellen kostete 13 fl. 46 kr. 7 hl.; was kostet 1 Elle von diesem Stücke?

c.) $\frac{7}{8}$ Eimer Wein kosteten 15 fl. $1\frac{1}{4}$ kr., was 1 Eimer?

737) Wenn aber das Gekaufte in Zentnern besteht? (oder in Zntrn. und Pfunden? oder in Lothen? oder in Lothen und ℔.? oder in Ztr., Lth. u. ℔.?) wie rechnet man dann den Preis von 1 ℔. aus? z. B.

a.) $\frac{5}{6}$ Ztr. Leder kosteten $129\frac{1}{2}$ fl.; was 1 ℔.?

b.) 1 Ztr. $2\frac{1}{2}$ ℔. Messing kosteten $115\frac{3}{8}$ fl.; was 1 ℔.?

c.) 7 Lth. Seide kosteten 3 fl. $22\frac{1}{2}$ kr.; was 1 ℔.?

d.) 3 ℔. 12 Lth. Tabak kosteten $5\frac{3}{8}$ fl.; was 1 ℔.?

e.) Eine Bildsäule von Erz im Gewichte zu 2 Ztr. 13 ℔. 20 Lth. kostete 509 fl. 36 kr.; was per ℔.?

738) Zum Anbau eines Gartens brauchten 5 Mann 9 Stunden. Wie lange würde 1 Mann hiezu brauchen?

739) Wie lange könnte 1 Mann mit einem Vorrath von Lebensmittel ausreichen, der 9 Tage lang für 135 Mann reicht?

740) 15 Arbeiter können in 10 Stunden 10 000 Infanterie-Patronen anfertigen und verpacken; wie viel Patronen treffen demnach einen Arbeiter für die nämliche Arbeitszeit?

741) 5 Mann brauchten zur Herstellung einer gewissen Anzahl Spitzgeschosse $11\frac{1}{2}$ Stund; wie viele Tage (zu 10 Arbeitsstunden) und Stunden wird 1 Mann zur gleichen Anzahl Geschosse brauchen?

742) Ein Mantel wurde mit $6\frac{9}{16}$ Ellen Zeug von 2 Ellen Breite gefüttert; wie viel Ellen Futterzeug von 1 Elle Breite würde man brauchen?

743) Wenn man für 100 entlehnte Gulden dem Darleiher jährlich bezahlen muß einen Zins a) von 5 fl., oder b) von 3 fl. 30 kr., oder c) von 4 fl., oder d) von 8 fl. 20 kr., wie viel dann jährlich für 1 fl.?

Vermischte Uebungsbeispiele zu A. und B.

744) $6\frac{2}{3}$ Schäffel Hafer kosteten $43\frac{3}{4}$ fl.; was 1 Metzen?

745) 1 Metzen Gerste kostete 1 fl. 36 kr.; was $3\frac{1}{2}$ Schffl.?

746) 1 Loth Oel zu $\frac{5}{6}$ kr.; was kosten $\frac{3}{4}$ Ztr.?

747) 1 Elle Tuch zu 4 fl. 18 kr.; was kosten $4\frac{2}{3}$ Ellen?

748) $16\frac{1}{4}$ Elle Leinwand kosteten 7 fl. 40 kr.; was 1 Elle?

749) 1 Elle zu $15\frac{1}{2}$ kr.; was das Stück zu $30\frac{2}{3}$ Ellen?

750) 1 Loth Tabak kostete $3\frac{1}{4}$ kr.; was 5 ℔.?

751) Wie viel Tuch braucht man zu 6 Röcken, wenn zu jedem $2\frac{3}{8}$ Ellen nöthig sind?

752) 3 Stücke Leinwand von 31 Ellen, $30\frac{1}{2}$ Ell., u. $32\frac{2}{3}$ Ell. gaben 27 Hemden und einen Rest von $\frac{5}{16}$ Ellen; wie viel Ellen sind zu jedem Hemde verwendet?

753) Wie viel Tage braucht ein Corps, um $120\frac{1}{2}$ Säulenstunden zurückzulegen, wenn es die Säulenstunde in $\frac{4}{5}$ Stunden macht, und täglich 8 Stunden lang marschirt?

754) Eine Ordonnanz ging um 9 Uhr 25 Minuten von München nach dem $3\frac{1}{2}$ Poststationen entfernten Landsberg ab, und legt die Poststunde in $\frac{2}{3}$ Stunden (Zeit) zurück; um wie viel Uhr kann sie in Landsberg eintreffen?

755) Wie viel Ballen, Ries, Buch und Bogen Papier braucht man zur Anfertigung von 100000 scharfen Musketen-Patronen, da jede Hülse mit $\frac{1}{12}$ Bogen gemacht ist?

756) Wie schwer wiegt die 1.) mit 12, 2.) mit 48 scharfen Patronen gefüllte Patrontasche, da die leere Tasche einschl. der Zündhütchen 1 ℔. 29 Lth. wiegt, dann jede Patrone $\frac{4}{16}$ Lth. Pulver und ein Spitzgeschoß enthält, von denen $19\frac{1}{5}$ auf 1 ℔. gehen?

757) Wie viel Pulver und Blei ist bei 80 000 scharfen Carabiner-Patronen, von denen jede mit $\frac{9}{16}$ Lth. Pulver und einer Kugel gefüllt ist, die 1 Lth. $2\frac{12}{25}$ Qt. wiegt?

758) Wenn der Feuerabgang beim Gießen von Bleikugeln $\frac{17}{25}$ Lth. per ℔. ist, was ist der Abgang bei 3 Ztr. 68 ℔. 18 Loth?

759) Der Ztr. Eisen kostet bei den 24℔er Vollkugeln 13 fl., bei den 12℔er Granaten 21 fl.; was kostet 1 ℔. dieser Geschosse?

760) Was kostet daher ein scharfer Schuß des 24℔ers (an Eisen und Pulver), wenn die Kugel 20 ℔. 12 Lth. wiegt, die Pulverladung $\frac{1}{3}$ Kugelschwere ist, und 1 ℔. Pulver zu 28 kr. verrechnet wird?

761) Wie viel betragen 100 fl. unseres Geldes nach preuß. Gelde, da 1 fl. = $\frac{4}{7}$ preuß. Thaler ist, der preuß. Thlr. aber 30 Silber-Groschen und ein solcher 12 Pfennige zählt?

762) 2814 fl. 26 kr. bayer., wie viel sind es preuß. Thlr. ꝛc.?

763) 1 östr. Gulden gilt in Bayern 1 fl. 10 kr., was 375 östr. fl.?

764) Eine Lieferung von Bauholz wurde zu 1 fl. 17 kr. per laufenden Fuß abgegeben; was kosten demnach 3 Stämme von der Länge: a.) 32′ 4″, b.) 49′ 9″ u. c.) 65′ 11″ Dbz.?

C. Das Auffinden des Werthes irgend einer Mehrheit aus dem bekannten Werth einer andern gleichartigen Mehrheit.

Z. B. Wenn 36 kr. der Preis von 12 Pf. Brod ist, was kosten hievon 19 Pf.?

In jeder Aufgabe dieser Art kommen vor:
1) eine Mehrheit (19 ℔.), deren Werth (?) gesucht wird; und
2) eine andere Mehrheit (12 ℔.), deren Werth (36 kr.) bekannt ist.

Nennt man den 1ten dieser beiden Sätze „den Fragefall," und
den 2ten „ „ „ „den bekannten Fall," so
geschieht das Auffinden des gesuchten Werthes der Mehrheit einfach, wie folgt:

Regel zu C.) Man suche 1) aus dem bekannten Fall den Werth jener Einheit, von deren Mehrheit der Werth zu finden ist, und verfahre dabei nach B. I. oder II. §. 126. Hierauf suche man 2) mit diesem gefundenen Werthe der Einheit und mit der Mehrheit des Fragefalls den Werth dieser Mehrheit, nach A. I. oder II. §. 126.

Wer noch nicht viel Uebung hat, erleichtert sich dabei den Ueberblick und also auch die Rechnung, indem er in einem eigenen Ansatze zuerst den Fragefall anschreibt, mit seiner gegebenen Zahl links voraus; darunter sodann den bekannten Fall, in der Art, daß nur gleichnamige Zahlen beider Fälle unter einander stehen.

Fertige Rechner bedürfen zwar eines solchen Ansatzes nicht mehr; minder Geübte aber kann er gegen grobe Rechnungsfehler schützen.

1tes Beispiel. (Siehe die Angaben oben bei C.)

Ansatz. 1) Fragefall.	19 ℔.	kosten		?
2) Bek. Fall.	12 „	„		36 kr.
Rechnung. Aus 2)	1 „	„		$\frac{36}{12}$ kr. = 3 kr.
„ 1)	19 „	„		19 × 3 kr. = 57 kr.

Erklärung des Ansatzes. Der Fragefall ist zuerst und so angeschrieben, daß seine bekannte Zahl „19 ℔." links voraus steht, und an der Stelle seiner gesuchten Zahl ein Fragezeichen (?); dann ist unter ihn der bekannte Fall so angesetzt, daß die „12 ℔." unter die gleichnamigen „19 ℔." des Fragefalls und die „36 kr." unter der gesuchten Kreuzeranzahl (?) des Fragefalls stehen.

Erläuterung der Rechnung und mündliche Rechnung. Man sagt 1) im bekannten Fall: Wenn 12 ℔. Brod 36 kr. kosten, so kostet 1 ℔. nur den 12ten Theil, d. i. $\frac{36}{12}$ kr. = 3 kr. (nach B. I.).

Sodann 2) sagt man im Fragefall: 19 ℔. kosten 19mal mehr als 1 ℔., d. i. 19 × 3 kr. = 57 kr. (nach A. I.).

2tes Beispiel.

Wenn der Fourage-Vorrath für 147 Pferde 735 Schäffel Hafer beträgt; was trifft hievon auf 96 Pferde?

Ansatz. 1) Fragefall.	96 Pferde	?		Die Erläuterung u. mündliche Rechnung (die man sich bei jedem Beisp. klar aussprechen muß):
2) Bek. Fall.	147 „	735 Schfl.		
Rechnung. Aus 2)	1 „	$\frac{735}{147}$ „	= 5 Schfl.	S. B. 1. Beisp.
Aus 1)	96 „	96 × 5 „	= 480 Schfl.	S. A. 1. Beisp.

3tes Beispiel.

Eine Cavallerie-Abtheilung von 7 Pferden ist auf 48 Tage mit Fourage versehen. Dieselbe wird auf 16 Pferde verstärkt, wie lange kann sie nun mit ihrem Fourage-Vorrath ausreichen?

Ansatz. 1) Fragefall.	16 Pferde reichen	?		Erläuterung u. mündliche Rechnung hiezu Siehe:
2) Bek. Fall.	7 „ „	48 Tag.		
Rechnung. Aus 2)	1 „	„ 7.48 „	= 336 Tag.	B. 2. Beisp.
Aus 1)	16 „	„ $\frac{336}{16}$ „	= 21 Tag.	A. 2. Beisp.

Antwort. Die 16 Pferde reichen 21 Tag.

4tes Beispiel.

Ein Graben von 3564 K'. wurde von 12 Mann ausgehoben; wie groß ist der Graben, den 125 Mann, in der nämlichen Zeit, ausheben können?

Ansatz.	125 Mann	?		Erläuterung und mündliche Rechnung hiezu Siehe:
	12 „	3564 K.'		
Rechnung.	1 „	$\frac{3564}{12}$ „	= 297 K.'	B. 3. Beisp.
	125 „	125.297 „	= 37125 K.'	A. 3. Beisp.

Antwort. Die 125 Mann können einen Graben von 37125 K.' ausheben.

5tes Beispiel.

In 3 Tagen führten 12 Arbeiter eine Mauer auf; wie lange werden 5 Arbeiter zum Bau einer gleich großen Mauer brauchen?

Ansatz. 5 Arbeiter brauchen ?
12 " " 3 Tag.

Rechnung. 1 " (mehr) 12.3 Tag. = 36 Tag.
5 " (weniger) $\frac{36}{5}$ " = $7\frac{1}{5}$ Tag.

Erläut. u. mündl. Rechnung. Man sagt im bekannt. Falle: 1 Arbeiter braucht 12mal mehr Tag als 12 Arbeiter, um die nämliche Arbeit zu vollenden; man muß daher mit 12 die 3 Tag multipliciren und erhält 36 Tage. Sodann sagt man im Fragefall: 5 Arbeiter brauchen 5mal weniger Tag als 1 Arbeiter, man muß daher die zuerst gefundenen 36 Tage durch 5 dividiren und erhält $7\frac{1}{5}$ Tag.

Antwort. Die 5 Arbeiter brauchen $7\frac{1}{5}$ Tag.

Zusatz. I. Wenn bei den gegebenen Zahlen Brüche sind, so rechnet man mit diesen nach einer der im §. 125 erklärten Arten:

6tes Beispiel.

$\frac{2}{3}$ Ellen Tuch kosteten $4\frac{5}{8}$ fl.; was kosten $2\frac{3}{4}$ Ellen? (S. §. 125.)

Oder:

	Ellen.	fl.	
Ansatz.	$2\frac{3}{4}$	?	
Bek.	$\frac{2}{3}$	$4\frac{5}{8}$	*)

Rechn. $\frac{1}{3}$ $4\frac{5}{8} : 2 = \frac{37}{16}$ fl.
$\frac{3}{3}$, d. i. 1 Elle $3 . \frac{37}{16} = \frac{111}{16}$ "
$\frac{1}{4}$ " $\frac{111}{16} : 4 = \frac{111}{64}$ "
$2\frac{3}{4}$. d. i. $\frac{11}{4}$ " $11 . \frac{111}{64} = \frac{1221}{64}$ "
$= 19\frac{5}{64}$ fl.
$=$ 19 fl. 4 kr. $2\frac{3}{4}$ pf.

Ellen.	fl.
$2\frac{3}{4}$	?
$\frac{2}{3}$	$4\frac{5}{8}$

1 $4\frac{5}{8} : \frac{2}{3} = \frac{37 \cdot 3}{8 \cdot 2}$
$2\frac{3}{4}$ $2\frac{3}{4} \times \frac{37 \cdot 3}{8 \cdot 2} = \frac{11 \cdot 37 \cdot 3}{4 \cdot 8 \cdot 2}$
$= \frac{1221}{64}$ fl. $=$ 19 fl. 4 kr. $2\frac{3}{4}$ pf.

*) Die Erläuterung siehe §. 125 2tes Beisp. 1. u. 2. Art der Rechnung.

Zusatz II. Wenn die gegebenen Mehrheitszahlen, d. h. die im Ansatze links voranstehenden Zahlen der beiden Fälle, mehrfach benannt sind, so bringe man diese auf einen einzigen und zwar in beiden Fällen auf den nämlichen Namen. Hiezu kann man entweder den niedersten oder einen der höhern Namen wählen, je nachdem hiedurch die folgende Rechnung leichter wird.

Ist im bekannten Falle der Werth der Mehrheit, d. i. die im Ansatze rechts gesetzte Zahl mehrfach benannt, so multiplicirt und dividirt man sie entweder nach §. 82 und 92 A. oder meistens kürzer nach §. 83, 84, 85 und §. 92 B.

Siebentes Beispiel.

5 Pfund einer Waare kosteten 2 fl. 17 kr., wie viel erhält man für 6 fl.?

Ansatz. Frage. Für 6 fl. erhält man ?
Bekannt. „ 2 fl. 17 kr. „ 5 ℔.

Rechnung, indem man die mehrfach benannten Zahlen auf einerlei nied. Namen bringt.

Fr. 360 kr.……………………?
Bekt. 137 kr.……………… 5 ℔.

Für 1 kr. erh. m. $\frac{5}{137}$ „
„ 360 „ „ $360 \times \frac{5}{137}$ „
$= 1800 = 13\frac{19}{137}$ ℔.
:(137)
430
19

Rechnung, indem man die mehrfach benannten Zahlen auf Brüche eines höhern Namens gebracht hat.

Fr. Für 6 fl. ?
Bekt. „ $2\frac{17}{60}$ „ 5 ℔.

„ 1 fl. $5 : 2\frac{17}{60} = \frac{5 \cdot 60}{137}$ ℔
„ 6 „ $6 . \frac{5 \cdot 60}{137} = \frac{1800}{137}$ ℔

Antwort. Für 6 fl. erhält man 13 ℔. $4\frac{60}{137}$ Lth.

8tes Beispiel.

Für 7 fl. 30 kr. wurden 5 Metzen Hafer gekauft; was werden demnach 2 Schäffel 4 Metzen kosten?

Ansatz. Fr. 2 Schfl. 4 Mtz. kosten ? $\times 6$
Bekt. ……………… 5 „ „ 7 fl. 30 kr.

Rechnung. 1 „ „ 7 „ 30 „ : 5 = 1 fl. 30 kr.
2 Schfl. 4 Mtz., d. i. 16 Mtz. kosten 1 fl. 30 kr. $\times$ 16 = 24 fl.

Antwort. 2 Schfl. 4 Mtz. kosten 24 fl.

Erläuterung und mündliche Rechnung. Man sagt im bekannten Fall:

Wenn 5 Mtz. kosten 7 fl. 30 kr., so kostet ein Metzen 5mal weniger; man muß daher 7 fl. 30 kr. durch 5 theilen, und erhält, daß „1 Metzen kostet 7 fl. 30 kr. : 5 = 1 fl. 30 kr.;"

sodann sagt man im Fragefall: Da 2 Schfl. 4 Mtz. = 16 Metzen sind, und diese 16mal mehr kosten als 1 Metzen, so muß man den gefundenen Werth von 1 Metzen, d. i. 1 fl. 30 kr. mit 16 vermehren (multipliciren), und erhält „16 Metzen kosten 1 fl. 30 kr. $\times$ 16 = 24 fl."

Zusatz. III. Die mündliche oder Kopfrechnung der nach Regel A., B. und C. aufzulösenden Aufgaben geschieht in der nämlichen Ordnung, wie im schriftlichen Rechnen, wie dieses auch schon bei der Erläuterung der vorstehenden Beispiele angegeben ist.

Anmerkung. 1. Schon Eingangs bei C. wurde gezeigt, daß in den obigen Aufgaben zwei Fälle oder Sätze vorkommen; einige Rechner nennen dieselben daher „Zweisatzrechnungen." Ferner sind in jedem der beiden Sätze der obigen Beispiele zwei verschiedenartige Zahlen; diese heißen die Glieder der Sätze, gleichviel ob dieselben einfach oder mehrfach benannt, gegeben sind oder gesucht, wie die 2te Zahl des Fragefalls.

So ist im 8ten Beispiel „5 Metzen" das erste oder Vorder-Glied des bekannten Falls, „7 fl. 30 kr." dessen zweites oder Hinter-Glied; „2 Schfl. 4 Mtz." das erste oder Vorderglied des Fragesatzes, und das Zeichen (?) (anstatt dem viele Rechner x setzen) stellt dessen gesuchtes zweites oder Hinterglied dar.

Da ferner auch die beiden Fälle zusammengenommen „drei Glieder" bekannt haben, so nennen andere Rechner diese Aufgaben den „Dreisatz," und die Regel zu ihrer Berechnung die „Regeldetri" oder „Dreisatzregel," wobei sie jedes der drei bekannten Glieder einen Satz nennen.

Wenn ferner, wie bei den unter C. gerechneten Beispielen, jeder Fall nur zwei Glieder hat, so heißt die Zweisatzrechnung „einfach;" hingegen „zusammengesetzt," wenn (wie im §. 128. C.) jeder von den beiden Fällen „mehr als 2 Glieder hat." In gleicher Art unterscheidet man auch den „einfachen" oder „zusammengesetzten Dreisatz."

Anmerkung 2. Bei manchen der, nach Regel C. auszurechnenden Aufgaben erhält man einen Werth für die Einheit, der nicht ganz mit der Praxis übereinstimmt. So z. B. in der Aufgabe: „Wie weit könnte ein Fuhrmann 30 Ztr. um 14 fl. führen, da er um denselben Lohn 100 Ztr. 3 Meilen weit fuhr?" findet man (n. B.)* auf die Einheit schließend, daß derselbe eine 100mal kleinere Ladung 100mal weiter um den nämlichen Lohn fahren könne; dieses aber ist practisch unrichtig, da ihm — obgleich er eine kleinere Ladung um den nämlichen Lohn weiter führen wird — 1 Ztr. doch eine zu unbedeutende Fracht abgibt, um auf so weite Entfernung Mann und Pferd zu ernähren.

Ztr.		Meilen.
30	—	?
100	—	3
1	—	3 . 100 Ml.*
30	—	$\frac{3 . 100}{30}$.

Antwort: = 10 Ml. weit.

Dieses unpractische Resultat, das jedoch theoretisch richtig gefunden wurde, muß durch den folgenden Schluß auf die Mehrheit des Fragefalls wieder berichtigt werden, wenn nicht die ganze Aufgabe unpractisch oder unvollständig seyn soll. Denn auch bei der Berechnung des Werthes einer Mehrheit aus dem bekannten Werth einer andern Mehrheit kann man, wenn in der Aufgabe nicht alle Nebenumstände berücksichtigt oder zugleich in Rechnung gezogen sind, auf solche von der Praxis abweichende Resultate gelangen. So z. B. wird ein Kaufmann, der den Ztr. einer Waare um 50 fl. verkauft, das Loth nicht um den 3200ten Theil (d. i. um $7\frac{1}{2}$ hl.), oder 4 ℔. um den 25ten Theil (d. i. um 2 fl.) ꝛc. geben wollen, obgleich 1 Lth. = $\frac{1}{3200}$ vom Ztr. ist, da er beim Verkauf im Kleinen einwiegt, mehr Leute braucht ꝛc.

Wo solche von der Praxis abweichende Resultate mittelst den theoretisch aufgestellten Regeln gefunden werden, liegt der Fehler nicht in der Theorie, sondern darin, daß der Rechner Nebenumstände, die auf das practische Resultat Einfluß äußern, übersehen hat, oder nicht kennt, oder daß diese dem Ungeübten — zur leichtern Anwendung seiner bis dahin erlernten Regeln — vorerst noch verschwiegen sind, um sie erst bei zusammengesetztern Regeln und Aufgaben in Rechnung ziehen zu lernen, wie die folgenden §§. zeigen werden. Ferner gibt es aber auch Gegenstände, im gewöhnlichen Verkehr sowohl als in der Natur, deren Werth mit ihrer Mehrheit nicht in so einfacher Beziehung steht, als dieß der §. 126 ausspricht, und es auch für die Mehrzahl der Gegenstände statt findet; daß nämlich mit der Zunahme (Verdopplung, Verdreifachung ꝛc.) der Mehrheit auch deren Werth gleichmäßig (2mal, 3mal ꝛc.) zunimmt oder umgekehrt gleichmäßig abnimmt. So wird, wenn z. B. ein Spiegel von 1 □' 1 fl. kostet, ein Spiegel von 36 □' nicht 36 fl., sondern viel mehr kosten, da die Fabrication eines 36mal größeren Spiegels weit mehr Arbeit und Vorsicht kostet, als jene von 36 Spiegeln zu 1 □'

jeder. Wollte ferner z. B. Jemand, der aus Versuchen weiß, daß die mit einer bestimmten Ladung aus der Muskete geschossene Kugel in der 1ten Secunde 1200′ weit geht, hieraus schließen, daß sie in 2, 3 Secunden ꝛc. 2.1200′, 3.1200′ ꝛc. weit geht, wäre in einem groben Irrthum, da der von der Kugel zurückgelegte Weg nicht allein von der Ladung und Zeit, sondern auch noch von andern Naturkräften abhängt.

Die Gesetze der Zu- oder Abnahme mancher Dinge werden dem Lernenden erst durch den weitern Fortschritt in den Wissenschaften bekannt, und dadurch manches klar, was ihm jetzt, als noch seine Geisteskräfte übersteigend, verborgen liegt. Möge diese Aussicht ihn zur Uebung dieser Kräfte öfters beleben; eine Uebung oder Gymnastik des Verstandes, die schwerer zwar als jene des Körpers, aber eben so nothwendig und weit lohnender ist, und wozu die Größenlehre mit ihrer ausgebreiteten Anwendung — abgesehen noch von ihrer practischen Bedeutung — ihm ein wesentliches Hülfsmittel ist. Um jedoch Mindergeübte vorerst vor völlig irriger Anwendung der Beziehung zwischen dem Werth einer Mehrheit und dem einer andern gleichartigen Mehrheit zu schützen, sind hierfolgend die wesentlichsten Fälle aufgezählt, bei denen weder die gerade noch umgekehrte Beziehung zwischen den Werthen der Mehrheiten und ihren Mengen stattfindet, wenn es auch hier unmöglich ist, die Art dieser Beziehung nachzuweisen.

Weder in gerader noch umgekehrter Beziehung stehen:

1) Größe und Preis von Dingen, deren Schwierigkeit der Anfertigung mit der Größe außergewöhnlich zunimmt;
2) Größe und Preis von Dingen, die nur selten in bedeutenderer Größe gefunden werden, wie Perlen und Edelsteine;
3) Durchmesser der Kugeln und deren Gewichte. So z. B. wird eine Kugel durch Verdopplung, Verdreifachung des Durchmessers nicht doppelt (oder 3mal ꝛc.) so schwer, sondern 8mal (27mal) so schwer;
4) Ladung und Schußweite;
5) Anfangsgeschwindigkeit der Kugel und Schußweite;
6) Lohn für das Graben von Brunnen, und Tiefe der Brunnen; denn mit der Tiefe nimmt die Schwierigkeit und der Zeitaufwand der Bearbeitung zu;
7) Größe der Körper und auch der Figuren, und deren Maaße;
8) Menge der Flüssigkeit, die aus der Oeffnung eines Gefäßes strömt, und Zeit;
9) Fallzeit der Körper und zurückgelegter Weg;
10) Länge eines Pendels und Zeit einer Schwingung.

Es wird endlich kaum nöthig seyn, zu bemerken, daß auch solche Fragen gestellt werden könnten, die, obgleich in Zahlen ausgesprochen, sich doch nicht durch Rechnung beantworten lassen, indem ihre Mehrheiten nur scheinbar oder gar nicht gleichartig sind.

§. 127. Die Probe der Zweisatzrechnung,

und also jedes der im vorstehenden §. gerechneten Beispiele, geschieht, indem man die für den Fragefall gefundene Zahl als bekannt, die vorerst gegebene Zahl des Fragefalls aber als gesucht setzt, und diese nun nach der Regel C. des §. 126

sucht. Wenn nicht gefehlt wurde, so muß die bekannte Zahl des Fragefalls wieder herauskommen. Z. B.

Probe zum 8ten Beispiel des §. 126. C.

Für 7 fl. 30 kr. wurden 5 Metzen Hafer angekauft; wie viel erhält man für 24 fl.?

Ansatz. Frg. Für 24 fl. erhält man ?
Bekt. „ $7\frac{1}{2}$ „ „ „ 5 Mtz.

Rechnung. Für 1 fl. „ „ 5 „ : $7\frac{1}{2} = 5 \times \frac{2}{15} = \frac{2}{3}$ Mtz.
„ 24 „ „ „ $24 \times \frac{2}{3}$ Mtz. $= \frac{48}{3}$ Mtz. $= 16$ Mtz.
$=$ 2 Schfl. 4 Mtz.

Antwort. Für 24 fl. erhält man 2 Schfl. 4 Metzen.

Das Resultat des 8ten Beispiels §. 126 C. ist daher richtig, d. i. 2 Schfl. 4 Metzen kosten 24 fl., da man bei der Probe gefunden hat, daß für 24 fl. 2 Schfl. 4 Mtz. erhalten werden.

Als Probe kann man auch den zuerst bekannten Fall als Fragefall setzen, indem man eines seiner Glieder als unbekannt betrachtet. — Die Probe-Aufgabe des 8ten Beispiels hieße dann: „Wenn man für 24 fl. 2 Schfl. 4 Metzen erhält, wie viel für 7 fl. 30 kr.," oder „was kosten dann 5 Metzen?"

Endlich kann auch hier, wie schon im §. 30 angegeben ist, ein abermaliges Rechnen als eine der besten Proben angesehen werden. Welche Probeart aber auch der Rechner anwenden möge, jedesmal prüfe er vor Allem, ob das erhaltene Resultat nicht widersinnig sey; ob nämlich z. B., wenn die gesunde Vernunft sagt, daß die Fragezahl größer werden müsse, als die im Ansatz unter ihr stehende gleichartige Zahl, dieß auch wirklich eintrifft oder nicht, in welch letzterm Falle meistens eine irrige Beurtheilung der Beziehung zwischen Einheits- und Mehrheitswerth vorgefallen ist.

Uebungsbeispiele zu C. (die ersten 10 auch im Kopf.)

765) 5 Ztr. Mehl kosteten 30 fl.; was kosten 17 Ztr.?

766) 7 ℔. Reis kosteten 1 fl. 12 kr.; was kosten 42 ℔.?

767) Was kosten 5 Halstücher, das Dutzend zu 4 fl. 48 kr.?

768) Ein Stück Leinwand von 31 Ellen soll 12 fl. kosten; was werden hievon 14 Ellen kosten?

769) Wer 2 Meil. in 3 Stunden geht; wie weit kömmt er in 8 St.?

770) „ $5\frac{3}{4}$ „ „ 7 „ „ ; wie weit in 2 Stunden?

771) „ $16\frac{5}{8}$ „ „ 1 St. 54 M. fährt; wie weit in 8 Stund.?

772) Zum Anbau eines Gartens brauchten 5 Mann 9 Stunden; wie lange würden 3 Mann hiezu brauchen?

773) Eine Besatzung von 135 Mann ist auf 9 Tage mit Lebensmittel versehen; dieselbe wird auf 405 Mann verstärkt; wie lange reicht nun der Vorrath?

774) In 10 Arbeitsstunden können 15 Arbeiter 10000 Infanterie-Patronen anfertigen und verpacken; wie viel Patronen können in der nämlichen Zeit 24 Mann fertigen und verpacken?

775) Wie lange brauchen 24 Mann zum Gießen einer Anzahl Bleikugeln, zu der 5 Mann $11\frac{1}{2}$ Stunden gebraucht hatten?

776) Ein Mantel wurde mit $6\frac{9}{16}$ Ellen Zeug von 2 Ellen Breite gefüttert. Wie viel Futterzeug von $\frac{3}{4}$ Ellen Breite wird man zum Füttern eines gleich großen Mantels brauchen?

777) Wie viel Paar leinene Pantalon, jede mit $3\frac{5}{9}$ Ellen, gibt ein Stück Leinwand von $30\frac{3}{4}$ Ellen?

778) Jemand geht die Poststunde in $\frac{3}{4}$ Stunden; wie weit kömmt er in 12 Stunden (Zeit)?

779) Von München nach dem $8\frac{1}{2}$ Meilen entfernten Augsburg fährt man auf der Eisenbahn in $2\frac{1}{5}$ Stunden; was ist a) der in 1 Stunde zurückgelegte Weg? und b) wie viel Stunden und Minuten würde man brauchen, um in gleicher Art von München nach dem $31\frac{1}{2}$ Meilen entfernten Bamberg zu kommen?

780) Wie viele österreichische Gulden geben 183 fl. 42 kr. bayr., wenn 1 östr. Gulden so viel Werth hat, als $1\frac{1}{6}$ fl. bayr.?

781) 520 Paar Halbstiefel sind um 1721 fl. in Accord gegeben; was kann für eine Lieferung von 164 Paar bezahlt werden?

782) Wenn man für 13 fl. 40 kr. $2\frac{3}{4}$ Ellen blaues Tuch erhält; wie viel Ellen dann für 100 fl.?

783) A. und B. kauften 1 Ztr. Mehl um 12 fl. 23 kr.; A. behielt 74 ℔., B. den Rest; wie viel muß jeder zahlen?

784) Auf 6 ℔. Oel trifft 1 Lth. Dochtgarn; wie viel auf $74\frac{3}{4}$ ℔. Oel?

785) Wenn beim Kugelgießen vom jeden 100 ℔. Blei $4\frac{1}{2}$ ℔. verloren gehen; wie viel dann von 287 ℔. 12 Lth.?

786) 5 Rieß Papier kosteten 17 fl.; was kosten 4 Buch?

787) 15 ℔. Blech kosteten 3 fl. 30 kr.; was kosten 8 ℔.?

788) Was kosten 3 Mäßl. Mehl, das Vrtl. zu 1 fl. 8 kr.?

789) Zur Füllung von 6 Lampen waren 2 ℔. 2 Lth. Oel nöthig; wie viel ist erforderlich zu 25 solchen Lampen?

790) Bei einem Versuche mit einer Lampe brannten 4 ℔. 20 Loth Oel 125 Stunden lang; was ist bei dieser Lampe der Oelverbrauch für 9 Stunden?

791) Wenn 31 Mann 20 ℔. Fleisch erhalten, was 84 M.?

792) Zu 10 Röcken waren nöthig $23\frac{5}{8}$ Ellen blaues Tuch, $\frac{3}{4}$ Ellen rothes Tuch und $19\frac{1}{2}$ Ellen Unterfutter; wie viel Ellen von jedem erfordern 1458 solcher Röcke?

793) Die 7℔r. Granate wiegt $12\frac{1}{2}$ ℔. Eisen; was kostet dieß, da 100 ℔. von diesem Eisen 15 fl. kosten?

§. 128. Abkürzungen bei den Zweisatzrechnungen.

I) Wenn die ersten Glieder beider Fälle Vielfache ein und der nämlichen Anzahl (wie z. B. 27 Mann und 36 Mann, die Vielfache der Anzahl 9 Mann) sind,

so suche man aus dem bekannten Falle: den Werth dieser Anzahl (anstatt jenen des Einfachen), und dann mit ihm den Werth seines Mehrfachen des Fragefalls.

Diese Abkürzung findet auch beim Kopf- und mündlichen Rechnen häufig vortheilhafte Anwendung.

Erstes Beispiel.

In 66 Arbeitsstunden vollendeten 36 Mann eine Arbeit; wie lange werden 27 Mann zu einer gleich großen Arbeit brauchen?

1) 27 d. i. 3 . 9 M. ?
2) 36 „ 4 . 9 „ 66 St.

Aus 2) 1 . 9 „ 4×66 St. = 264 St.
„ 1) 3 . 9 „ br. $\frac{264}{3}$ „ = 88 „

Antw. 3×9 d. i. 27 Mann brauchen 88 „

Erläuterung und mündliche Rechnung. 27 M. = 3 . 9 M., u. 36 M. = 4 . 9 Mann. Man sagt daher im bekannten Falle: 4 Abtheilungen, jede zu 9 Mann brauchen 66 Stunden, 1 Abtheilung zu 9 Mann braucht 4mal mehr, d. i. 4 . 66 St. = 264 St. Sodann im Fragefall: 3 Abtheilungen (jede zu 9 Mann) brauchen 3mal weniger Zeit, d. i. $\frac{264}{3}$ Stunden = 88 Stunden.

Zweites Beispiel.

24 Pfund Schrot kosteten 4 fl. 10 kr., was 1 Ztr. 8 ℔?

Ans. 108 ℔ d. i. 9×12 ℔ ?
24 ℔ d. i. 2×12 „ 4 fl. 10 kr.

Rechn. 1×12 ℔ kostet 4 fl. 10 kr. : 2 = 2 fl. 5 kr.. . denn 1×12 ℔ kostet 2mal weniger als 2 . 12 ℔.

9×12 ℔ „ 2 fl. 5 kr.×9 = 18 fl. 45 kr. denn 9×12 ℔ kosten 9mal mehr als 1 . 12 ℔.

Antw. 1 Ztr. 8 ℔ kosten 18 fl. 45 kr.

Erläuterung. 1 Zt. 8 ℔ = 9 . 12 ℔ u. 24 „ = 2 . 12 „;

Drittes Beispiel.

Wenn der Zentner Jagdpulver 66 fl. kostet, wie viel erhält man von diesem Pulver für 11 fl.?

Ansatz. Für 11 fl. ... ? ℔
„ 66 „ ... 100 ℔.

Rechnung. „ 6×11 fl. ...100 ℔.
„ 1×11 fl. ...$\frac{100}{6}$ ℔ = $16\frac{2}{3}$ ℔ = 16 ℔ $21\frac{1}{3}$ Lth.

Da 11 fl. das 6tel von 66 fl. ist, so erhält man auch für 11 fl. 6mal wenig. als für 66 fl.

Antw. Für 11 fl. erhält man 16 ℔ 21 Lth. $1\frac{1}{3}$ Qt.

II. Abkürzung. Wenn die ersten Glieder beider Fälle Brüche enthalten, so bringe man diese ersten Glieder unter gleiche, kleinste Nenner, und betrachte nun diese erhaltenen Brüche als Vielfache einer Einheit, deren Größe der Nenner angibt.

Erstes Beispiel.

$\frac{3}{4}$ Klftr. Holz kosteten 7 fl.; was kosten $\frac{5}{6}$ Klftr.?

Ansatz 1)	$\frac{5}{6}$ Klftr. d. i. $\frac{10}{12}$		kosten?
2)	$\frac{3}{4}$ " " $\frac{9}{12}$ Klf.	"	7 fl.
Aus 2)	. . . . . $\frac{1}{12}$ Klf.	"	$\frac{7}{9}$ fl.
Aus 1)	. . . . . $\frac{10}{12}$	"	$\frac{7 \cdot 10}{9}$ fl. $= \frac{70}{9}$ fl. $= 7\frac{7}{9}$ "

Antw. $\frac{5}{6}$ Klft. kosten 7 fl. 46 kr. $2\frac{2}{3}$ pf.

Erläuterung u. mündl. Rechn. Der kleinste gemeinschaftliche Nenner von $\frac{5}{6}$ und $\frac{3}{4}$ ist 12; $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$ u. $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$; die Einheit aber mit der man nun rechnet ist $\frac{1}{12}$ Klftr. Man sagt im bekannten Fall: Wenn 9 Zwölftel-Klafter 7 fl. kosten, so kostet 1 Zwölftel-Klafter 9mal weniger d. i. $\frac{7}{9}$ fl. Dann sagt man aus dem Fragefall: 10 Zwölftel-Klafter kosten 10mal mehr als 1 Zwölftel-Klafter, also $10 . \frac{7}{9}$ fl. $= \frac{70}{9}$ fl. = u. s. f.

Zweites Beispiel.

Wie viele Schäffel Getreide können auf einer Mühle in 10 Stunden gemahlen werden, die in $4\frac{1}{2}$ Stunden $7\frac{2}{3}$ Schäffel liefern konnte?

Ansatz 1)	10 St. $= \frac{20}{2}$ St. . . . ?	
2)	$4\frac{1}{2}$ " $= \frac{9}{2}$ " . . . $7\frac{2}{3}$ Schffl.	
Aus 2)	In $\frac{1}{2}$ " . . . $7\frac{2}{3} : 9 = \frac{23}{3 . 9}$ Sch.	
1)	In $\frac{20}{2}$ " . . . $20 \times \frac{23}{27} = \frac{460}{27} = 17\frac{1}{27}$ Schffl.	

Erkl. Der kleinste gemeinschaftl. Nenner von 10. u. $4\frac{1}{2}$ ist 2 u. es ist 10 St. $= \frac{20}{2}$ u. $4\frac{1}{2} = \frac{9}{2}$.

Anmerkung. Man erkennt aus den obigen Beispielen, daß, sobald im Ansatze der Zweisatzrechnungen die beiden ersten Glieder
bei der I. Abkürzung als Vielfache ein und der nämlichen Zahl, und
" II. " " Brüche mit einerlei Nenner dargestellt sind, sodann diese Nenner und jene gemeinschaftliche Zahl keinen Einfluß mehr auf die folgende Rechnung haben, und daher ganz weggelassen werden können. Aus diesem Grunde kann man die obigen Abkürzungen auch wie folgt aussprechen:

„Die beiden ersten Glieder im Ansatze jeder Zweisatzrechnung dürfen
„I) mit jedem ihnen gemeinschaftlichen Maaße gehoben, und
„II) auch mit jeder beliebigen Zahl multiplicirt werden, ohne daß hiedurch das gesuchte 2te Glied des Fragefalls verändert oder anderst gefunden würde."

Rechnet man in dieser Art die ersten Beispiele bei I. u. II., so steht die Rechnung, als hätte die Aufgabe geheißen:

Zu I. Erstes Beispiel:

In 66 St. vollendeten 4 Mann eine Arbeit; wie lange brauchen 3 Mann zu einer gleich großen Arbeit?

Mann.		Stund.
~~27~~	3	?
:9		
~~36~~	4	66
	1	4.66 = 264 St.
	3	$\frac{264}{3} =$ 88 St.

Zu II. Erstes Beispiel:

9 Klafter Holz kosteten 7 fl., was kosten 10 Klafter von gleicher Güte:

Klft.	Klft.	fl.
$\frac{5}{6}$	10	?
× 12		
$\frac{3}{4}$	9	7
	1	$\frac{7}{9}$
	10	$\frac{70}{9} = 7\frac{7}{9}$ fl. rc.

Uebungsbeispiele zum schriftlichen und mündlichen Rechnen.

794) 9 ℔ Leder kosteten 3 fl. 40 kr.; was kosten 36 ℔?

795) 11 Loth Seife kosteten 6 kr. 3 hl.; was 3 ℔ 3 Lth.?

796) 17 Arbeiter erhielten 30 fl. 24 kr.; was 68 Arbeiter?

797) 32 Klft. Holz kosteten 200 fl. 13 kr.; was 9 Klft.?

798) 8 Lth. 3 Qt. Wolle kosteten 50 kr.; was kost. 5 Lth.?

799) Eine Lieferung von 35 Ellen Tuch wurde um 120 fl. 15 kr. bestellt; was kosten 14 Ellen hievon?

800) 16 Schäffel Kartoffel wurden für 36 fl. 21 kr. gekauft; was werden 4 Schäffel kosten?

801) $3\frac{1}{3}$ Pfund kosten 15 fl. 20 kr.; was 25 Pfund?

802) $\frac{1}{2}$ Elle kostete 3 fl. 17 kr. $2\frac{3}{4}$ pf.; was kost. 100 Ell.?

803) 7 fl. nach bayer. Gelde geben 6 östr. Gulden; was daher 37 fl. bayer. in östr. Gelde? Der östr. Gulden ist in 100 Neukreuzer getheilt.

804) Was 284 fl. 36 Neukreuzer östr. nach bayer. Gelde?

805) Ein Bote erhielt für $9\frac{3}{4}$ Meilen 2 fl. 25 kr.; was gebührt ihm für $3\frac{5}{8}$ Stunden?

806) 1 Dutzend Hemden wurde aus $41\frac{1}{3}$ Ellen geschnitten; wie viel Leinwand ist zu 250 Hemden nöthig?

807) Was kosten 5 Tagwerk 17 Dezimalen Wiesen, von denen 40 Dezim. zu 37 fl. 35 kr. verkauft wurden?

808) Eine Weberei lieferte 473 Ell. graues Tuch; was gebührt ihr hiefür, da 100 Ell. dieses Tuches zu 163 fl. bedungen sind?

809) Wenn der Ztr. 30 fl. kostet, was kost. 2 ℔ 8 Lth.?

III. **Abkürzung.** Das Schließen auf die Einheit des bekannten, und von dieser auf die Mehrheit des Frage-Falls kann man vereint vornehmen, wie folgt:

Nachdem beide Fälle angesetzt sind (§. 126. C), prüfe man im Fragefall „ob dessen gesuchtes (letztes) Glied 1.) mehr „oder 2.) weniger werden muß, als das letzte Glied des bekannten Falles?" Muß nun (in Beantwortung dieser Prüfung) das gesuchte Glied 1.) mehr (oder größer) werden, „so multiplicire man das letzte Glied des bekannten Falles mit dem größten ersten Gliede beider Fälle, „und dividire es durch das kleinere erste Glied."

Muß man sich aber 2.) die gestellte Frage mit weniger beantworten, „so multiplicire man das letzte Glied „des bekannten Falles mit dem kleinern ersten „Gliede, und dividire durch das größere erste."

1tes Beispiel des §. 126 C.

Ansatz. Fragefall.	19 ℔	kosten	?............(Antw. Mehr.)
Bekannter Fall.	12 „	„	36 kr.

Rechnung. $\frac{19 \cdot 36}{12}$ kr. $= 19 \times 3$ kr. $= 57$ kr.

Erläuterung. Die Prüfung des Fragefalls ergibt: 19 Pfund kosten „Mehr“ als 12 Pfd. In der hierauf folgenden Rechnung ist daher 36 kr. mit 19 (als dem größern ersten Gliede) multiplicirt, und durch 12 (als dem kleinern ersten Gliede) dividirt. Dabei sind Multiplication und Division zuerst nur angezeigt ($\frac{19 \cdot 36}{12}$) um die häufig anwendbare Abkürzung III. §. 44. leichter vornehmen zu können. Man hebt im vorstehenden Beispiel 36 und 12 mit 12, und erhält 19 × 3 kr. = 57 kr. wie §. 126. C. 1tes Beisp.

Zweites Beispiel des §. 126. C.

Ansatz. Fr. 96 Pferde brauchen ? (Antw. Weniger.)

Bek. 147 „ „ 735 Schffl.

Rechnung. $\frac{96 \times \overset{5}{\cancel{735}}}{\cancel{147}}$ Schffl. = 480 Schffl.

Erläuterung. Man sagt: 96 Pferde brauchen weniger Fourage als 147 Pferde; multiplicirt daher mit 96 (dem kleinern ersten Gliede) die 735 Schffl. und dividirt durch das (größere erste) 147; oder was auf das nämliche herauskömmt: multiplicirt mit $\frac{96}{147}$ die 735 Sch.

Drittes Beispiel.

Eine Truppen-Abtheilung war bei täglichen Märschen von $3\frac{1}{2}$ Meilen in $5\frac{3}{4}$ Tag von A. nach B. marschirt. Der Rückmarsch soll in 4 Tagen Statt haben. Wie groß müssen die Tagesmärsche werden?

16 4 Tag ....? (Mehr)
× 4
23 $5\frac{3}{4}$ „ .... $3\frac{1}{2}$ Meilen

$\frac{23}{16} \times \frac{7}{2} = \frac{161}{32} = 5\frac{1}{32}$ Meil.

Erläuterung. Wegen der Antwort „mehr“ multiplicirt man mit 23 (dem größern ersten) und dividirt durch 16 die $3\frac{1}{2}$ Meilen.

Viertes Beispiel.

8 Ztr. Reis kosteten 172 fl. 32 kr.; was 3 Ztr. 25 ℔.?

Ans. Fr. $3\frac{1}{4}$ Ztr. kosten ? (Weniger)

Bek. 8 „ „ 172 fl. 32 kr.

: 8

= 21 „ 34 „ × $3\frac{1}{4}$

64 „ 42 „ das 3fache } von
5 „ $23\frac{1}{2}$ „ das Viertel } 21 fl. 34 kr.

Antw. 3 Ztr. 25 ℔ kosten 70 fl. $5\frac{1}{2}$ kr.

Erläuterung. Die ersten Glieder sind auf einerlei Namen gebracht (§ 126). Die Prüfung gibt sodann „$3\frac{1}{4}$ Ztr. kosten weniger (als 8 Ztr.). Man muß daher die 172 fl. 32 kr. mit dem kleinern ersten Glied $3\frac{1}{4}$ multipliciren, u. durch das größere erste Glied 8 dividiren. Letzteres wurde hier zuerst ausgeführt, da sich diese Division voraussichtlich hebt; man erhält den Quotienten 21 fl. 34 kr. (nach §. 92 B), und multiplicirt dieß mit $3\frac{1}{4}$ (n. §. 124 C). wobei man 70 fl. $5\frac{1}{2}$ kr. erhält.

Fünftes Beispiel.

3 Ztr. Mehl wurden für 51 fl. 39 kr. angekauft; wie viel würde man von der gleichen Sorte Mehl für 80 fl. erhalten?

fl. kr. Ztr.
80 - .... ? | fl. Erläuterung sieh hier unten. *)
51 39 .... 3 ; || 80 mehr
——— × 60 || ——— × 60
3099 kr. .... 3 || 4800 kr.

$$\frac{3 \times \overset{1600}{\cancel{4800}}}{\underset{1033}{\cancel{3099}}} \text{ Ztr.} = \frac{4800}{(:1033)} = 4 \text{ Ztr. } 64\tfrac{688}{1033} \text{ ℔.}$$

66800 ℔.
4820
688

*) Erläuterung. Die Prüfung mehr zeigt, daß man das zweite Glied 3 Ztr. mit dem größern ersten 80 multipliciren und durch das kleinere erste Glied dividiren müsse. Diese ersten Glieder sind noch vorerst auf einerlei Namen zu bringen (§. 126); hiezu ist der kleinere Namen kr. gewählt; man erhält (n. §. 59) 51 fl. 39 kr. = 3099 kr., u. 80 fl. = 4800 kr., wobei, des Raumes zur Rechnung wegen, die 80 fl. mit ihrer Prüfungszahl „mehr" rechts neben den bekannten Fall geschrieben sind.

Sodann ist das 2te Glied des bekannten Falls, nämlich 3 Ztr. mit dem größern ersten Gliede 4800 multiplicirt, und durch das kleinere 3099 dividirt, wie bei allen vorhergehenden Beispielen u. s. f.

Anmerkung. Die im vorstehenden §. erklärten Abkürzungen sind Zeit ersparend. Hingegen gewährt das im §. 126 C. angegebene Verfahren „des Zurückführens auf die Einheit des bekannten Falls und von „diesem auf die Mehrheit des Fragefalls" eine leichtere und deutlichere Einsicht in den Gang und die Gründe der Rechnung.

Es ist daher sehr anzurathen: die Rechnung möglichst abgekürzt nach §. 127 zu führen; sodann aber die Richtigkeit des gefundenen Resultates nach §. 126 C. zu erproben, oder auch den umgekehrten Weg zu gehen.

Als Uebungsbeispiele

rechne man hier wiederholt jene des §. 126, 127 u. 128 bis Nr. 809., mit Rücksicht auf die hier vorstehende Anmerkung, dann auch die folgenden

810) Die Stampfzeit für einen Kriegspulver-Einsatz ist 14 Stunden, wenn jeder Stampf in einer Minute 48mal herunterfällt (was bei normalem Wasserstande Statt hat). Um wie viel muß nun die Stampfzeit verlängert werden, wenn (wegen verminderten Wasserstandes) der Stampf per Minute nur noch 28mal herabfiele?

811) Als das Schäffel Korn 7 fl. 57 kr. kostete, wurde die tägliche Brodportion mit 2 kr. 5 hl. vergütet. Was kann diese Vergütung betragen, wenn der Preis des Schäffels auf 11 fl. 5 kr. steigt, u. der Brodpreis nur vom Kornpreis abhängt?

812) Als das Schäffel Weizen 12 fl. 21 kr. kostete, wog der Groschenwecken von Weizen 18 Loth 3 Quint. Was wird derselbe wiegen, wenn das Schäffel 16 fl. kostet?

813) Wenn 5 Mann eine Arbeit in 9 Stunden vollenden; wie lange werden dann 3 Mann hiezu brauchen?

814) Wie lange reichen 1080 Mann mit einem Vorrathe, mit welchem 1635 Mann $6\frac{1}{2}$ Monat reichen würden?

815) Eine Abtheilung braucht, um einen bestimmten Ort zu erreichen, 15 Tage, wenn sie täglich 8 Säulen-Stunden zurücklegt. Da sie aber 5 Tage früher ankommen soll, so fragt es sich, wie viele Säulen-Stunden sie nun täglich zurücklegen müsse?

816) Ein Mantel, an welchem $7\frac{1}{2}$ Ellen $1\frac{3}{4}$ Ell. breites Tuch sind, soll durchaus mit einem $\frac{3}{4}$ Ellen breiten Zeuge gefüttert werden; wie viele Ellen Futterzeug sind hiezu nöthig?

§. 129. Zusammengesetzte Zweisatz-Rechnungen.

A) Aus dem zusammengesetzten Werthe von Einheiten verschiedener Art, den Werth ihrer Mehrheiten zu finden.

z. B. Wenn 1 Mann in 1 Stunde 10 K'. Erde aushebt, wie viel können 7 Mann in 12 Stunden ausheben?

Regel zu A. Man berechne zuerst nur den Werth der Mehrheiten einer Art z. B. den Arbeitswerth der 7 Mann, ohne Rücksicht auf die Arbeitszeit (nach §. 126 A.); **sodann aus diesem den Werth der Mehrheiten einer folgenden Art** (ebenfalls nach §. 126 A.), **und fahre so fort, bis alle Mehrheiten, deren verbundener Werth zu finden ist, in Rechnung gezogen wurden.**

1) Rechnung des obigen Beispiels.

				Erläuterung und mündl. Rechn. Man sagt:
Bekannt.	1 Mann	in 1 Stund.	10 K.'	
Rechn.	7 „	„ 1 „	7.10 „	1) 7 Mann heben in 1 St. 7mal mehr aus, als 1 M.; und muß daher mit 7 die 10 K.' multipliciren.
	7 „	„ 12 „	12.7.10 „ = 840 „	2) in 12 St. heben die 7 M. 12mal mehr aus, als in 1 St.; u. muß daher mit 12 die 7.10 multipliciren.

Antw. 7 Mann heben in 12 St. 840 K.' aus.

Zweites Beispiel.

Wenn einen Baum (von ein Fuß Stammdicke) 1 Mann in 27 Minuten fällen und ausästen kann; wie lange werden zu einem Verhau von 300 solchen Bäumen 54 Mann brauchen?

	Baum.	Mann.	Min.	Erläuterung u. mündliche Rechnung.
Bekannt.	Zu 1 braucht	1	27	
Rechn.	„ 300 „	1	27.300	Zu 300 Bäum. braucht 1 Mann 300mal mehr Zeit als zu 1 B.; man muß daher mit 300 (die 27 Min.) multipliciren.

	Bäumen	Mann	Min.	
Zu	300 brauch.	54	$\frac{27.300}{54}$ 2	54 Mann brauchen zu den 300 B. 54mal weniger Zeit als 1 Mann; man muß daher durch 54 die 27 . 300 dividiren, und erhält $\frac{27.300}{54}$

Min., was nach §. 44. III. mit 27 abgekürzt wird, und nun $\frac{300}{2}$ Min. = 150 Min. = 2 Stunden 30 Minuten gibt.

Antw. Die 54 Mann brauchen zum Verhau von 300 Bäumen „$2\frac{1}{2}$ Stunden.“

Uebungsbeispiele.

817) Wenn ein Mann zur Anfertigung einer Patrone 2 Minuten braucht, wie lange brauchen zu 10,000 Pat. 25 Mann?

818) Wenn man 21 Stücke Zeug von 1 Elle Länge u. 1 Elle Breite zu einem Zelte braucht; wie viel Stücke, jedes zu 28 Ellen Länge und 1 Elle Breite braucht man zu 36 solchen Zelten.

819) 12 Mann sind auf 8 Tage einquartirt; der Quartierträger schlägt die täglichen Kosten per Mann auf 22 kr. 3 hl. an; was sind demnach die Gesammt-Kosten?

B. Aus dem zusammengesetzten Werthe von Mehrheiten verschiedener Art, den Werth ihrer zusammengesetzten Einheiten zu finden.

z. B. Ein Graben von 100 K′. Erde wurde von 2 Mann in 5 Stunden ausgehoben; wie viel K′. kann 1 Mann in 1 Stunde ausheben?

Regel zu B. Man berechne zuerst nur den Werth von einer der Einheiten. z. B. den Arbeitswerth von **1** Mann in 5 Stunden (n. §. 126 B.), **hierauf aus diesem den Werth einer der folgenden Einheiten, und fahre so** (jedesmal n. §. 126 B.) **fort, bis alle gegebenen Mehrheiten auf Einheiten gebracht sind.**

1) Ausrechnung des obigen Beispiels.

	Mann.		Stunden.		Erläuterung und mündl. Rechnung
Bek.	2	in	5	100 K′.	
Rechn.	**1**	„	5	$\frac{100}{2}$ K′.	Man sagt: **1** Mann hebt (in der nämlichen Zeit von 5 Stunden) 2mal weniger aus, als 2 M.: man muß daher 100 K′. durch 2 dividiren.
	1	„	**1**	$\frac{100}{2 \cdot 5}$ = 10 K′.	Sodann sagt man: In **1** Stunde (hebt 1 Mann) 5mal weniger aus als (1 M.) in 5 Stunden; man muß daher

den oben gefundenen Arbeitswerth eines Mannes in 5 Stunden, d. i. $\frac{100}{2}$ K′. durch 5 dividiren, und erhält $\frac{100}{2 \cdot 5}$ = 10 K′. als Arbeit von 1 Mann in 1 Stunde.

(Zweites Beispiel.)

Wenn zum Fällen und Ausästen von 20 Bäumen (zu 1 Fuß Stammdicke) 15 Mann 36 Minuten brauchen; wie lange braucht dann 1 Mann zu einem Baum?

	Mann	Baum	Min.	Erläuterung.
Bek.	15 zu	20	36	
Rechn.	1 „	20	36.15...	denn 1 Mann braucht 15mal mehr Zeit.
	1 „	1	$\frac{\overset{9}{\cancel{36}}.\overset{3}{\cancel{15}}}{\cancel{20}}$	zu 1 Baum 20mal weniger Zeit. Die Multipl. und Divisionen sind zuerst immer nur angedeutet; sodann ist $\frac{36.15}{20}$ n. §. 44 abgekürzt; nämlich 36 u. 20 mit 4 gehoben, wodurch man $\frac{9.15}{5}$ erhält; so-
			= 27 Min.	

dann noch 15 durch 5, wodurch 9.3 = 27 erhalten wird.

Antw. 1 Mann braucht zu 1 Baum 27 Minuten.

Anmerkung. Das Verfahren bei A und jenes bei B können sich gegenseitig zur Probe dienen.

Uebungsbeispiele.

820) 7200 Patronen wurden von 10 Mann in 24 Arbeitsstunden gefertigt und verpackt; a) was trifft von dieser Arbeit auf 1 Mann in 1 Arbeitsstunde? b) Welche Zeit braucht 1 Mann zu 1 Patrone?

821) Aus 7 Stücken Zeug zu 30 Ellen Länge und 2 Ellen Breite wurden 20 Zelte gemacht. Wie viele Stücke Zeug zu 1 Elle Länge u. 1 Elle Breite würde man zu einem solchen Zelte brauchen?

822) Jemand mußte für die Einquartierung von 12 Mann auf 8 Tage 35 fl. 47 kr. bezahlen. Was wurde demnach täglich für jeden Mann gerechnet?

C. Aus dem zusammengesetzten Werthe von Mehrheiten verschiedener Art, den zusammengesetzten Werth jeder andern Anzahl gleichnamiger Mehrheiten zu finden.

(Zusammengesetzte Zweisatzrechnungen.)

Regel zu C. Ansatz und Regel sind ganz übereinstimmend mit jener C. im §. 126, nur daß man

1.) aus dem bekannten Fall den zusammengesetzten Werth der Einheiten nach B. §. 129 sucht, und hieraus

2.) den Werth der Mehrheiten nach A. §. 129.

Beispiel.

10 Mann hatten in 24 Arbeitsstunden 7200 Patronen gefertigt und verpackt; welche Zeit können 25 Mann zu 10,000 Patronen brauchen?

Ansatz. 1.) Fr.	25 Mann	zu	10000 Patr.	br.	? St.		Erläuterung und mündl. Rechnung. Siehe unten:
2.) Bek.	10 „	„	7200 „	„	24 „		
Rechn. Aus 2.)	1 „	„	7200 „	„	24×10 St.	*	
	„ 1 „	„	1 „	„	$\frac{24 \times 10}{7200}$ „	**	
aus 1.)	25 „	„	1 „	„	$\frac{24 \times 10}{7200 \times 25}$ St.	†	
	„ 25 „	„	10000 „	„	$\frac{\overset{4}{\cancel{10000}} . \cancel{24} . 10}{\underset{3}{\cancel{7200}} . \cancel{25}}$	††	

$= \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$ Stund.

Antwort. Die 25 Mann brauchen zu 10 000 Patronen $13\frac{1}{3}$ Arbeitsstunden.

Erläuterung. Alle Fragen müssen begreiflich jedesmal auf die gesuchte Zahl geschehen, also hier auf die Stundenzahl:

* **1** Mann zu 7200 Ptr. braucht 10mal mehr Stunden als 10 M.; 1 Mann braucht also 24 . 10 Stunden.

** 1 „ „ **1** „ „ 7200mal weniger St. als zu 7200 Pat.; d. i. $\frac{24 \cdot 10}{7200}$ Std.

† **25** „ „ 1 „ brauch. 25mal weniger St. als 1 Mann; also $\frac{24 \cdot 10}{7200 \cdot 25}$ Std.

†† 25 „ **10000** „ „ 10000mal mehr Std. als zu 1 Pat.; d. i. $\frac{10000 \cdot 24 \cdot 10}{7200 \cdot 25}$ St.

Diese Divisionen und Multiplicationen, die, wie im gegenwärtigen Beispiel, jedesmal vorerst nur anzudeuten sind, wurden dann nach §. 44 III. abgekürzt, und geben hier oben $13\frac{1}{3}$ Stunden.

Anmerkung. Anstatt wie in der hier oben stehenden Rechnung in jeder folgenden Zeile das Resultat der vorhergehenden anzuschreiben, kann man kürzer die durch die folgenden Prüfungen nöthig werdenden Vermehrungen und Theilungen sogleich in die 1te Zeile der Rechnung hinauf schreiben. Nämlich:

Anf. 25 M. 10000 Pat. ? St.
10 „ 7200 „ 24 „

Rechn. **1** „ 7200 $\frac{24 . 10 . 10000}{7200 . 25} = \frac{24 . 10 . \overset{4}{\cancel{10000}}}{\underset{3}{\cancel{7200}} . \cancel{25}} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$
1 „ **1**
25 „ 1
25 „ **10000**

Uebungsbeispiele.

823) Wenn 2 Mann in 5 Stunden einen Graben von 100 K'. ausheben konnten; wie viel K'. können dann 7 Mann in 12 Stunden ausheben?

824) In 36 Minuten legten 15 Mann einen Verhau von 20 Bäumen an; wie lange werden 54 Mann zu einem Verhau von 300 Bäumen brauchen?

825) Wie viel Stücke Zeug, jedes zu 28 Ellen Länge und 1 Elle Breite, wird man zu 36 Zelten brauchen, wenn zu 20 solchen Zelten 7 Stücke Zeug, jedes von 30 Ellen Länge und 2 Ellen Breite nöthig waren?

826) In einer Kiste, deren Länge 3′ 4″ Ddz., Breite 2′ 7″ Ddz. und Tiefe 2′ betrug, gingen 8 Ztr. 78 Pfund 13 Lth. Pulver; wie viel Pulver wird in eine Kiste gehen, die $1\frac{1}{2}$ Fuß lang, 9″ Ddz. breit und 6″ Ddz. tief ist?

827) Als das Schäffel Weizen 12 fl. 21 kr. kostete, wog der Dreikreuzerwecken von Weizen 18 Lth. 3 Qnt.; was wird der Sechzehnkreuzerlaib wiegen müssen, wenn das Schäffel 16 fl. kostet?

828) Drei Stücke $\frac{7}{8}$ Ellen breite Leinwand, jedes Stück zu $31\frac{2}{3}$ Ellen, gaben 27 Hemden. Wie viel solche Hemden wird man aus 7 Stücken $1\frac{1}{16}$ Ellen breiter Leinwand, von der jedes Stück $29\frac{1}{2}$ Ellen mißt, erhalten?

§. **130.** Die Abkürzungen bei zusammengesetzten Zweisatzrechnungen

sind völlig übereinstimmend mit jenen für einfache Zweisatz-Rechnungen (§. 128), nur daß hier bei jedem der paarweise übereinander stehenden gleichnamigen Zahlen das dort angegebene Verfahren anzuwenden ist.

Beispiel zur Anwendung der Abkürzungen I., II. u. III. §. 128.

In 81 Arbeitsstunden fällten 36 Mann $90\frac{3}{4}$ Klafter Holz; wie lange werden 27 Mann zu $10\frac{5}{6}$ Klftr. brauchen.

$$\begin{array}{llll} \text{Mann.} & \text{Klftr.} & & \text{Stunden.} \\ {:}_9\ 27;\ 3 & 10\frac{5}{6}; & \times 12\quad 130 & ? \\ 36;\ 4 & 90\frac{3}{4}; & 1089 & 81 \\ \hline \frac{4}{3} & \times & \frac{130}{1089} & \times 81 \end{array} = \frac{4 \times 130 \times \overset{3}{81}}{3 \times \underset{121}{1089}} = 12\frac{108}{121} \qquad \begin{array}{r} 1560 \\ :(121) \\ \hline 350 \\ \hline 108 \end{array}$$

Antwort. Die 27 Mann zu $10\frac{5}{6}$ Klftr. brauchen $12\frac{108}{121}$ St., d. i. nahezu 13 Stunden.

Erläuterung. Die ersten Glieder „27 und 36 Mann“ sind abgekürzt n. §. 128 I. (sieh 1tes Beispiel); und bei den zweiten Gliedern „$10\frac{5}{6}$ und $90\frac{3}{4}$“ sind die Nenner weggebracht durch Multiplication mit ihrem kleinsten gemeinschaftlichen Nenner 12 n. §. 128 II. und Anmerkung.

Hierauf sagt man (n. §. 128 III.) 1) bei der Arbeiteranzahl:

„Da im Fragefall weniger Mann arbeiten, so brauchen diese mehr Stunden als im bekannten Fall; man multiplicire daher die 81 Stunden mit der größern Arbeiteranzahl 4 und dividire dieselbe durch die kleinere Anzahl 3, oder man multiplicirt 81 Stunden mit $\frac{4}{3}$;

Ferner sagt man bei der Klafteranzahl: da im Fragefall 130, also weniger Klftr. zu fällen sind als im bekannten Fall, so multiplicire man die Stundenanzahl $\frac{4}{3} \times 81$ mit der kleinern Klafteranzahl 130 u. dividire mit der größern 1089, oder man multiplicire $\frac{4}{3} \times 81$ mit $\frac{130}{1089}$. Man erhält als die im Fragefall nöthige Stundenzahl $\frac{4 \cdot 130 \cdot 81}{3 \cdot 1089}$ was vor Ausführung der Multiplicationen und Divisionen noch vorerst (n. §. 44 III.) durch 3 und durch 9 abgekürzt ist, und dann $\frac{1560}{121} = 12\frac{108}{121}$ d. i. nahezu 13 Arbeitsstunden gibt.

Zweites Beispiel.

Wie viel Stücke Zeug, jedes zu $19\frac{1}{2}$ Ellen Länge und $1\frac{10}{13}$ Ellen Breite wird man zu 80 Zelten brauchen, wenn zu 5 derselben 6 Stücke jedes von $30\frac{3}{4}$ Ellen Länge, und einer Breite von $2\frac{1}{2}$ Ellen nöthig waren?

Ell. Länge.	Ell. Breite.	Zelt	Stück Zeug.
$19\frac{1}{2}$; 78	$1\frac{10}{13}$; 46	80; 16	?
$\times 4$	$\times 26$	$:5$	
$30\frac{3}{4}$; 123	$2\frac{1}{2}$; 65	5; 1	6

$$\frac{123}{78} \times \frac{65}{46} \times \frac{16}{1} \times 6 = \frac{123 \cdot 65 \cdot 16 \cdot 6}{78 \cdot 46} = \frac{4920}{23} = 213\frac{21}{23} \text{ Stück.}$$

(Kürzung: 65 → 5, 16 → 8; 46 → 23, 6 gestrichen.)

Mehr Stücke,	Mehr Stücke,	Mehr Stücke,
	da im Fragefall:	
1) jedes Stück weniger Länge.	2) jedes Stück weniger Breite.	3) Mehr Zelte zu machen sind.

Antwort. Man braucht $213\frac{21}{23}$ Stücke Zeug.

Zur Uebung rechne man abgekürzt die Beispiele des §. 129. C.

Neunter Abschnitt.

Anwendung der Zweisatzrechnungen auf verschiedene Arten practischer Aufgaben.

In was immer für einer Richtung des Geschäfts-Lebens die Zweisatzrechnung Anwendung findet, stets geschieht das Auffinden der gesuchten Zahl des Fragefalls (oder der Fragezahl) nach den in den §§. 126 mit 130 angegebenen Regeln. Zur Uebung jedoch und um zugleich die Bedeutung einiger im Verkehr öfter vorkommender Ausdrücke, als z. B. Interessen, Rabatt, u. dgl. kennen zu lernen, sind hierfolgend mehrere Aufgaben, nach verschiedenen Richtungen des Geschäfts-Lebens abgetheilt, vorgetragen.

§. **131.** Die Preisberechnung bei Kauf und Verkauf geschieht nach dem einfachen Zweisatze u. man hat dabei entweder:

1) Von einer bekannten Menge der Waare den Preis zu finden,

wie §. 126 C. 1. Beispiel, §. 128. I. 2tes und II. 1tes Beispiel, und III. 4tes Beispiel; oder man soll

2) für einen gegebenen Preis die zugehörige Menge der Waare berechnen, wie §. 126. 7tes Beispiel, §. 128 I. 3tes Beispiel, und III. 5tes Beispiel.

Oefter kommen bei diesen Rechnungen noch Nebenumstände zu berücksichtigen, als z. B. Transport-, Verpackungs-Kosten 2c. 2c., geringerer Werth der Waare wegen erlittenen Schadens während des Transportes u. dgl. m. Diese werden nach §. 126. A. Zusatz III. gewürdigt. Z. B.

1) Jemand läßt sich von M. nach N. 1 Faß Wein zu 1 Schenk-Eimer 35 Maaß kommen; der Ankaufspreis beträgt 53 fl. 20 kr., der Transport per Maaß 6 kr.; was kostet in N. der Schenkeimer? die Maaß? die 3 Quart-Flasche?

```
Mß.    Eim. M.      fl. kr.
12; 60 ‖ 1  —       ?        (weniger)
19; 95 ‖ 1  35 kost. 53 20   im Ankauf.
                 ————— × 12
                 640 fl. = 33 fl. 41 kr. 8/19 hl. Ankf. per Eimer.
             : (19)          6 fl. — kr. — hl. Trsp. z. 6 kr. d. Mß.
                 70         39 fl. 41 kr. 8/19 hl. kost. 1 Eim. in N.
                 13 fl.        39 kr. 5 1/2 hl.  „  1 Mß. (§. 94.)
                 780 kr. × 60  29 kr. 6 1/8 hl.  „  3 Quart.
                  20
                   1
```

Anmerkung. Kaufleute bedienen sich überdieß eigener Geschäfts-Wörter, als z. B. „Thara“ für das Gewicht der Kisten, Säcke 2c., in welchen die Waaren verpackt sind; „Netto-Gewicht“ für das eigentliche Gewicht der Waare nach Abzug der Thara; „Brutto-Gewicht“, jenes mit Einschluß der Thara.

Bei Waaren, die sich nicht auspacken lassen, um die Thara durch Abwägen zu bestimmen, gibt der Verkäufer auf den Zentner Brutto einige Pfunde als Thara zu, oder läßt sich vom Zentner Brutto einige Pfunde als Thara abziehen.

2tes Beispiel. Ein Zeughaus erhält 3 Fässer Schmier im Brutto-Gewicht von 4 Ztr. 67 ℔.; bezahlt das Pfund Netto zu 20 kr. und zieht 8 Pfd. per Zentner-Brutto als Thara ab. Was kostet diese Lieferung?

```
Pfd. Brutto      Pfd. Netto.             ‖  1 Pfd. Netto kost. 20 kr.
467      sind       ?    (mehr)          ‖  429 16/25 „ „ „ 429 16/25 . 20 kr.
100                92                    ‖    = 143 fl. 12 kr. 3 1/5 pf.
———————————————————— × 467
                  934
                4203
               ——————
               429|64
          :(1  |00) = 429 16/25 ℔. Netto ‖
```

Antwort. Die Lieferung kostet 143 fl. 12 kr. 3 1/5 pf.

Uebungsbeispiele.

829) Der Ankauf von 1 Ohm 24 Mß. Wein betrug 42 fl. 50 kr., die Fracht 30 fl. 14 kr.; wie hoch kömmt der Eimer?

830) 80 ℔ Pulver kosteten im Ankauf 54 fl., die Fracht betrug 2 fl. 38 kr., die Mauth 7 fl. 16 kr. 5 hl., und 2 Pfund Pulver waren wegen schlechter Verpackung verloren gegangen; was kosten 9 Pfund von diesem Pulver?

§. 132. Arbeitsrechnungen.

Bei diesen kommen 3 verschiedenartige Zahlen vor:
1.) Die Arbeitskräfte (Menschen, Thiere, Maschinen.)
2.) Die Arbeitszeit und 3.) Die Größe der Arbeit.

Wenn diese 3 Zahlen in irgend einem Falle (z. B. durch Erfahrung) bekannt sind, so kann in einem ähnlichen Fall aus 2 derselben die 3te Zahl nach §. 126. C., oder nach §. 128. III. oder §. 129 C. berechnet werden?

1. Beispiel. a) (Die Größe der Arbeit ist gesucht.)

9 Mann vollendeten in 3 Tagen zu 8 Arbeitsstunden 10 Fladderminen von 8′ Tiefe; wie viele solche Minen von gleicher Tiefe werden 24 Mann in 2 Tagen zu 12 Arbeitsstunden fertigen können?

	Kraft.	Zeit.		Arbeit.
	Mann.	Tag.	Stund.	Minen.
1.) Fr.	24	2	12	?
2) Bek.	9	3	8	10
	1	3	8	10
	1	1	8	
	1	1	1	
	24	1	1	
	24	2	1	
	24	2	12	

$$10 \;.\; \frac{24.2.12}{9.3.8} = \frac{10.24.2.12}{9.3.8} = \frac{80}{3} = 26\tfrac{2}{3}$$

Die Rechnung ist nach §. 129 C. geführt; die 8′ Tiefe weggelassen, da sie in beiden Fällen die nämliche ist.

Antwort. $26\frac{2}{3}$ Fladderminen.

1. Beispiel. b. (Gesucht eine Zahl, von der die Größe der Arbeit theilweise abhängt.)

Bei einem Canal sind 150 Erdarbeiter angestellt; in welcher Länge können diese innerhalb 3 Tagen zu 6 Arbeitsstunden den Canal führen, der eine Breite von 10′ und Tiefe von 6′ erhalten soll? Bekannt ist, daß 16 Arbeiter in 2 Tagen zu 8 Stunden den Canal bei 8′ Breite, 9′ Tiefe, jedoch bei nur $\frac{1}{2}$ so schwer zu bearbeitendem Boden auf 100 Fuß Länge vollendeten.

	Kraft.	Zeit.		Arbeit.			
	Mann.	Tag.	Stund.	Br.	Tiefe.	Schw.	Länge.
Fr.	150	3	6	10′	6′	1	?
Bek.	16	2	8	8	9	$\frac{1}{2}$	100

Die Rechnung ist nach §. 128 III. geführt. Man prüfe das Resultat nach 126. C.

$$\frac{150}{16} \times \frac{3}{2} \times \frac{6}{8} \times \frac{8}{10} \times \frac{9}{6} \times \frac{1}{2} \times 100 = \frac{\overset{75}{150}.3.6.8.9.\overset{5}{100}}{16.2.8.10.6.2}$$

$$= 632\tfrac{13}{16} \text{ Fuß Länge.}$$

Erläuterung. mehr M. voll. mehr Länge. — mehr Tage mehr Länge. — weniger Stunden weniger Länge. — mehr Breite weniger Länge. — weniger Tiefe mehr Länge. — schwerer, weniger Länge.

2tes Beispiel. (Die Arbeits-Zeit gesucht.)

Wie viel Tage zu 10 Arbeitsstunden brauchen 28 Mann zur Anfertigung von 1500 Pallisaden aus bereits gefällten Baumstämmen? da bekannt ist, daß 12 Mann in 2 Tagen zu 4 Arbeitsstunden 480 Pallisaden aus gefällten Stämmen anfertigten.

	Mann.	Pallis.	Arbeits-Zeit St.	Tag.
1.) Fr.	28	1500	10	?
2.) Bek.	12	480	4	2

Die Rechnung ist n. §. 129. C. geführt. Man prüfe das Resultat n. §. 128. III.

Aus 2)	**12**	480	4
	1	**480**	4
	1	1	**4**
Aus 1)	**28**	1	1
	28	**1500**	1
	28	1500	**10**

$$\frac{2 \cdot 12 \cdot 4 \cdot 1500}{480 \cdot 28 \cdot 10} = \frac{2 \cdot 12 \cdot 4 \cdot 1500}{480 \cdot 28 \cdot 10} \quad (4,\ 14)$$

$$= 1\tfrac{1}{14} \text{ Tg.}$$

Antw. 1 Tag $\frac{5}{7}$ St.

3tes Beispiel. (Die Arbeits-Kraft gesucht.)

Mit 6 Pferden wurden in 2 Tagen 18 Schäffel Getreide 4 Meilen weit geführt. Wie viel Pferde wird man brauchen, um in 5 Tagen 140 Schffl. 13 Meilen weit zu führen?

Zeit.	Arbeit.		Kraft.
Tag.	Schffl.	Ml.	Pferd.
5	140	13	?
2	18	4	6

Die Rechnung ist nach §. 129 geführt. Man prüfe sie nach §. 127.

$$\frac{2}{5} \times \frac{140}{18} \times \frac{13}{4} \times 6 = \frac{2 \cdot \overset{7}{140} \cdot 13 \cdot 6}{5 \cdot \underset{3}{18} \cdot 4} = \frac{182}{3} = 60\tfrac{2}{3}$$

Antwort. Man braucht 61 Pferde.

Anmerkung. In ganz ähnlicher Art werden auch die Rechnungen geführt über Verbrauch oder Anlegung von Vorräthen für irgend eine Anzahl Verzehrender auf irgend eine Zeit.

Uebungsbeispiele.

831) 3 Mann fertigen in 4 Tagen 30 Wolfsgruben; wie viele werden demnach von 26 Mann in $1\frac{1}{2}$ Tagen vollendet?

832) Wenn 8 Mann eine Arbeit in 7 Stunden vollendeten, wie viel Mann können eine gleich große Arbeit in 4 Stunden vollenden?

833) In $15\frac{1}{2}$ Stunden erbauten 60 Mann eine Schanze; wie viel Mann sind nöthig, um ein gleich großes Werk in 9 Stunden zu vollenden?

834) Wie viel Getreide bedarf eine Besatzung in 1 Jahr 5 Monaten, die in $3\frac{1}{3}$ Monat $254\frac{5}{6}$ Schäffel verzehrte?

835) Eine Besatzung von 800 Mann ist so mit Proviant versehen, daß dem Manne täglich $1\frac{1}{2}$ Pfund Brod und 15 Loth Fleisch abgegeben werden können. Dieselbe wird um 250 Mann vermehrt; wie sind nun die täglichen Portionen?

836) Bei einem Versuche vollendeten 100 Mann in 2 Tagen, zu täglich 8 Arbeitsstunden, einen Laufgraben von 1090 Fuß Länge, 7 Fuß Breite und 8 Fuß Tiefe; in wie viel Tagen zu $6\frac{1}{2}$ Stunden werden 350 Mann einen solchen Graben von jedoch 2000 Fuß Länge, 10 Fuß Breite, und 6 Fuß Tiefe zu Stande bringen?

837) In welcher Zeit können auf 8 Mühlgängen 57 Schäffel 5 Metzen Korn gemahlen werden, da auf einem solchen Gange in 14 Stunden 1 Schäffel 4 Mtz. gemahlen wurden?

838) Zu einer Mauer, die 10 Fuß hoch und $2\frac{1}{2}$ Fuß dick ist, wurden in einer Länge von 18 Ruthen Odz.-Maaß 5283 Steine verwendet; wie viel Ruthen Länge kann man mit 20700 Steinen aufbauen, wenn die Mauer 14′ hoch und $3\frac{1}{2}$ Fuß dick werden soll?

839) Eine Festung ist in der Art verproviantirt, daß 3 Monate hindurch einer Besatzung von 8000 Mann täglich $1\frac{3}{4}$ Pfund Brod abgegeben werden können. Nun erhält sie Ordre, mit ihrem Vorrathe 25 Tage länger auszureichen, und 1000 Mann fortzuschicken; wie müssen nun die täglichen Portionen abgegeben werden?

§. 133. Rechnung nach Procenten.

Procent bedeutet „vom Hundert", und es ist gebräuchlich, den Werth mancher Dinge nach Procenten (d. i. nach dem Hundert) anzugeben, anstatt von der Einheit. Sagt z. B. ein Geschäftsmann, er gewinne 12 Procent, so heißt dieß: „er gewinnt von jedem 100 fl. (oder 100 Thlr. ꝛc.), die in seinem Geschäfte verwendet sind, 12 fl. (oder 12 Thlr. ꝛc.)". Oder heißt es z. B. „beim Gießen von Bleikugeln

gehen $2\frac{1}{2}$ Procent verloren", so hat dieses die Bedeutung, daß $2\frac{1}{2}$ ℔. (oder $2\frac{1}{2}$ Ztr. 2c.) von jeden eingesetzten 100 ℔. (oder 100 Ztr. 2c.) Blei, durch das Feuer verloren gehen oder verbrennen, und daß also „100 ℔. Blei nur $97\frac{1}{2}$ ℔. Kugeln geben".

Aus der Angabe der Procente, d. i. aus dem Werth der Mehrheit „100" kann man den Werth jeder andern Mehrheit finden (nach §. 126 Regel C.), so wie man auch umgekehrt aus dem Werthe irgend einer Mehrheit die Procente (d. i. den Werth von 100) berechnen kann. Die Angabe der Procente bildet dabei immer einen der beiden Fälle. Kürze wegen wird „Procent" durch prc. oder % bezeichnet.

A. Gewinn= und Verlust=Rechnungen nach Procenten.

Die dabei vorkommenden verschiedenen Zahlen sind:
1) Der nach Procenten angegebene Gewinn oder Verlust,
2) die Einlage, mit der gewonnen oder verloren wird,
3) Gewinn oder Verlust mit dieser Einlage.

1tes Beispiel. (Gewinn oder Verlust zu finden.)

Jemand verwendet 860 fl. in einem Geschäfte, das 9 Procent Gewinn bringt; was gewinnt er mit diesen 860 fl.?

Rechnung nach §. 126 C.

	fl.	fl. Gewinn.
1) Fr.=Fall.	860	?
2) Bek. „	100	9
	1 gew.	$\frac{9}{100}$
	860	$\frac{860 \cdot 9}{100} = \frac{774}{10}$ fl. $= 77$ fl. 24 kr.

Rechnung nach §. 128.

	fl.	fl. Gewinn.
Fr.	860	? (mehr)
: 20)		
Bek.	100	9

$\frac{43}{5} \times 9 = \frac{387}{5}$ fl. = 77.24 fl. kr.

Antwort. Der Gewinn mit 860 fl. ist 77 fl. 24 kr.

Anmerkung. Die Rechnung wäre ganz die nämliche, wenn das Geschäft, statt Gewinn, 3% Verlust brächte.

2tes Beispiel. (Die Procente sind zu finden.)

Beim Gießen von Kugeln wurden aus 4 Ztr. 45 ℔. Blei nur 4 Ztr. 33 ℔. 28 Loth Kugeln erhalten, so daß also der ganze Feuerabgang 11 ℔. 4 Lth. betrug. Wie viel Procent gingen verloren?

		℔. Blei.	℔. Abgang.
20	Bei	100	? (weniger)
: 5)			
89	„	445	$11\frac{1}{8}$

$\frac{20}{89} \cdot \frac{89}{8} = \frac{20}{8} = 2\frac{1}{2}$ ℔.

Antwort. Es gehen demnach bei 100 ℔. verloren $2\frac{1}{2}$ ℔., d. h. der Feuerabgang ist $2\frac{1}{2}$ %.

3tes Beispiel. (Die Einlage ist zu finden.)

Jemand mußte für eine Geldsendung von M. nach N. 7 fl. 18 kr. Porto bezahlen. Welche Summe wurde versendet, wenn die Post bei Geldsendungen das Porto nach % berechnet, und von M. nach N. $2\frac{2}{5}$ % verlangt?

	Porto (Verlust).	Einlage.
73	$7\frac{3}{10}$ fl.	? fl. (mehr)
24	$2\frac{2}{5}$ „	100 „

$$\frac{73}{24} \times 100 = \frac{7300}{24} \text{ fl.} = \frac{1825}{6} \text{ fl.} = 304 \text{ fl. } 10 \text{ kr.}$$

Antwort. Es wurden 304 fl. 10 kr. versendet.

4tes Beispiel. (Die Einlage zu finden, wenn man sie vereint mit Verlust oder Gewinn kennt.)

Wie viel Blei braucht man, um 1940 ℔. gegossene Kugeln zu erhalten, wenn 3% Blei beim Gießen verloren gehen?

	℔. Kugeln oder Einlage an Blei nach Abzug des Feuer-Verlustes.		℔. Blei. Einlage.
Fr.	1940	waren	?
Bek.	97	„	100
	1	war	$\frac{100}{97}$
	1940	waren	$1940 \times \frac{100}{97}$
			$= 20 \times 100$

Antw. Die Einl. an Blei = 2000 ℔. Blei.

Erläuterung. Im Fragefall hat das erste Glied den Namen „Einlage nach Abzug des Verlustes", und das gesuchte 2te Glied hat den Namen „Einlage."

Um nun in dem bekannten Falle 2 Glieder zu erhalten, die gleichnamig mit jenen des Fragefalls sind, (§. 126. C.), muß man in der Angabe der Procente „100 ℔. Blei haben 3 ℔. Feuer-Verlust" von der Einlage „100 ℔. Blei" auch den Verlust „3 ℔." abziehen. Man erhält dann als bekannten Fall „97 ℔. Kugeln (d. i. 100 ℔. Blei-Einlage — 3 ℔. Feuer-Verlust) waren 100 ℔. Blei-Einlage," und da dessen 2 Glieder, denen über ihnen stehenden des Fragefalls gleichbenannt sind, so geht nun die Rechnung nach der Regel C. §. 126 (oder §. 128 III.).

Uebungsbeispiele.

840) Jemand kaufte ein Pferd um 36 Louisd'or und verkauft es wieder mit 16% Gewinn. Was wird bei diesem Handel gewonnen, und wie theuer wurde das Pferd verkauft? (Letzteres ergibt sich durch Addition des Gewinnes und der Einkaufssumme.)

841) Jemand verkauft mit einem Verluste von 525 Thlr. ein Haus, das er um 6250 Thlr. gekauft hatte. Wie viel Procent verliert er?

Anmerkung. Die nämliche Aufgabe könnte auch heißen: „Jemand „verkauft um 5725 Thlr. ein Haus, das er um 6250 Thlr. gekauft „hatte, wie viel Procent verliert er?"

842) Wenn aus Erfahrung bekannt ist, daß beim Kugelgießen aus altem Blei höchstens 6 Procent verloren gehen, was ist dann der höchste Feuerabgang bei 24 Ztr. 39 ℔. 20 Loth altem Blei?

843) A. erhielt 554 fl. 40 kr. als Gewinn aus einem Unternehmen, das $17\frac{1}{3}$ Prct. abwirft. Mit welcher Summe war er betheiligt?

844) Ein Krämer kaufte den Zentner Caffee um 48 fl. und will beim Verkaufe 24 oder 30% gewinnen, je nachdem er Pfund- oder Lothweise verkauft; wie muß er das Pfund, wie das Loth geben?

845) Der Ertrag eines Gutes ist, wegen verbesserter Oeconomie in diesem Jahre um 8 Procent größer als im vorigen. Der diesjährige Ertrag ist 1890 fl., wie viel war der vorjährige?

846) Wie viel Blei braucht man zum Gießen von 9600 Kugeln, von denen jede 1 Lth. $2\frac{1}{2}\frac{2}{5}$ Qt. wiegt, und wenn aus Versuchen bekannt ist, daß das zu verwendende Blei 4% Feuerabgang hat?

847) P. in M. wohnend, schuldet dem S. in N. 2500 fl., die er ihm durch die Post unfrankirt zusenden, jedoch billigerweise so viel beilegen will, daß dem S., nachdem er das Porto in N. bezahlt hat, noch die ihm schuldigen 2500 fl. rein übrig bleiben. Wie viel muß P. dem S. übersenden, da die Post in N. 2% Porto verlangt?

B. Zinsen- oder Interessen-Rechnung.

Wenn Jemand einem Andern Geld leiht, so bezahlt der Letztere (Schuldner) dem Ersteren (Gläubiger) eine Miethe für die Benützung des Geldes, in ähnlicher Art wie für die Benützung eines Feldes, Hauses u. dgl.

Das hergeliehene Geld heißt „Capital" und die Miethe hiefür „die Interessen oder die Zinsen." Diese werden nach Procenten bestimmt (sieh A.), in der Art, daß Schuldner und Gläubiger übereinkommen, wie viel für jedes 100 des Capitals (oder Darlehens) jedes Jahr Miethzins zu bezahlen ist. Ein Capital zu 4% verzinsen, heißt demnach: für jede geliehene 100 fl. (oder 100 Thlr. ɔc.) jährlich 4 fl. (oder 4 Thlr. ɔc.) Miethzins bezahlen.

Die bestimmte Angabe der Procente heißt auch der Zinsfuß; so z. B. ist jetzt in Bayern der höchste gesetzliche Zinsfuß 5 Prct. (bei Wechselforderungen 6), und der Staat verzinset zu $3\frac{1}{2}$%, 4%, $4\frac{1}{2}$ und 5%.*)

Von der bayer. Staatsschuld werden die Interessen theils ganzjährig, theils halbjährig verabfolgt. Im bürgerlichen Verkehr ist letzteres gewöhnlicher, so daß z. B. bei 4% Verzinsung der Schuldner nach Ablauf jedes halben Jahres für jede 100 fl. Capital 2 fl. Zins bezahlt.

Wenn von einem Capital, besonderer Umstände wegen, die Interessen von Monaten oder Tagen zu entrichten sind, so wird gewöhnlich (auch auf den Staats-Cassen) jeder Monat gleichförmig zu 30, also das Jahr zu 360 Tag (anstatt zu 365) gerechnet.

*) Mit dem höchsten gesetzlichen Zinsfuß, dessen Ueberschreiten Wucher heißt, dürfen nicht die Procente verwechselt werden, die ein Geschäftsmann durch Umsicht und Fleiß aus seinem Betriebs-Capital zieht, und die auf rechtmäßigem Wege zu erhöhen verdienstlich ist. Auch stand zu Zeiten, wo wenig Geld im Umlauf war, oder auch jetzt noch in Ländern, wo dieß der Fall ist, der gesetzliche Zinsfuß höher als 5%. So im Mittelalter 10 bis 12 Proc., desgleichen jetzt noch in Griechenland ɔc. — In neuester Zeit ist die Aufhebung der Zinsbeschränkung angeregt; indem, wie bei Wohnung ɔc., die mehr oder mindere Nachfrage um Capital, den Zins hiefür bestimmen soll.

Aus vorstehendem erklärt sich, daß bei der Interessen-Rechnung 4 verschiedene Zahlen vorkommen, nämlich: das Capital, der Zinsfuß oder die Procente, die Zeit und die Interessen. Welche dieser 4 Zahlen aber auch die gesuchte eines Beispiels sey, so kann deren Ausrechnung nach dem Zweisatze (§. 126 u. 129) geschehen, und man hat dabei nur zu beachten, daß der Zinsfuß einen der beiden Fälle ausmacht, und also jedesmal in seiner eigentlichen Bedeutung ausgesprochen werden muß. Nämlich, anstatt zu 4 Prct. sage man, „wenn 100 fl. in 1 Jahr 4 fl. Zinsen tragen;“ anstatt zu wie viel Procent? sage man „100 fl. tragen in 1 Jahr, wie viel Zinsen?

1tes Beispiel. (Es sind die Interessen eines Jahres zu finden.)

Jemand hat 492 fl. 42 kr. zu $3\frac{1}{2}$ % ausgeliehen, was bezieht er an jährlichen Zinsen?

Rechnung nach §. 126 C.

	fl. Capit.	Jahr.	fl. Zins.
1) Fr.	$492\frac{7}{10}$	1	?
2) Bek.	100	1	$3\frac{1}{2}$
Aus 2)	1	1	$3\frac{1}{2}:100=\frac{7}{200}$
Aus 1)	$492\frac{7}{10}$	1	$492\frac{7}{10}\times\frac{7}{200}$ $=\frac{4927\cdot7}{10\cdot200}$ fl.

Rechnung nach §. 128 III.

	fl. Cap.	Jahr.	fl. Zins.
. 10	$492\frac{7}{10}$	1	? (mehr)
	~~100~~	1	$3\frac{1}{2}$

$\frac{4927}{1000}\times\frac{7}{2}=\frac{34|489}{2|000}$ fl.

$=17\frac{489}{2000}$ fl.

$=17$ fl. 14 kr. $5\frac{18}{50}$ hl.

(n. §. 118.)

$=\frac{34|489}{2|000}=17$ fl. 14 kr. $5\frac{18}{50}$ hl.

Antwort. Die jährlichen Zinsen von 492 fl. 42 kr. zu $3\frac{1}{2}$ % sind 17 fl. 14 kr. $5\frac{18}{50}$ hl.

Uebungsbeispiele.

848) Was sind die Jahres-Interessen eines Cap. von 341 fl. zu 4 %?

849) Was tragen 570 fl. jährlich Zinsen zu $3\frac{1}{2}$ Procent?

2tes Beispiel. (Das Capital zu finden aus den einjährigen Zinsen.)

Wie groß ist das Capital, das zu 5 % jährlich 1242 fl. Zins trägt?

Erläuterung und Rechnung nach §. 126. C.

		fl. Zins.	Jahr.	fl. Cap.	
Fr.	Zu	1242	1	?	
Bek.	„	5	1	100	
	Zu	1	1	$\frac{100}{5}=20$	um 5mal wenig. Zinsen zu erhalten, braucht man auch 5mal wenig. Cp.
	„	1242	1	1242×20 $=24840$ fl.	um 1242mal mehr Zins zu erhalten, muß das Cap. 1242mal größer seyn.

Antwort. Das Capital muß 24840 fl. betragen.

Anmerkung. Die Probe geschieht nach §. 127.

Uebungsbeispiele.

850) Wie groß ist das Capital, welches bei $3\frac{1}{3}$ procentiger Verzinsung jährlich 13 fl. 44 kr. 3 pf. Zins trägt?

3tes Beispiel. (Den Zinsfuß finden aus den einjährigen Zinsen.)

Jemand hat ein Capital von 522 fl. bei einer Sparcasse angelegt, und erhält dafür jährlich 17 fl. 24 kr. Zinsen. Zu welchem Zinsfuß oder zu wie viel Procent verzinset diese Casse?

Die Rechnung ist n. §. 128. III. geführt. Die Prüfung heißt: Ein kleineres Capital (da jenes des Fragefalls nur 100 ist) bringt weniger Zins.

	fl. Cap.	Jahr.	fl. Zins.
Fr.	100	1	? (weniger)
Bek.	522	1	$17\frac{2}{5}$

$$\frac{100}{522}\times 17\frac{2}{5}=\frac{100\cdot 87}{522\cdot 5}=\frac{20\times 87}{522}=\frac{10}{3}=3\frac{1}{3}.$$

Antwort. Der Zinsfuß ist $3\frac{1}{3}$ Procent.

Uebungsbeispiel.

851) Jemand hatte 6 Kronenthaler entlehnt, und bezahlte hiefür als Jahreszins 30 kr.; zu wie viel % verzinste er das Darlehen?

4tes Beispiel. (Die Interessen von mehreren Jahren oder Monaten rc. finden.)

Was sind die Interessen von 428 fl. nach 5 Jahren zu $3\frac{1}{2}$ %?

	fl. Capital.	Jahre.	fl. Zins.
1)	428	5	?
2)	100	1	$3\frac{1}{2}$
Aus 2)	1	1	
" 1)	428	1	
	428	5	

$$\frac{7}{200}\times 428\times 5=\frac{7\times 428\times 5}{200}$$

Antw. Die Zinsen von 428 fl. nach 5 Jahren = 74 fl. 54 kr.

Anmerkung. Ist ein Capital auf mehrere Monate, Tage ausgeliehen, so bringe man die Zeit in beiden Fällen auf Monate, und rechne dabei den Monat zu 30 Tag. Genauer ist es (aber nicht gewöhnlich) die Monate nach ihrer verschiedenen Tagesanzahl, also das Jahr zu 365 Tag, zu rechnen. Z. B. wie viel Zinsen tragen 290 fl. zu 4 Prct. vom 25. Jänner bis 6. July, d. i. in 5 Monat 12 Tag.

fl. Cap.	Monat	fl. Zins.
290	$5\frac{2}{5}$	?
100	12	4

Erläuterung.

5 M. 12 T. = $5\frac{12}{30}$ M. = $5\frac{2}{5}$ M.

$$\frac{29}{10}\times\frac{27}{60}\times 4=\frac{29\cdot 27\cdot 4}{600}\text{ fl.}=5\frac{11}{50}\text{ fl.}=5\text{ fl. }13\text{ kr. }\frac{4}{5}\text{ pf.}$$

Antwort. Die Zinsen von 290 fl. zu 4 Pct. in 5 Monat 12 Tag sind 5 fl. 13 kr.

Uebungsbeispiele.

852) Wie viel Interessen tragen 320 fl. in 6 Jahren zu 4%?

853) " " " " 10 fl. 48 kr. in 3 Woch. zu 5%?

5tes Beispiel. (Das Capital finden aus mehrjährigen Zinsen.)

Welches Capital trägt in 4 Jahren zu 5% ausgeliehen 216 fl. Zinsen?

fl. Zins.	Jahr.	fl. Cap.
216	4	?
5	1	100

Erläuterung.
Mehr Zinsen brauchen mehr Capital.
Mehr Jahre " weniger "

$$\frac{216}{5} \times \frac{1}{4} \times 100 = \frac{21600}{20} = 1080 \text{ fl. Capital.}$$

Uebungsbeispiel.

854) Wie groß ist das Capital, das in 15 Tagen zu $3\frac{1}{2}$ Prct. 5 fl. 17 kr. Zinsen trägt? das Jahr zu 365 Tag gerechnet?

6tes Beispiel. (Frage nach der Zeit.)

Wie lange müssen 7500 fl. zu 4 Procent ausgeliehen werden, um 500 fl. Interesse zu bringen?

fl. Cap.	fl. Zins.	Jahr.
7500	500 125	?
: 100 100	: 4) 4 1	1

Erläut. Die Abkürzungen sieh §. 128, die Prüfung hier unten.

$$\frac{1}{75} \times \frac{125}{1} \times 1 = \frac{125}{75} = 1\frac{2}{3} \text{ Jahr} = 1 \text{ Jahr } 8 \text{ M.}$$

(gekürzt: $\frac{5}{3}$)

Je größer das Capital ist, desto weniger Jahre muß es ausgeliehen seyn, um 500 fl. Zins zu tragen.

Je mehr Zinsen man will, desto mehr Jahre muß das Capital ausgeliehen seyn.

Antwort. Die 7500 fl. müssen 1 Jahr 8 Monat zu 4% ausgeliehen seyn.

Uebungsbeispiel.

855) Wie lange müssen 10000 fl. zu 5% ausgeliehen seyn, um 150 fl. Interessen einzutragen?

7tes Beispiel. (Frage nach dem Zinsfuß aus mehrjährigen Interessen.)

Zu wie viel Procent war ein Capital von 1080 fl. ausgeliehen, da dessen 4jährige Zinsen 216 fl. betrugen?

fl. Cap.	Jahr.	fl. Zins.
100	1	?
1080	4	216

$$\frac{100}{1080} \times \frac{1}{4} \times 216 = \frac{100 \times 216}{1080 \times 4} = 5 \text{ Proc.}$$

(gekürzt: $\frac{54}{2}$)

Uebungsbeispiel.

856) Es hat Jemand ein Capital von 288 fl. bei einer Spar=Casse anliegen, und erhält hiefür vom 13. November 1839

mit 7ten Juli 1840 die Zinsen 6 fl. 16 kr. Zu wie viel Procent verzinset diese Casse? (1 Monat = 30 Tag.)

8tes Beispiel. (Zins- und Ausleih-Capital sind vereint bekannt.)

Als Capital und dessen einjähriges vierprocentiges Interesse wurden 1905 fl. 48 kr. zurückbezahlt. Wie groß war 1) das ausgeliehene Capital? und 2) wie viel betragen die Interessen?

	fl. Cap. u. Zins.		Jahr.		fl. Cap.
Fr.	$1905\frac{4}{5}$	vor	1	war.	?
Bek.	104	"	1	"	100
	1	"	1	"	$\frac{100}{104}$
	$1905\frac{4}{5}$	"	1	"	$\frac{100}{104} \times \frac{9529}{5}$

$= 952900 = 1832\frac{1}{2}$

: (520)
432
169
130
Rest 26

Cap. u. Zinsen n. Angabe = 1905 fl. 48 kr.
D. Ausleih-Cap. ist gef. = 1832 fl. 30 kr.
Daher d. Interessen allein = 73 fl 18 kr.

Erläuterung. Man muß zuerst das Capital finden, um sodann durch Subtraction dieses von $1905\frac{4}{5}$ fl. die Interessen zu erhalten. Die Berechnung des Capitals geschieht wie jene der Einlage 4. Beisp. A.

Im Fragefall hat das gegebene erste Glied den Nam. „Capital sammt Zinsen" und das gesuchte 2te Glied den Namen „Capital."

Um in dem bekannten Fall zwei Glieder zu erhalten, die gleichnamig mit jenen des Fragefalls sind, (§. 126. C.) braucht man nur bei der Angabe des Zinsfußes, d. i. bei „100 fl. Cap. in 1 Jahr tragen 4 fl. Zinsen" auch zum Capital 100 dessen einjährige Zinsen 4 zu addiren: man erhält nun als bekannten Fall „104 fl. Cap. sammt Zins. waren vor 1 Jahr nur 100 fl. Cap."; und da diese 2 Glieder, denen des Fragefalls gleichbenannt sind, so rechnet man nun völlig n. §. 126 C. Man sagt nämlich: da 104 fl. Capital u. Zinsen vor 1 Jahr nur 100 fl. Ausleihcapital waren, so war ein 104mal kleineres Capital sammt Zinsen (d. i. 1 fl.) vor 1 Jahr auch ein 104mal kleineres Ausleihcapital (d. i. $\frac{100}{104}$ fl.), u. ein $1905\frac{4}{5}$mal größeres Capital sammt Zinsen auch ein $1905\frac{4}{5}$mal größeres Ausleihcapital.

Man findet 1832 fl. 30 kr. Ausleih-Capital. Als Probe berechne man hievon die einjährigen 4procentigen Zinsen (n. §. 126 C.); man wird als solche 73 fl. 18 kr. finden, die mit 1832 fl. 30 kr. zusammen 1905 fl. 48 kr. geben.

Uebungsbeispiel.

857) Wie groß ist das Capital, das mit seinen einjährigen $3\frac{1}{2}$procentigen Zinsen 589 fl. 57 kr. ausmacht?

9tes Beispiel.

Jemand hatte vor 2 Jahren ein Capital zu 4 Procent ausgeliehen, und erhielt nach dieser Zeit 1026 fl. als Capital sammt den 2jährigen Zinsen heimbezahlt. Wie groß ist das ausgeliehene Capital?

fl. Cap. sammt 2jähr. Zinsen.		Capital.
1026	war	? (mehr)
108	„	100

$$\frac{1026}{108} \times 100 = 102600 = 950 \text{ fl.}$$
(: 108)
540
0

Erläuterung. Man muß in dieser, wie in der vorhergehenden und jeder ähnlichen Aufgabe, der Angabe der Procente eine andere Fassung geben. Man sagt nämlich: da 100 fl. in 1 Jahr 4 fl. Zins tragen, so tragen diese in 2 Jahr 8 fl. Zins, und das Capital 100 fl. sammt seinen 2jährigen Zinsen beträgt 108 fl. Dieses aber ist nun der bekannte Fall. Im übrigen geht die Rechnung völlig wie im 8ten Beispiele, oder nach §. 128 III.

Antw. Das vor 2 Jahren ausgeliehene Capital betrug 950 fl.

Als Probe berechnet man die Zinsen von 950 fl. zu 4 Procent in 2 Jahr (nach §. 126); man findet als solche „76 fl."; und da diese zu 950 fl. addirt 950 + 76 = 1026 geben, so ist das gefundene Resultat 950 fl. richtig.

Uebungsbeispiele.

858) Jemand hatte vor 1 Jahr 8 Monaten ein Capital zu 4% ausgeliehen, und erhielt nach dieser Zeit 8000 fl. als Capital und Zinsen zurückbezahlt. Was ist das ausgeliehene Capital und was dessen Zinsen von 1 Jahr 8 Monaten?

Vermischte Uebungsbeispiele zu B.

859) Ein Einstandscapital von 460 fl. liegt zu $4\frac{1}{4}$ Procent auf Zinsen; was ist der jährliche Zinsenertrag?

860) Ein Capital, welches jährlich 19 fl. 56 kr. Zins trägt, wie viel trägt es in 4 Jahren 7 Monaten?

861) wie viel vom 13ten Nov. 1839 bis 1ten März 1842?

862) Jemand hatte 285 fl. 12 kr. auf 1 Jahr ausgeliehen, unter der Bedingung, daß ihm nach Verlauf des Jahres 300 fl. als Capital sammt Zinsen zurückgegeben werden. Zu wie viel Procent war dieses Capital ausgeliehen?

863) Welche Interessen bringt ein Capital vom 29ten Oct. 1838 bis zum 14ten Mai 1841, wenn die jährlichen Zinsen 35 fl. 24 kr. betragen? der Monat zu 30 Tage gerechnet.

864) Jemand entlehnt vom 4ten Jänner 1840 bis 20ten October des nämlichen Jahres 12 Kronenthaler; wie viel muß er hiefür Zins bezahlen bei jährlicher Verzinsung zu 5 Procent? (Jeden Monat zu 30 Tag gerechnet.)

865) Wie lange müssen 452 fl. zu $2\frac{1}{2}$ Procent auf Zinsen liegen, um 100 fl. Interessen zu tragen?

866) Es entlehnt Jemand 600 fl. mit der Verbindlichkeit, nach 1 Jahr 9 Monat 700 fl. als Capital und verfallene Zinsen heimzuzahlen; wie viel Procent bezahlt er?

867) Der Gemeine A war für 540 fl. auf 4 Jahr 11 Monat 20 Tag eingestanden, und ließ sein Einstands-Geld während dieser Dienstzeit liegen, ohne indessen Zinsen hievon zu erheben. Wie viel erhält er am Ende derselben an Capital sammt Zinsen, bei $4\frac{3}{4}$ procentiger Verzinsung?

868) B entlehnt am 5ten März von A 36 fl. und zahlt dieselben am 23ten October des nämlichen Jahres zurück, und nebstdem auf Verlangen des A 1 fl. 30 kr. als Interessen. Hat A den in Bayern höchsten gesetzlichen Zinsfuß eingehalten oder überschritten, und um wie viel?

869) Wie lange müssen 8624 fl. zu 5 Procent ausgeliehen seyn, um eben so viel Interessen einzutragen als 9416 fl. zu 4 % in 6 Jahren? (Man berechne zuerst, wie viel Interessen das letztere Capital trägt ohne Rücksicht auf Ersteres.)

870) In wie viel Jahren betragen die erhaltenen $3\frac{1}{2}$ procentigen Zinsen zusammen genommen so viel als das ausstehende Capital?

871) Zu wie viel % muß ein Capital ausgeliehen werden, damit ihm die Interessen von 12 Jahren gleich sind?

872) Wie viel hat N wöchentlich zu verzehren, da er von den Zinsen seines Capitals lebt, das 21900 fl. beträgt und zu 5% ausgeliehen ist? (Das Jahr zu 52 Wochen.)

873) Jemand hat durch die Zinsen seiner zu $3\frac{1}{2}$ % ausstehenden Capitalien eine tägliche Zulage von 22 kr. Wie groß sind dessen Capitalien?

874) E entlehnt Geld auf 6 Jahre zu 5% jährlich, und läßt sich die 6jährigen Zinsen gleich anfangs vom Darlehen abziehen, um nicht die Mühe der jährlichen Zinszahlungen zu haben. Bezahlt E gesetzliche Zinsen oder nicht? Was beträgt der Unterschied? und was müßte er in dieser Art von einem Darlehen zurücklassen, das er für 20 Jahre entlehnt hätte?

C. Das Auffinden der Interessen durch Kopfrechnen.

1. Bei 5 Procent.

Da 100 fl. Capital in 1 Jahr 5 fl. tragen, so trägt
1 „ „ „ 1 „ $\frac{5}{100}$ fl. = $\frac{1}{20}$ fl. = 1 Grosch.
1 kr. „ „ 1 „ $\frac{5}{100}$ kr. = $\frac{1}{20}$ kr.

Hieraus ergibt sich für die Berechnung 5procentiger Zinsen im Kopfe,
die **Regel**: So viele Guld. Capit. so viele Grosch. jährl. Zins.
„ „ kr. „ so viele $\frac{1}{20}$ kr. „ „
u. allgem. so v. ganze Einh. „ so viele $\frac{1}{20}$ dieser Einheiten jährlich Zinsen.

Die Groschen bringt man auf fl. (nach §. 62), indem man deren Einerziffer als Groschen, und die übrigen Ziffern als halbe fl. ausspricht, und diese sodann durch Theilung mit 2 auf fl. bringt;
die zwanzigstels-kr. aber bringt man auf kr. durch Theilung mit 20.

Beispiel. Was bringen 754 fl. 37 kr. jährlich Zinsen zu 5%.

Rechnung. Man sagt, 754 fl. bringen 754 Groschen, d. i. 75 halbe fl. und 4 Groschen, d. i. $37\frac{1}{2}$ fl. und 12 kr., d. i. 37 fl. 42 kr. und diese merkt man sich.

37 kr. tragen $\frac{37}{20}$ kr., d. i. $1\frac{17}{20}$ kr. = 1 kr. $\frac{17}{5}$ pf. = 1 kr. $3\frac{2}{5}$ pf. Zuerst hatte man 37 fl. 42 kr., hiezu 1 kr. $3\frac{2}{5}$ pf., gibt zusammen 37 fl. 43 kr. $3\frac{2}{5}$ pf.

875) Uebungsbeispiele. Man finde von den folgend. Cap. die jährlichen Zinsen zu 5%.

1) 850 fl.? 2) 1246 fl.? 3) 265 fl. 43 kr.? 4) 939 fl. 51 kr.?

2) bei 4procentigen Zinsen.

Da 100 fl. Capital in 1 Jahr 4 fl. Zins tragen, so trägt
1 " " " 1 " $\frac{4}{100} = \frac{1}{25}$ fl. = $2\frac{2}{5}$ kr.
25 " " " 1 " 1 fl.
50 " " " 1 " 2 fl. u. 75 fl. tragen 3 fl.

Hieraus ergibt sich für die Berechnung 4procentiger Zinsen, die **Regel**: 1) Man nehme 4 fl. für jede Hunderterziffer, sodann 2) 1 fl. für jede 25 fl. der Zehner u. Einer, ferner 3) $2\frac{2}{5}$ kr. für jeden der noch übrigen fl., und endlich 4) $\frac{1}{25}$ kr. für jeden einzelnen kr. } des Capitals.

Beispiel. Was bringen 754 fl. 37 kr. jährlich Zinsen zu 4%?

Rechnung. Die 700 fl. tragen 7×4 fl., d. i. 28 fl.;
die 50 " " 2 fl., hiezu die 28 fl., gibt 30 fl.;
die 4 " " $4 \times 2\frac{2}{5}$ kr., d. i. $8\frac{8}{5} = 9\frac{3}{5}$ kr.,
daher die 754 fl. zusammen 30 fl. $9\frac{3}{5}$ kr.;
endlich die 37 kr. tragen $\frac{37}{25}$ kr. = $1\frac{12}{25}$ kr.; vorhin hatte man 30 fl. $9\frac{3}{5}$ kr., hiezu $1\frac{12}{25}$ kr. gibt 30 fl. $10\frac{27}{25}$ kr., d. i. 30 fl. $11\frac{2}{25}$ kr.

876) Uebungsbeispiele. Man finde die Jahreszinsen zu 4 Procent von
1) 380 fl.? 2) 1439 fl.? 3) 267 fl.? 4) 417 fl. 30 kr.?

3) bei $3\frac{1}{2}$ procentigen Zinsen.

Da 100 fl. Capital in 1 Jahr $\frac{7}{2}$ fl. Zinsen tragen, so bringt
1 " " " 1 " $\frac{7}{200}$ fl. = $\frac{420}{200}$ kr. = $2\frac{1}{10}$ kr.

Man rechnet daher für jede Hunderterziffer des Capitals $\frac{1}{2}$ fl. und noch 3 fl.;
sodann für jeden fl. der Zehner u. Einer $\frac{1}{2}$ Batzen u. noch $\frac{1}{10}$ kr.

Beispiel. Was sind vom Capital 754 fl. die jährlichen Zinsen zu $3\frac{1}{2}$ Procent?

Rechnung. Die 700 fl. Capital tragen $\frac{7}{2}$ fl. (d. i. $3\frac{1}{2}$ fl.), und 7.3 fl., d. i. 21 fl. und $3\frac{1}{2}$ fl., also zusammen 24 fl. 30 kr.; die 54 fl. tragen 54 halbe Batzen und $\frac{54}{10}$ kr., d. i. 27 Batzen (oder 1 fl. 12 Batzen) u. $\frac{54}{10}$ kr., also zusammen 1 fl. 48 kr. und $5\frac{4}{10}$ kr., d. i. 1 fl. $53\frac{4}{10}$ kr.

Vorhin hatte man 24 fl. 30 kr.; hiezu 1 fl. $53\frac{4}{10}$ kr., also zusammen 25 fl. $83\frac{4}{10}$ kr., d. i. 26 fl. $23\frac{2}{5}$ kr.

877) Uebungsbeispiele. Welche Jahres-Interessen zu $3\frac{1}{2}$ Procent tragen:

1) 1800 fl.? 2) 670 fl.? 3) 583 fl.? 4) 12500 fl.?

Anmerkung 1.) Soll man für mehr als 1 Jahr die Interessen eines Capitals finden, so suche man zuerst die für 1 Jahr (nach Obigem), und multiplicire diese mit der Anzahl der Jahre.

Anmerkung 2.) Auch beim schriftlichen Rechnen lassen sich die oben für mündliches Rechnen gefundenen Regeln vortheilhaft anwenden. Z. B. Man finde die Interessen von 835 fl. zu 5% in 6 Jahr 7 Monat?

835 fl. tragen in 1 Jahr 83|5 Groschen = 41 fl. 45 kr.

daher in 6 Jahren 250 fl. 30 kr. — pf.

Ferner indem man 7 Mon. zerstückt in 6 Mon. + 1 M. } in 6 M. d. i. $\frac{1}{2}$ Jahr . . 20 fl. 52 kr. 2 pf.
in 1 M. d. i $\frac{1}{12}$ Jahr . . 3 fl. 28 kr. 3 pf.

Also zusammen in $6\frac{7}{12}$ Jahr die Interessen: 274 fl. 51 kr. 1 pf.

Anmerkung 3.) Wenn die am Ende jedes Zinsjahres gefallenen Zinsen selbst wieder als Capital ausgeliehen werden, so tragen diese Zinsen in den folgenden Jahren auch Zinsen. Die Berechnung solcher Zinses-Zinsen kann nun zwar durch wiederholte Anwendung der hier voranstehenden Regeln geschehen; da aber sehr viele zeitraubende Multiplicationen dazu nöthig werden, und die Arithmetik in weiterer Ausführung Rechnungsarten kennen lehrt, durch welche wiederholte Multiplicationen schnell ausführbar sind, so ist es gewöhnlich die Zinseszinsen-Rechnung und die einschlägigen wichtigen Aufgaben erst dort vorzunehmen.

Jene, denen Zeit oder Gelegenheit mangelt, die Arithmetik in so weiter Ausführung zu erlernen, und welche dennoch wenigstens die Zinses-Zinsen eines Capitals finden wollen, können sich hiezu etwa in folgender Art Regeln aufstellen:

Zinseszinsen bei 5%.

100 fl. Capital sind nach einem Jahr sammt Zinsen = 105 fl.
1 " " " " " " " = $\frac{105}{100}$ fl.

oder jeder fl. Capital wird durch eine Jahresverzinsung zu einem $\frac{105}{100}$mal (oder $\frac{21}{20}$mal) größern Capital.

Ein Capital von 1 fl. zu 5% ausgeliehen, ist daher sammt Zinsen am Ende des 1ten Jahres = 1 fl. $\times \frac{105}{100}$

" " " 2ten " = 1 fl. $\times \frac{105}{100} \cdot \frac{105}{100}$ {weil im 2t. Jahr $\frac{105}{100}$ fl. ausgeliehen sind, u. jeder fl. ein Jahr hindurch $\frac{105}{100}$mal mehr wird.

" " " 3ten " = 1 fl. $\times \frac{105}{100} \cdot \frac{105}{100} \cdot \frac{105}{100}$.

Ein Capital von z. B. 7432 fl. wird daher sammt Zins. u. Zinsesz. zu 5% nach 3 Jahren angewachsen seyn zu 7432 fl. $\times \frac{105}{100} \cdot \frac{105}{100} \cdot \frac{105}{100}$,

" 4 " " " " 7432 fl. $\times \frac{105}{100} \cdot \frac{105}{100} \cdot \frac{105}{100} \cdot \frac{105}{100}$,

u. s. f., woraus man die Regel folgern kann:

Um die Summe zu finden, zu welcher ein Capital sammt Zinsen und Zinseszinsen anwächst, „multiplicire man das anfängliche Capital „(7432) so oftmal, bei 5% mit $\frac{105}{100}$ (bei 4% mit $\frac{104}{100}$, bei 3% mit „$\frac{103}{100}$ rc.), als es Jahre lang ausgeliehen war."

So z. B. wachsen 7432 fl. bei 5% nach 3 Jahren an zu 7432 $\times \frac{21}{20} \cdot \frac{21}{20} \cdot \frac{21}{20}$ = 8603 fl. 28 kr. 1 pf.; die für 3 Jahre erhaltenen Zinsen und Zinseszinsen sind daher 8603 fl. 28 kr. 1 pf. — 7432 fl. = 1171 fl. 28¼ kr.; während die 3jährigen einfachen Zinsen nur 1114 fl. 48 kr. betragen.

Spar- und Wittwen-Cassen, Lebensversicherungs- und ähnliche Anstalten und auch jeder Einzelne, können sich aber Zinseszinsen verschaffen, indem sie die gefallenen Zinsen sogleich wieder als Capital ausleihen. Ein kleines Capital kann, in dieser Art verwaltet, in einer Reihe von Jahren zu einer Größe anwachsen, die Jedem der Zinseszinsen-Rechnung Unkundigen unglaublich scheint. Zum Schutze solcher gebietet das Gesetz dem Schuldner, „die verfallenen Zinsen seinem Gläubiger alsogleich zu bezahlen", und verbietet diesem, „die Zinsen beim Schuldner zur weitern Verzinsung liegen zu lassen", indem hiedurch dem Gläubiger doch nicht der Vortheil benommen ist, seine Zinsen wieder als Capital anzulegen.

D. Umwechseln von Geld und Obligationen.

Wenn nach einer Geldsorte größere Nachfrage, oder wenn dieselbe besser ist, als eine Andere, so wird beim Umwechseln von der weniger gesuchten oder schlechtern Sorte etwas mehr gegeben, als sonst ihr gangbarer Werth ist. Dieser Mehrbetrag wird „Agio" oder „Aufgeld" genannt. Gehen hingegen Geldsorten in ihrem gegenseitigen gangbaren Werth, so heißt es, sie stehen „al pari", d. i. völlig gleich. Die Bedeutung von „über pari" und „unter pari" erklärt sich hieraus von selbst. Das Agio wird meistens nach Procenten angegeben, u. dann nach §. 133. A. berechnet.

Die nämliche Bewandtniß hat es auch mit Schuldurkunden oder sogenannten Obligationen, Actien und Wechseln, d. i. mit jenen schriftlichen Bestätigungen, die der Schuldner (sey dieser ein Privatmann, eine Gesellschaft oder ein Staat) dem Gläubiger über ein erhaltenes Darlehen ausstellt. Auch diese stehen, je nachdem sie mehr oder weniger gesucht werden, mehr oder weniger Gewinn oder Interesse abgeben, entweder „al pari" oder „über oder unter pari." Da ferner beim Verkaufe von Obligationen und Actien die vom letzten Zinstermine laufenden Interessen gewöhnlich mit verkauft werden, so sind auch diese in Rechnung zu bringen, was nach §. 133. B. geschieht. Die Berechnung der Procente bei Wechselzahlungen ist im Folgenden bei E. angegeben.

Anmerkung 1. Schuldverschreibungen (Obligationen und Actien) sind entweder 1) auf den „Namen" des Gläubigers, oder 2) „au porteur" d. h. „auf den Träger", ausgestellt. Letztere sind, wie baares Geld, Eigenthum des jeweiligen Inhabers, und können von diesem umgetauscht u. verkauft werden, wie eine Geldsorte gegen eine andere. Der Verkauf (Cession) von Schuldverschreibungen auf Namen kann nur gerichtlich geschehen.

Anmerkung 2. Es gibt Wechsel-Schuldscheine und Wechsel-Briefe. Erstere heißen eigene oder trockene Wechsel, und haben den Zweck, dem Gläubiger größere Sicherheit zu gewähren, als gewöhnliche Schuldverschreibungen, weil gegen säumige Wechselschuldner die Gerichte weit strenger einschreiten, als gegen andere Schuldner. Die Wechsel-Briefe

heißen gezogene oder trassirte (oder kaufmännische) Wechsel; sie dienen zur Erleichterung von Geldsendungen zwischen entferntern Orten, und für Zahlungs-Anweisungen, die Handelshäuser rc. auf einander ausstellen. Jede Schrift, die als gezogener Wechsel gelten soll, muß Folgendes enthalten*): 1) die in den Wechsel selbst aufzunehmende Bezeichnung als Wechsel; 2) die Angabe der zu zahlenden Geldsumme; 3) der Name der Person oder die Firma, an welche oder an deren Ordre gezahlt werden soll (des Remittenten); 4) die Bestimmung der Zeit, zu welcher gezahlt werden soll; 5) die Unterschrift des Ausstellers (Trassanten) mit seinem Namen oder Firma; 6) die Angabe des Ortes, Monatstages und Jahres der Ausstellung; 7) der Name der Person oder die Firma, welche die Zahlung leisten soll (des Bezogenen oder Trassaten); 8) die Angabe des Ortes, wo die Zahlung geschehen soll (hiefür gilt der beim Trassaten angegebene Ort, insoferne kein eigener Zahlungsort angegeben ist).

Der eigene (trockene) Wechsel muß nur Ziffer 1 einschl. 6 und bei Ziff. 3 enthalten, den Namen (Firma) an welche der Aussteller Zahlung leisten will.

Die Form des eigenen (trocknen) Wechsels ist aus folgend. Beisp. ersichtlich:

Augsburg den 16ten Februar 1863. 1000 fl. süddeutscher Währung i. e. 52½ fl. Fuß.

Vier Monate nach Dato zahle ich gegen diesen meinen Wechsel-Brief an Herrn Ernst Frei oder dessen Ordre die Summe von Ein tausend Gulden in Gulden süddeutscher Währung, i. e. 52½ fl. Fuß. Den Werth habe ich baar empfangen, und leiste zur Verfallzeit richtige Zahlung nach Wechselrecht.

An mich selbst aller Orten, wo ich anzutreffen seyn werde. Karl Ehrlich.

Karl Ehrlich.

Zweck und Form des gezogenen oder trassirten Wechsels erkennt man aus dem folgenden Beispiel: A. Weis in Speier, der seinem Sohne B. 300 fl. nach München übersenden will, bezahlt diese Summe dem Kaufmann C. Schmid zu Speier, der mit dem Handlungshause D. Meier in München im Geschäftsverkehre steht; A. Weis erhält dafür von C. Schmid die folgende Anweisung (Wechsel-Brief):

Speier den 5ten Januar 1863. Gut für 300 fl. süddeutscher Währung i. e. 52½ fl. Fuß.

Acht Tage nach Sicht**) zahlen Sie gegen diesen meinen Prima***)-Wechsel an die Ordre†) des Herrn B. Weis die Summe von dreihundert Gulden im 52½ fl. Fuß. Den Werth habe ich baar erhalten. Sie bringen solche auf meine Rechnung laut Bericht.††)

Herrn D. Meier in München. C. Schmid.

---

*) Nach der allgem. deutschen Wechselordnung, vide Gesetzblatt für Bayern v. 13. Aug. 1850 Nr. 30, oder „Noback" Münz-, Maaß- u. Gewichtsbuch 1858, S. 176.

**) Oder je nachdem A u. C übereinkamen, als z. B. „Nach Sicht" (a Vista), oder „ein Monat nach Dato", (d. i. am 5. Febr. 1863), oder „á Uso", d. i. nach (Münchner rc.) Wechselbrauch rc.

***) Von Wechsel-Briefen nach entfernten Orten werden gewöhnlich mehrere Exemplare gemacht, und nach verschiedenen Zeiten abgesendet. Der erste heißt dann Prima-, der zweite Secunda-Wechsel rc., wobei jedoch die Secunda und alle folgenden Exemplare den Ausdruck enthalten müssen, daß sie nur für den Fall giltig seyn sollen, wenn die Zahlung nicht auf ein vorhergehendes Exemplar geschehen wäre. Wechsel, die nur einfach ausgestellt werden, enthalten die Bezeichnung „Sola-Wechsel."

†) Durch Beisetzung der Worte „an die Ordre" kann B den Wechsel, in so lange die in ihm ausgesprochene Verfallzeit nicht vorüber ist, an eine beliebige fünfte Person E, diese an eine sechste rc. verkaufen, und darf nur auf die Rückseite des Wechsels schreiben „für mich an die Ordre des Herrn E."; E heißt dann „der Indossat" und B „der Indossant."

††) „Laut Bericht" zeigt an, daß C. Schmid dem D. Meier in einem eigenen

A. Weis schickt diesen Wechselbrief seinem Sohne B., z. B. durch die Post, der ihn bei D. Meier in München präsentirt, und dafür nach 8 Tagen 300 fl. erhält.

Bei dem gezogenen (trassirten) Wechsel sind vier Personen betheiligt:

1) der Aussteller (Trassant) C, 2) der Empfänger A, der durch Bezahlung den Wechsel kauft, 3) der Remittent (oder Präsentant) B, dem die Zahlung zu leisten ist, und 4) der Bezogene od. Trassat (od. Acceptant) D, der die Zahlung leisten soll. — Bei dem eigenen (trockenen) Wechsel sind nur zwei Personen: der Aussteller (Trassant) ist zugleich der Bezogene (Trassat od. Acceptant), und der Empfänger auch Remittent.

Trassirt eigene Wechsel heißen solche, in denen der Aussteller sich selbst als Bezogenen bezeichnet, die Zahlung aber an einem andern Ort als dem der Ausstellung geschehen soll. — Wechsel an eigene Ordre sind jene, in denen der Aussteller sich selbst als Remittenten bezeichnet.

Im Fall sich ein Reisender, um nicht viel baares Geld mit sich zu führen, Wechsel auf einen Ort seiner Reiseroute zahlbar kauft, so wird er zugleich Empfänger A u. Remittent (Präsentant) B.

Beim Verkauf von Wechseln an Orten, die andere Münzen haben, als jene, an denen der Wechsel ausgestellt wurde, ändert sich der Preis der fremden Münzen fast täglich, in Folge der größern oder geringern Nachfrage nach Wechseln bestimmter Orte. Ueberdieß bestehen an den verschiedenen Handelsplätzen verschiedene Arten, die Curse zu bezeichnen und zu rechnen, die hier aufzuzählen weder der Raum noch der Zweck erlaubt. Wer Kenntniß hierüber bedarf, findet sie in Dr. E. S. Unger's vollständigem Handbuch der Arithmetik II. Band pag. 180 mit 276.

Endlich soll noch hier bemerkt werden, daß, wer die im Wechsel angegebene Verfallzeit um ein Monat, oder an andern Orten um 3, 6, 12 Monate ꝛc. vorübergehen läßt, ohne den Wechsel zu erheben oder zu präsentiren oder verlängern (prolongiren) zu lassen, für seinen Wechsel das Wechselrecht verliert; ferner daß nicht Jedermann gültige Wechsel ausstellen kann. Die Gesetze verschiedener Länder sind hierüber sehr verschieden. Die allg. deutsche Wechselordnung sagt, „daß jeder „wechselfähig ist, der sich durch Verträge verpflichten kann."

1tes Beispiel.

Jemand will 584 Kronenthaler einwechseln gegen Scheidemünze (Sechser und Groschen). Der Wechsler verlangt $\frac{3}{8}$ Procent Agio. Wie viel sind in Scheidemünze für die 584 Kronenthaler zu bezahlen?

2tes Beispiel.

Jemand verkauft am 16. März eine $3\frac{1}{2}$ procentige Eisenbahn=Obligation über 500 fl. Capital zu $94\frac{7}{8}$ Procent, (d. h. auch „zu $5\frac{1}{8}$ Procent unter Pari") mit dem Zins=Coupon

Briefe (Avis=Brief) bekannt machen wird, daß er diesen Wechsel auf ihn ausgestellt habe, was bei jeder größern Summe geschieht.

vom 1. Jänner des nächstfolgenden Jahres, so daß an diesem Tage der Käufer die vollen Zinsen des verflossenen Jahres erhält. Wie viel Geld erhält der Verkäufer für diese Obligation?

Rechnung zum 1ten Beispiel.

Die 584 Krthlr. sind (n. §. 89 A.) = 1576 fl. 48 kr.

	Krthlr.		fl. Agio.
Für	$1576\frac{4}{5}$	fl.	?
"	100	"	$\frac{3}{8}$
Für	1	"	$\frac{3}{800}$
"	$1576\frac{4}{5}$	"	$\frac{3}{800} \times \frac{7884}{5} = :(4\,\vert\,\frac{23\,\vert\,652}{000})$ fl. = 5 fl. 54 kr. 3 pf. Agio.

D. Werth der Krthlr. u. das Agio zusammen = 1582 fl. 42 kr. 3 pf.

Rechnung zum 2ten Beispiel.

Berechnung der abzulösenden Zinsen.

Vom 1. Jänner bis 16. März sind 2 M. 15 Tag.

500 fl. in $2\frac{1}{2}$ Mt.		? fl. Zins
100 " " 12 "		$3\frac{1}{2}$

$\frac{5}{1} \times \frac{5}{24} \times \frac{7}{2} = \frac{175}{48}$ fl.

Der Zins für $2\frac{1}{2}$ Mt. = 3 fl. 38 kr. 3 pf.
* Die Obligation = 474 " 22 " 2 "

Zusammen . . . . 478 fl. 1 kr. 1 pf.

Obligation	Geld
100 fl. verkauft zu	$94\frac{7}{8}$ fl.
500 " "	$5 \times \frac{759}{8}$ fl.

$= \frac{3795}{8}$ fl. = 474 fl. $22\frac{1}{2}$ kr.
$= \frac{3795}{8}$ fl.
= 474 fl. $22\frac{1}{2}$ kr. *

Antw. D. Verkäufer d. Oblig. erhält für dieselbe: 478 fl. 1 kr. 1 pf.

Uebungsbeispiele.

878) Wie viel fl. und kr. erhält man für 73 Fünffrancs-Stücke, wenn das Stück zu 2 fl. 20 kr. und überdieß mit $\frac{1}{2}$ Proct. Agio angenommen wird?

879) Jemand wechselt 34 Ducaten ein; bezahlt das Stück zu 5 fl. 30 kr. und muß $1\frac{3}{4}$ Procent Agio geben. Was kostet ihn 1 Ducate und was die 34 Ducaten?

880) A kaufte den 17. November 1845 eine bayerische $3\frac{1}{2}$procentige 1000 fl. Obligation au porteur mit dem Zinscoupon vom 1. Februar 1846, und mußte $2\frac{1}{8}$ Proct. Agio bezahlen. Was kostet ihn die Obligation?

881) A verkaufte diese Obligation wieder den 23. Februar 1846 zu $98\frac{3}{4}$ Prct. (also $1\frac{1}{4}$ unter Pari) mit dem Zins-Coupon vom 1. Februar 1847. Wie viel erhält er für dieselbe?

E) Rabatt- und Disconto-Rechnung.

Wenn eine Geldforderung **vor** der ausbedungenen Zeit bezahlt wird, so gestattet der Empfänger einen Abzug an der Zahlungssumme, da er hiedurch das Geld früher zur Benützung und zum Zinsengenuß bekömmt, als es ihm gebührt hätte. Dieser Abzug wird „Rabatt" oder bei Wechseln „Disconto" genannt (vom ital. Rabatto, Disconto). Die Schuld heißt „der künftige Werth" u. die jetzige Zahlung der „baare oder gegenwärtige Werth."

Der Rabatt wird nach Procenten bestimmt. Dabei sind aber zwei wesentlich verschiedene Arten gebräuchlich. Nämlich:

I. Im Waaren-, Buch-Handel und in Wechselgeschäften gestattet der Empfänger den Rabatt **in** die schuldigen Hundert. Hat z. B. A um 100 fl. Waaren von B gekauft, mit der Bedingung, erst nach 2 Jahren zu bezahlen, oder mit 5 Procent Rabatt für jedes Jahr früherer Zahlung, so hat A, wenn er baar bezahlen will, um 2×5 fl. $= 10$ fl. weniger zu entrichten, also nur 90 fl. anstatt der schuldigen 100 fl.

II. Im übrigen Verkehr wird für jede früher abgetragene Schuld eine Baarzahlung geleistet, welche sammt ihren Zinsen (hier Rabatt genannt) die ganze Schuld ausmachen kann. Hat z. B. A um 110 fl. ein Feld von B gekauft, mit der Bedingung, diesen Kaufpreis erst nach 2 Jahren zu entrichten, oder auch baar mit 5 Procent jährlichem Rabatt, so hat A, wenn er baar bezahlen will, nur 100 fl. zu zahlen. Denn diese baaren 100 fl. tragen dem B in 2 Jahren zu 5 Procent den Zins 10 fl., so daß er nach Ablauf von 2 Jahren empfangen hat: baar 100 fl., Zinsen 10 fl., also zusammen 110 fl., wie es ausbedungen war. Diese Art heißt „der Rabatt **auf** Hundert" (d. i. auf Hundert herab).

Anmerkung. Hätte A das Feld um 100 fl., jedoch im Uebrigen unter den obigen Bedingungen gekauft, und möchte bei der Baarzahlung den Rabatt nach I. berechnen, also 10 fl. abziehen, mithin dem B nur 90 fl. geben, so würde B sagen: diese 90 fl. tragen in 2 Jahren nur $90 \cdot \frac{1}{10}$ fl. $= 9$ fl., die Zahlung beträgt also nach 2 Jahren nur 90 fl. baar $+ 9$ fl. Zinsen $= 99$ fl., und nicht 100 fl., wie ausbedungen war.

Berechnung des Rabattes **in** 100.

Die Berechnung dieses Rabatts geschieht wie jene der Zinsen eines Capitals aus dem bekannten Zinsfuß (B 1tes Beisp. u. C).

Beispiel.

C kaufte Waaren von D um 2480 fl. mit der Bedingung, daß die Zahlung erst nach 6 Monaten zu geschehen braucht (was in der Handelssprache „Ziel 6 Monat" heißt), oder auch wenn es dem Käufer beliebt, baar mit $\frac{3}{4}$ Procent monatlich Rabatt. Nach Verlauf von 2 Monaten will C seine Schuld tilgen; wie viel muß er jetzt bezahlen?

Rechnung. C bezahlt 6 Monat — 2 Mt. $= 4$ Monat früher; hiefür sind ihm $4 \times \frac{3}{4}$ Procent $= 3$ Procent Rabatt ausbedungen.

D. i. für 100 fl. künft. Werth 3 fl. Rabatt
„ 1 „ „ „ $\frac{3}{100}$ „ „
„ 2480 „ „ „ $2480 \times \frac{3}{100}$ „ $= 74\frac{4}{10}$ fl. Rab.

Die Baarzahlung ist daher 2480 fl. — 74 fl. 24 kr. $= 2405$ fl. 36 kr.

Anmerkung 1. Man kann auch (wie hier nebenan) unmittelbar die Baarzahlung berechnen, anstatt des Rabatts. — Man findet (wie oben) 2405 fl. 36 kr. als Baarzahlung, und beide Rechnungen können sich zur Probe dienen.

Künft. Werth.	Baar. W.
2480 fl.	?
100 „	97

$\frac{2480}{100} \times 97$ fl.
$= \frac{24056}{10}$ fl. $= 2405$ fl. 36 kr.

Anmerkung 2. Bei 5, 10, 15 Proct. ist die Rabatt-Rechnung im Kopfe sehr einfach. Z. B. bei 5 Procent für 1 Jahr: so viel fl. die Schuld, so viel Groschen Rabatt; bei 10 Procent für 1 Jahr oder 5 Procent für 2 Jahre: so viel fl. die Schuld, so viel Sechser Rabatt.

Uebungsbeispiele.

882) Eine Bibliothek kaufte für 237 fl. 40 kr. Bücher und Karten. Die Buchhandlung gestattet 10 Proct. Rabatt für Baarzahlung. Wie viel beträgt diese?

883) Eine Rechnung wurde bei 16 Proct. Rabatt, wegen Baarzahlung, mit 35 fl. $13\frac{1}{2}$ kr. berichtigt. Was betrug die Schuld ohne Rabatt?

884) E erhält einen Wechsel von 250 fl., der erst nach 3 Monaten (oder in der Wechselsprache „über 3 Monate") zahlbar ist. Um baares Geld zu erhalten, verkauft er ihn an ein Handlungshaus mit $\frac{1}{2}$ Procent monatlichem Disconto (d. i. 6 % jährlich). Wie viel erhält E für den Wechsel?

885) F kauft von G 500 ℔. Tabak, zu 1 fl. 12 kr. das ℔., Ziel 8 Monat oder baar mit monatlich $1\frac{1}{2}$ Proct. Rabatt. Nach 3 Monaten zahlt F. Wie viel beträgt nun die baare Zahlung?

II.) Rabatt **auf** 100.

Die Berechnung und Probe der baaren Zahlung geschieht bei dieser Art Rabatt wie jene „des Ausleih-Capitals aus dem bekannten Capital sammt Zinsen." (Siehe B. Beisp. 8 u. 9.)

Erstes Beispiel.

H erbt 19000 fl., aber erst nach 18 Jahren durch den Universalerben L zahlbar, so daß Letzterm während diesen 18 Jahren der Zinsengenuß zukömmt. H wünscht sogleich Geld zu erhalten, und will sich bei der Baarzahlung 5 Proct. (jährlich) Rabatt gefallen lassen; wenn nun L auf diesen Vorschlag eingeht, wie viel muß er dem H baar für seine 19000 fl. geben?

Rechnung. Da 100 fl. in 1 Jahr 5 fl. Zins tragen sollen, so müssen .... 100 „ „ 18 „ 90 „ „ bringen, und ein baares Capital von 100 fl. beträgt nach 18 Jahren sammt seinen Zinsen 190 fl. Dieses ist nun der bekannte Fall und daher die Rechnung:

	Künftiger Werth nach 18 Jahren.	Baarer Werth.
1) Frg.	19000 fl.	?
2) Bek.	190 „	100.
Aus 2)	1 „	$\frac{100}{190}$ fl. = $\frac{10}{19}$ fl.
„ 1)	19000 „ 19000 $\times \frac{10}{19}$ „	= 10000 fl.

Antw. H erhält von L baar 10000 fl., oder L discontirt 9000 fl.

Probe. H hat von L baar erhalten .... 10000 fl.
Diese tragen ihm in 18 Jahr zu 5% die Zins. $\frac{5}{100} . 18.10000 = 9000$ fl.

Demnach hat H nach 18 Jahren erhalten .... 19000 fl.
und dieses ist die verlangte Erbschaft.

Anmerkung. Die obige Probe zeigt, daß weder H noch L etwas verloren noch gewonnen haben; hätte man aber den Rabatt nach I., d. i. **in** 100 rechnen wollen, so hätte L discontirt:

für 100 fl. in 1 Jahr ... 5 fl.; für 1 fl. in 1 Jahr $\frac{5}{100}$ fl.
„ 19000 „ „ 1 „ $19000 \times \frac{5}{100}$ fl.;
„ „ „ „ 18 „ $19000 \times \frac{1}{20} \times 18$ fl. = 17100 fl.,

und H hätte nur zu empfangen 19000 fl. — 17100 fl. = 1900 fl., anstatt den nach der IIten Art der Rabattrechnung gefundenen 10000 fl.

Wäre eine Erbschaft gar erst nach **20** Jahren zahlbar gewesen, so hätte, nach I den Rabatt berechnend, L discontirt:

für 100 fl. in 1 Jahr 5 fl.; für 1 fl. in 1 Jahr $\frac{5}{100}$ fl.;
„ 19000 „ „ 20 „ $\frac{5}{100}$ fl. $\times 19000 \times 20 = 19000$ fl.;

H hätte also baar gar nichts erhalten; und es müßte sogar in einem ähnlichen Falle, wo L den Zinsengenuß mehr als 20 Jahre hätte, H umgekehrt bei einer gewünschten Baarzahlung dem L noch hinausbezahlen!

Hieraus zeigt sich, daß die Rabatt-Berechnung nach der I. Art (oder in 100) auf längere Zahlungstermine angewendet, zu ungereimten Resultaten führt, und daß überhaupt die nach ihr berechneten Baarzahlungen immer zu klein ausfallen. Die 1te Art ist daher auch nur bei kurzen Zahlungsterminen, wie sie beim Waaren-, Buch- und Wechsel-Handel vorkommen, üblich, und ist dort wahrscheinlich wegen der etwas leichtern Berechnung in Gebrauch gekommen; im übrigen Verkehr hingegen und selbst an einigen Handelsplätzen (Amsterdam und Hamburg) wird der Rabatt immer nach II berechnet. Bringt man die Zinsen in Rechnung, welche die Zinsen der Baarzahlung tragen können, so verändert auch dieses noch die Baarzahlung, und zwar um so wesentlicher, nach je längerer Zeit die Zahlung erst fällig wird.

Zweites Beispiel.

K verkauft einen Garten um 1000 fl., zahlbar in 4 dreimonatlichen Terminen, d. i. 250 fl. nach $\frac{1}{4}$ Jahr, weitere 250 fl. nach $\frac{1}{2}$ Jahr u. s. f., oder auch wenn der Käufer es wünscht, baar mit $\frac{1}{2}$ Procent monatlichem Rabatt. Der Käufer leistet Baarzahlung; wie viel beträgt diese?

Erläuterung. Wenn man, wie in diesem Beispiele, den gegenwärtigen Werth einer Forderung berechnen soll, die in einzelnen Theilen zu verschiedenen Terminen (Zeiten) fällig ist, so muß man so viele einzelne Rabattrechnungen ansetzen, als Termine vorkommen. Die Summe aller gegenwärtigen Werthe der einzelnen Terminzahlungen ist dann der gegenwärtige oder baare Werth der ganzen Forderung. Nämlich:

Der 1. Termin wird 3 M. vorausbezahlt; daher beträgt der Rabatt $3 . \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$ Prct.
„ 2. „ „ 6 „ „ ; „ „ „ „ $6 . \frac{1}{2} = 3$ Prct.
In gleicher Art ergibt sich der Rabatt des 3. Term. zu $4\frac{1}{2}$ Proct., u. der 4. zu 6 Pr.

Daher ist d. Rechn. f. d. 1. Termin-Zahlung

Schuld nach 3 Mon.		Schuld baar.
250;	500	?
$101\frac{1}{2}$;	203	100

$\frac{500}{203} \times 100 = 246$ fl. 18 kr. 1 pf.

Für d. 2. Termin-Zahlung.

Schuld n. 6 Mon.	Sch. baar.
250	?
103	100

$\frac{250}{103} \times 100 = 242$ fl. 43 kr.

In gleicher Art berechnet man die 3te u. 4te Terminzahlung; addirt sodann alle Terminzahlungen, so ist deren Summe die zu findende Baarzahlung.

1te Terminzahlung	246 fl.	18 kr.	1 pf.*
2te "	242 "	43 "	— "
3te "	239 "	14 "	— "
4te "	235 "	51 "	— "
Antw. Baarzahlung	964 "	6 "	1 "

* Pfennigbrüche, die kleiner sind als $\frac{1}{2}$ pf. werden gewöhnlich weggelassen, und dafür jene, die größer sind, als ganze Pfennige gerechnet.

Uebungsbeispiele.

886) Jemand schuldet 2318 fl. 20 kr., deren Benützung ihm jedoch auf $5\frac{1}{2}$ Jahr ohne Verzinsung zukömmt. Er möchte seine Schuld gleich jetzt abtragen; jedoch um so viel weniger bezahlen, daß er, bei Zinsenberechnung von $4\frac{1}{2}$ Procent, keinen Verlust erleidet?

887) M will eine Forderung von 3820 fl. an N verkaufen, die erst nach 5 Jahren zahlbar ist und diese Zeit über keine Zinsen trägt. Der Käufer N rechnet $5\frac{1}{2}$ Prct. Rabatt. Was erhält M?

888) P kauft eine Obligation zu 1700 fl., die erst über 10 Monate zahlfällig werden, mit monatlich $\frac{5}{12}$ Prct. Rabatt. Wie viel muß er baar bezahlen?

889) S kauft ein Haus für 22500 fl. über 2 Jahre zahlbar oder baar mit $4\frac{1}{2}$ Prct. jährlichem Rabatt. Nach einem Jahre schon kann S Baarzahlung leisten; wie viel beträgt diese?

890) T verkauft einen Garten um 12000 fl. innerhalb 3 Jahren zu gleichen Summen und Terminen zahlbar, oder baar mit jährlich 5 Procent Rabatt. Der Käufer bezahlt baar. Wie viel erhält T?

891) Zu einem Anwesen finden sich 2 Käufer U und V. U bietet 6000 fl. nach 1 Jahr zahlbar, V hingegen 8300 fl. nach 5 Jahren (beide ohne Zinsen) zahlbar. Welches Angebot hat einen größeren baaren Werth, wenn der Verkäufer jährlich 4 Prct. Rabatt rechnet?

892) Ein Wechsel von 1300 fl., welcher den 13. September fällig ist, soll schon den 23. Mai mit 6 Prct. Disconto bezahlt werden. Was ist die für denselben zu gebende Summe, wenn der Disconto a) in Hundert, b) auf 100 gerechnet wird?

893) Für eine erst nach $8\frac{1}{2}$ Monat fällige Forderung wurden 1080 fl. bei 6 Prct. Rabatt bezahlt. Wie groß war die Forderung?

894) W bietet am 4. November 1845 dem D 200 fl. für eine Forderung, welche dieser erst am 29. März 1846 mit 230 fl. erheben kann. Wie viel Prct. Rabatt läßt sich D gefallen?

895) Jemand bietet für ein Haus 8000 fl., und will die Hälfte baar erlegen, 1000 fl. nach 8 Monaten, 1500 fl. nach

2 Jahren 6 Monaten, und den Rest nach 6 Jahren. Was ist der baare Werth dieser Gebote, wenn die Zinsen zu 5 Prct. gerechnet werden?

§. 134. Die Vertheilungs= oder Gesellschafts=Rechnung.

Erklärung. Wenn Mehrere zu einem gemeinschaftlichen Unternehmen vereint sind, dabei aber nicht mit gleichen Kräften und nicht gleich lange wirken, so sind auch des Unternehmens Vortheile oder Lasten, Gewinn oder Verluste, nicht gleichheitlich auszutheilen, sondern nach der bezüglichen Größe ihrer Leistungen. Werden z. B. 2 Arbeiter=Abtheilungen A und B zu ein und der nämlichen Arbeit verwendet, und es zählt die Abtheilung A 3mal so viel Arbeiter als die Abtheilung B, oder es kann die A 3mal so lange arbeiten als die B, so ist der A billigerweise auch 3mal so viel Arbeit, aber auch 3mal so viel Lohn zuzutheilen als der B.

Diese Vertheilungen geschehen zwar nach §. 126 C.; da aber in jeder solchen Rechnung mehrere Fragefälle vorkommen, nämlich die gesuchten Antheile, so ist hierunten bei I das Verfahren an einigen Beispielen erläutert, und in Regeln ausgesprochen.

Die Leistung jedes Theilnehmers ist abhängig 1) von seinem Beitrag an Kraft (Geld, Arbeiterzahl, Geschick ꝛc.), und 2) von der Zeit (Stunden, Tage ꝛc.) während welcher er diese Kraft wirken läßt. Ist eine dieser Beitrags=Zahlen (z. B. die Zeit) bei allen Theilnehmern gleich groß, so hat sie auf die Verschiedenheit ihrer Leistungen keinen Einfluß, und kann daher bei der Berechnung ihrer Gewinn= (Verlust= ꝛc.) Antheile weggelassen werden. Im letztern Falle heißt die Vertheilungs=Rechnung einfach, im erstern Falle zusammengesetzt.

I) Einfache Vertheilungs=Rechnung.

1tes Beispiel. Die Zeitdauer der Beiträge ist gleich, die Kräfte sind ungleich.

„Drei Abtheilungen (z. B. 3 Compagnien) sollen einen Graben von 180′ Länge ausheben. Die Ite Abtheilung ist 27 Mann, die IIte 45 und die IIIte 18 Mann stark, und sämmtlichen Abtheilungen ist die nämliche Arbeitszeit zugemessen. Wie ist die Arbeit zu vertheilen?

Erläuterung.

Der gesuchte Antheil jedes Theilnehmers bildet einen eigenen Fragefall (§. 126), dessen bekannle Zahl „der Beitrag“ und dessen Fragezahl „der gesuchte Antheil“ ist.

Zur Erleichterung des Ueberblicks sind die Fragefälle untereinander angeschrieben.

1) Alle Arbeiter vereint müssen die Arbeit vollenden. Man addire daher die Arbeiter aller Abtheilungen, so erhält man den bekannten Fall: „90 Mann vollenden 180′ Graben.“

Rechnung.

		Beiträge	Antheil
1. Fr.	I	mit 27 M.	?
2. „	II	„ 45 „	?
3. „	III	„ 18 „	?
Bekt. Fall.		90 M.	180′

Erläuterung.

2) Hieraus aber läßt sich der Arbeits-Antheil eines Mannes finden (n. §. 126 B), und aus diesem der Antheil jeder andern Anzahl (nach §. 126 A). Nämlich: Wenn 90 Mann vollenden 180′, so muß 1 „ „ nur den 90sten Theil (d. i. 2′), und

3) 27 Mann vollenden 27mal so viel, 45 Mann 45mal, und 18 Mann 18mal so viel als 1 M.

4) Als Probe addire man die gefundenen Antheile; die Summe muß das ganze zu Vertheilende wiedergeben.

Rechnung.

Aus bek. Fall.	1 M.	$\frac{180}{90}$	= 2′
Aus 1. Frag.	27 „	27.2′	= 54′
„ 2. „	45 „	45.2′	= 90′
„ 3. „	18 „	18.2′	= 36′

Probe. Die Summe der Antheile ist 180′ und folglich die Vertheilung richtig.

Aus der vorstehenden Erläuterung ergibt sich die

Einfache Vertheilungs- oder Gesellschafts-Regel.

1) Man addire alle Beiträge; 2) dividire das ganze zu Vertheilende mit der Summe der Beiträge und 3) multiplicire den erhaltenen Theil (nachdem er möglichst abgekürzt wurde n. §. 107.), der Reihe nach, einzeln, mit der Zahl des 1ten, 2ten, 3ten Beitrags u. s. f, so sind die erhaltenen Producte die gesuchten Antheile des 1ten, 2ten, 3ten Theilnehmers u. s. f.

Die Richtigkeit dieser Regel ist in der obigen Erläuterung nachgewiesen, und Ungeübte werden sich dieselbe auch an folgenden Beispielen ableiten.

2tes Beispiel. A, B, C u. D kaufen gemeinschaftlich ein Haus. A bezahlt 344 fl., B 180 fl., C 476 fl. und D 500 fl. Nach einiger Zeit verkaufen sie es wieder mit einem Verlust (oder Gewinn) von 300 fl. Dieser soll nach der Größe ihrer Beiträge zum Hauskauf vertheilt werden. Was ist der Verlust- (oder Gewinn)-Antheil eines jeden der vier Theilnehmer?

	Beiträge.	Antheil am Verlust.
A	hat 344 fl.	und ? fl.
B	„ 180 „	„ ? „
C	„ 476 „	„ ? „
D	„ 500 „	„ ? „
Summe	1500 fl.	und 300 fl.

: 300

1 „ „ $\frac{300}{1500}$ „ = $\frac{1}{5}$ fl.

Erläuterung. Die Zeitdauer der Beiträge ist nicht ausgesprochen und daher als gleich vorausgesetzt.

1) Die Summe der Beiträge ist 1500 fl.

2) Da 1500 fl. nun 300 fl. verlieren, so verliert 1 fl. nur den 1500sten Theil von 300 fl., d. i. $\frac{300}{1500}$ fl. = $\frac{1}{5}$ fl. (mit 300 gehoben nach §. 107), und

3) 344 fl. Beitrag verlieren 344mal so viel, d. i. 344 × $\frac{1}{5}$ fl. = $\frac{344}{5}$ fl. = 68 fl. 48 kr. u. s. f.

A für 344 fl. erhält	$\frac{344}{5}$ fl.	=	$68\frac{4}{5}$ fl.	=	68 fl.	48 kr.
B „ 180 „ „	$180\times\frac{1}{5}$ „	=	$\frac{180}{5}$ „	=	36 „	— „
C „ 476 „ „	$476\times\frac{1}{5}$ „	=	$95\frac{1}{5}$ „	=	95 „	12 „
D „ 500 „ „	$500\times\frac{1}{5}$ „	=	....		100 „	— „
Probe. Summe der Verlust-Antheile					300 fl.	— kr.

3tes Beispiel. Die Besitzer zweier Höfe E und F sollen zusammen 28 fl. 24 kr. als Umlage zum Bau eines Gemeinde-Weges beisteuern. Die Vertheilung dieser Umlage hat unter beide nach der bezüglichen Größe ihrer gewöhnlichen Grundsteuer zu geschehen; was trifft daher jeden einzeln, da die jährliche Grundsteuer des E 35 fl. 43 kr., und die des F 21 fl. 17 kr. beträgt?

Steuer	Umlage
E mit 35fl.43kr.=2143kr. zahlt	?
—×60	
F „ 21fl.17kr.=1277kr. zahlt	?

Erläuterung. Sind, wie hier, die Beiträge mehrfach benannt, so werden sie sogleich auf einerlei Namen gebracht.

Auf die Steuer 3420 kr. trifft 28 fl. 24 kr. = 1704 kr. Umlage.

Auf 1 Steuer-Kreuzer trifft $\frac{1704}{3420}$ kr. $\overset{:12}{=}$ $\frac{142}{285}$ kr. Umlage.

E mit 2143 kr. Steuer zahlt $2143\times\frac{142}{285}$ kr. = 17 fl. 47 kr. 3 pf.* Uml.

F „ 1277 „ „ „ $1277\times\frac{142}{285}$ kr. = 10 „ 36 „ 1 „ „

Probe. E und F zusammen zahlen . . . 28 fl. 24 kr. Umlage.

* Die Rechnung gibt eigentlich bei E $2\frac{274}{285}$ pf., bei F $1\frac{11}{285}$ pf.

4tes Beispiel. Die beigetragenen Kräfte sind gleich, aber die Zeitdauer verschieden.

Zwei Arbeiter G und H hatten eine Arbeit in Accord um 21 fl. 36 kr. übernommen. G konnte nur 7 Tage bei der Arbeit bleiben, H hingegen arbeitete während 11 Tagen, vollendete hiedurch die Arbeit und erhielt die accordirte Summe von 21 fl. 36 kr. ausbezahlt. Wie viel muß er hievon dem G geben?

Erläuterung. Die beiden Unternehmer haben gleich große Kräfte, nämlich die Tageskraft eines Mannes (oder 1 Mannskraft) beigetragen, aber in verschiedener Zeitdauer wirken lassen; und zwar G nur während 7, und H während 11 Arbeitstagen. Man kann daher sagen:

1) Die Arbeit ist durch 7+11=18 Arbeitstage eines Mannes vollendet worden; hierauf

Rechnung.

Beitrag.			Antheil am Lohn.
G für 7 Arb.-Tage erh.			?
H „ 11	„	„	?
Zus. „ 18	„	„	21 fl. 36 kr.
1	„	„	1 fl. 12 kr.
G für 7	„	„	8 „ 24 „
H „ 11	„	„	13 „ 12 „

Probe. G u. H erh. zusam. 21 fl. 36 kr. Daher ist die Vertheilung richtig.

2) 18 Arb.-Tage gewinnen 21 fl. 36 kr.; daher gewinnt 1 Arbeitstag nur den 18ten Theil, d. i. 1 fl. 12 kr.

3) 7 Arb.-Tage gewinnen 7mal so viel, d. i. 8 fl. 24 kr. und 11 Arb.-Tage 11mal so viel, d. i. 13 fl. 12 kr.

4) Der Antheil des E ist hier nur der Probe wegen gesucht, und könnte auch durch Subtr. gefunden werden.

Uebungsbeispiele.

896) Die 3 Compagnien des 1ten Beispiels erhalten nach Vollendung der Arbeit eine Zulage von 6 Kronthalern, zur Verwendung in ihren Menagen. Wie viel trifft von dieser Zulage die Menage jeder der 3 Compagnien?

897) Zwei Arbeiter K u. L hatten gemeinschaftlich um 25 fl. 30 kr. eine Arbeit in Accord übernommen. K konnte wegen Erkrankung nur 1 Woche und 2 Tage (die Woche zu 6 T.) arbeiten; L aber arbeitete 2 Wochen hindurch, und es wurde in dieser Zeit die Arbeit fertig. Wie viel gebührt nun jedem an Arbeitslohn?

898) Vier Compagnien haben 45 Mann zum Schanzbau zu geben. Wie viel muß jede derselben hiezu stellen, wenn die erste Comp. 16 Mann, die zweite 32, die dritte 48 und die vierte Compagnie 24 Mann hat, welche noch nicht im Dienste verwendet sind?

899) 3 Kaufleute M, N und P beginnen gemeinschaftlich ein Handlungsgeschäft. M trug 250 fl. bei und ließ sein Geld 3 Jahre im Geschäft, N legte 250 fl. auf ein Jahr, und P 250 fl. auf 4 Jahre ein. Am Ende dieser Zeit ergibt sich der Gewinn zu 673 fl. Wie ist dieser zu vertheilen?

II) Zusammengesetzte Vertheilungs-Rechnung,
wenn nämlich die Kräfte und die Zeiten der Beiträge verschieden sind.

Beispiel. Bei der Anlegung einer Schwimmschule übernahmen 3 Fuhrleute A, B und C das Hinwegführen der Erde um 198 fl. A stellte 8 Pferde auf 3 Tage, B 10 Pferde auf 4 Tage und C 12 Pferde auf 2 Tage. Wie müssen sich A, B und C in den Lohn theilen?

Erläuterung und Ableitung der Regel.

Wenn 1 Pferd in 1 Tag eine gewisse Arbeit vollendet, so vollenden 24 " " 1 " die 24fache Arbeit (nach §. 126. A)
und 8 " " 3 " die 8×3(auch=24)fache Arb. (§. 129. A).

Mit 24 Pferden kann daher in einem Tage eben so viel geleistet werden, als mit 8 Pferden in drei Tagen. Man kann demnach Beiträge, die in Kraft und Zeitdauer verschieden sind, als vermehrte Kräfte darstellen, die gleich lange wirken, und dann nach der einfachen Vertheilungs-Regel (Siehe I. 1tes Beispiel) rechnen. Nämlich:

	Pferd	Tag		Beitrag		Antheil am Lohn.
A mit	8	in 3,	d. i. mit	24	Pferd (auf 1 Tag) erhält	? fl.
B "	10	" 4,	" "	40	" " "	? "
C "	12	" 2,	" "	24	" " "	? "

Vef. Fall. Zusammen mit	88	Pferd (auf 1 Tag) erhalten		198 fl.
mit	1	" "	erh. jeder $\frac{198}{88}$ fl. =	$2\frac{1}{4}$ fl.
A erhält daher mit . . .	24	" "	$24 \times 2\frac{1}{4}$ fl. =	54 fl.
B " " mit . . .	40	" "	$40 \times 2\frac{1}{4}$ fl. =	90 fl.
C " " wie A mit	24	" "	. . . . . .	54 fl.
Probe. Die 3 Fuhrleute zusammen erhalten			. . .	198 fl.

Aus der vorstehenden Erläuterung ergibt sich die

Zusammengesetzte Vertheilungs- (oder Gesellschafts) - Regel:

1) Man multiplicire den (Kraft)-Beitrag jedes Theilnehmers mit der Zeitdauer seines Beitrags, 2) addire diese Producte, 3) theile mit dieser Summe das ganze zu Vertheilende, und 4) multiplicire den erhaltenen Theil (nachdem er möglichst abgekürzt ist) mit dem Producte von Beitrag und Zeit jedes Theilnehmers, so ist das Herausgebrachte der Antheil dieses Theilnehmers.

Uebungsbeispiele.

900) 3 Compagnien sollen 10000 Patronen verfertigen. Die 1te Compagnie kann hiezu 12 Mann 7 Tage hindurch, die 2te 8 Mann auf 4 Tage, und die 3te 42 Mann 2 Tage lang stellen. Die Anfertigung von wie viel Patronen ist demnach jeder dieser Compagnien zuzutheilen?

901) Zwei Fuhrleute übernehmen einen Transport von 73 Zntrn. um 106 fl. 24 kr. Der Eine führte hievon 26 Zntr. 33 Stunden weit, der Andere den Rest von 47 Zntr. 48 Stunden weit. Was gebührt Jedem?

III. Die Abkürzungen bei der Vertheilungsrechnung.

Erste Abkürzung. Wenn die Beiträge aller Theilnehmer Vielfache der nämlichen Mehrzahl (wie z. B. 27, 45, 18 ꝛc. die Vielfache der 9) sind, so suche man, anstatt den Antheil der Einheit, jenen dieser Mehrzahl, und dann aus dieser die Antheile der Theilnehmer.

Beispiel. Man rechne das Uebungsbeispiel Nr. 896 in abgekürzt. Art.

Die I. Comp. mit	27 M., d. i.	3×9 M. erhält ?			
" II. " "	45 " "	5×9 " " ?			
" III. " "	18 " "	2×9 " " ?			
Die 3 Compagnien mit . .		10×9 M. erhalten	16 fl. 12 kr. : 10		
Daher		1×9 " erhalten	1 " $37\frac{1}{5}$ "		
Daher d. I. Comp. mit . . .		3×9 "	" $3 \times$ 1 " $37\frac{1}{5}$ "	=	4 fl. $51\frac{3}{5}$ kr.
" " II. " " . . .		5×9 "	" $5 \times$ " "	=	8 " 6 "
" " III. " " . . .		2×9 M.	" $2 \times$ " "	=	3 " $14\frac{2}{5}$ "
Probe.					16 fl. 12 kr.

Anmerkung. Aus dem obigen Beispiel ist ersichtlich, daß eigentlich nur mit den Vielheitszahlen (3, 5 u. 2) gerechnet wird. Die Ite Abkürzungs-Regel (die ganz übereinstimmend mit jener §. 128. I ist) heißt daher auch:

„Wenn alle Beiträge ein gemeinschaftliches Maaß haben, so hebe „man erstere mit diesem, und rechne dann mit den so vereinfachten „Beiträgen."

Zweite Abkürzung. Wenn die Beiträge Brüche enthalten, so bringe man alle Beiträge unter gleiche kleinste Nenner (nach §. 109), und betrachte nur noch deren Zähler als die Beiträge, indem man den gemeinschaftlichen Nenner ganz wegläßt.

1tes **Beispiel.** Drei Arbeiter A, B und C haben gemeinschaftlich eine Arbeit gefertigt, und dafür 3 fl. erhalten. Wie ist dieser Verdienst unter sie zu vertheilen, da A $8\frac{1}{2}$ Stunden, B nur $6\frac{2}{3}$ St. und C nur $4\frac{7}{12}$ St. zur Arbeit half?

Rechnung. Die Beiträge (hier an Zeit) sind gemischte Zahlen. Diese werden eingerichtet (n. 104 b), dann auf einerlei kleinste Benennung gebracht (nach §. 109), der allgemeine Nenner (12) weggelassen und nach der Regel gerechnet.

Beiträge an Stunden.	12	Beiträge		Antheile
A hat $8\frac{1}{2}=\frac{17}{2}$	6	102	trifft.	?
B „ $6\frac{2}{3}=\frac{20}{3}$	4	80	„	?
C „ $4\frac{7}{12}=\frac{55}{12}$	1	55	„	?
Summe der Beiträge		237	„	3 fl.

Auf d. Einheit d. Beitrags 1 „ $\frac{3}{237}$ fl. $=\frac{1}{79}$ fl.

			fl.	kr.	hl.
A erhält für den Beitrag	102;	$\frac{1}{79}\times 102$ fl. =	1	17	$3\frac{59}{79}$
B „ „ „ „	80;	$\frac{1}{79}\times 80$ „ =	1	-	$6\frac{6}{79}$
C „ „ „ „	55;	$55\times\frac{1}{79}$ „ =	-	41	$6\frac{14}{79}$

Probe. Die Summe der Antheile beträgt.........3 fl. - - und folglich ist die Vertheilung richtig.

Die Richtigkeit des Verfahrens wird erkannt, sobald man (wie im §. 128 II) den auf einerlei Benennung gebrachten Beiträgen ihrer Nenner (12) unterschreibt, nämlich $\frac{102}{12}$, $\frac{80}{12}$, $\frac{55}{12}$ setzt, und dann sagt:

Für $\frac{237}{12}$ Arb.-Stunden ist der Lohn-Antheil 3 fl.

Daher „ $\frac{1}{12}$ „ „ „ „ $\frac{3}{237}$ fl. $=\frac{1}{79}$ fl.

„ $\frac{102}{12}$ „ „ „ „ $102\times\frac{1}{79}$ fl. = u. s. f.

2tes **Beispiel.** D stirbt und hinterläßt ein überschuldetes Vermögen von 5820 fl.; indem von diesem der Gläubiger E die Hälfte, F $\frac{2}{3}$, G $\frac{1}{4}$ und H $\frac{1}{5}$ zu fordern hätte. Was erhält jeder vom Rücklaß des D?

Erläuterung. Da $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=\frac{97}{60}$, also größer als 1 ist, so kann keiner der Gläubiger seine volle Forderung erhalten. Dieselben müssen sich daher nach der bezüglichen Größe derselben in den Rücklaß theilen. Die Vertheilung geschieht nach der IIten Abkürzung, indem man alle Brüche auf den kleinsten Generalnenner bringt, und dann nur noch mit den Zählern rechnet. — Die gefundenen Antheile sind rechts neben deren Beiträge gesetzt, weil man hiedurch weniger zu

	60	Beitrag		Gefund. Antheil
E mit $\frac{1}{2}$	30	30	?	1800 fl.
F „ $\frac{2}{3}$	20	40	?	2400 „
G „ $\frac{1}{4}$	15	15	?	900 „
H „ $\frac{1}{5}$	12	12	?	720 „

Zusammen	97	5820 fl.
	1	5820 = 60 fl.
		:(97)
		582
		0

schreiben hat. — Sollte man auch finden, wie viel jeder der 4 Gläubiger an seiner Forderung verliere, so braucht man nur von seiner eigentlichen Forderung den erhaltenen Antheil des Rücklasses abzuziehen. So z. B. verliert E $\frac{5820}{2}$ fl. — 1800 fl. = 2910 fl. — 1800 fl. = 1110 fl.

3te Abkürzung. **Wenn mehrere Theilnehmer gleiche Beiträge leisten, so berechnet man deren Beiträge und Antheile vorerst in Summe, und sodann aus dieser den Antheil jedes Einzelnen durch gewöhnliche Division.**

Beispiel. Die präsenten Unterofficiere einer Batterie wollen eine sie zusammen i. J. 1860 treffende Ausgabe von 2 fl. 38 kr. 1 hl. nach der Größe ihrer Löhnung repartiren. Was trifft jeden Einzelnen, da präsent sind: 1 Oberfeuerwerker mit 40 kr., 2 Unterfeuerwerker mit 30 kr., und 6 Corporäle mit 20 kr. täglicher Löhnung?

Beitrag nach Chargen		:20		Gefundene Antheile nach Chargen	Ausgabe-Antheil jedes Einzelnen
1 O. Feuerw.	40 kr.	2	?	230 hl.	1 O. F. 230 hl. = 28 kr. 6 hl.
2 U. Feuerw.	60 „	3	?	345 „	1 U. F. 172½ „ = 21 „ 4½ „
6 Corporäle	120 „	6	?	690 „	1 Corp. 115 „ = 14 „ 3 „

Rechnung. Summe 11 .... 2 fl. 38 kr. 1 hl. nach der Angabe.
— × 60
158 kr.
— × 8
11 .... 1265 hl.
1 .... 1265 hl. = 115 hl.
:(11)

Erläuterung. Da gleiche Ausgabe auf jeden der 2 Unter-Feuerw. trifft, desgleichen auf jeden der 6 Corporäle unter sich, so ist zuerst chargenweise repartirt. Hiezu sind auch die täglichen Löhnungen chargenweise angesetzt, nämlich die der 2 Unterfeuerw. zusammen, dann jene der 6 Corporäle in Summa. Da die Beiträge 40 kr., 60 kr. und 120 kr. das gemeinschaftliche Maaß 20 kr. haben, so ist damit gehoben (n. Abk. I.). Sodann sagt man: Da auf 11 (× 20 kr.) Beiträge 2 fl. 38 kr. 1 hl., d. i. 1265 hl. treffen, so trifft auf 1 (20 kr.) Beitrag nur der 11te Theil, d. i. 115 hl., daher auf 2, 3, 6 Beiträge das 2fache, 3fache, 6fache von 115 hl., und schreibt die so gefundenen Ausgabe-Antheile der Chargen sogleich rechts hinauf. Um hieraus zu finden, was jedem einzelnen Theilnehmer trifft, ist bei den Unterfeuerwerkern der Chargenantheil 345 hl. durch 2 dividirt, und bei den 6 Corporälen deren Chargen-Antheil 690 hl. durch 6 dividirt (nach §. 32.).

4te Abkürzung. **Wenn eine Vertheilung auf viele Theilnehmer zu geschehen hat, wie dieß z. B. bei Dienst-Repartitionen und Steuer-Rechnungen vorkömmt, und es ist der für die Einheit des Beitrags gefundene Antheil eine mehrziffrige**

Zahl, so lege man sich von dieser eine Tafel des 1- bis 10-fachen an (siehe §. 43. IV.), und nehme mit ihr die darauffolgenden Multiplicationen vor. Da hiebei die zehntheiligen Brüche (fünfte Abtheilung) eine wesentliche Erleichterung der Rechnung gewähren, so werden erst nach der Lehre dieser Brüche Beispiele mit Anwendung der IV. Abkürzung vorkommen.

Anmerkung 1. Die Vertheilungs-Rechnung oder Repartitions-Rechnung findet vielseitige Anwendung; als z. B. bei der Vertheilung 1) des Dienstes auf Abtheilungen von verschiedener Stärke, 2) von Steuern, Umlagen, Contributionen, 3) von Feuer- und Hagel-Schaden, 4) von Gewinn, Verlust und Schaden bei gemeinschaftlichen Handels-Unternehmungen, 5) von Erbschaften, Schuldenmassen oder Concursen, 6) bei der Zubereitung von Kriegs-Pulver, Kanonenmetall und überhaupt solchen Kunstproducten, deren Güte von der jedesmal gleichmäßigen Zusammensetzung der Bestandtheile (Ingredienzien) abhängt (wie im folgenden Beispiele), u. dgl. mehr.

In ihrer verschiedenen Anwendung erhält die Vertheilungsrechnung auch verschiedene Namen, als z. B. Steuerrechnung, Gesellschafts-, Societäts- oder Compagnie-Rechnung u. s. w.

4tes Beispiel. Zu Kriegspulver werden in Bayern auf 75 Theile Salpeter, $12\frac{1}{2}$ Theile Schwefel und $12\frac{1}{2}$ Theile Kohle genommen. Wie viel von diesen 3 Bestandtheilen muß man zusammensetzen, um 45 Pfund Pulver zu erhalten?

Rechnung. Die Beiträge bestehen bei dieser Aufgabe in Material, mit dem übrigens in völlig gleicher Weise wie mit Beiträgen in Kräften, irgend einer Art, gerechnet wird.

Da die Beiträge 75 und $12\frac{1}{2}$ den Factor $12\frac{1}{2}$ gemeinschaftlich haben, so rechnet man am kürzesten nach Abkürzung I.

	Beiträge.	Abgek. Beitr. $:12\frac{1}{2}$	Antheile.
Salpeter	75 Theile	6	? ℔.
Schwefel	$12\frac{1}{2}$ „	1	? „
Kohle	$12\frac{1}{2}$ „	1	? „

Zusammen 8 Th. müssen geben 45 ℔.
Daher muß 1 „ geben $\frac{45}{8} = 5\frac{5}{8}$ ℔.

Antw. Salpeter mit 6 „ gibt $33\frac{3}{4}$ ℔.
Schwefel mit 1 „ gibt $5\frac{5}{8}$ ℔.
Desgl. Kohle mit 1 „ gibt $5\frac{5}{8}$ ℔.

Alle Bestandtheile zusammen geben 45 ℔. Daher die Theilung richtig.

Nämlich: Man hebt 75 u. $12\frac{1}{2}$ mit $12\frac{1}{2}$, und rechnet sodann, als hieße die Aufgabe: „Zu 6 Theilen Salpeter werden genommen 1 Thl. Schwefel und 1 Theil Kohle", u. dann ferner n. §. 134. I.

Anmerkung 2. Wenn aus den bekannten Antheilen der Theilnehmer deren Beiträge zu finden sind (wie im folgenden Beispiel), so geschieht deren Berechnung ebenfalls n. Regel I. §. 134, indem man nämlich die bekannten Antheile als ebensoviele Beiträge zum ganzen Gewinn oder Verlust rc. betrachtet, und hieraus deren Antheile an der ganzen bekannten Einlage berechnet:

5tes **Beispiel.** Drei Kaufleute R, S und T hatten 13500 fl. zu einem Geschäfte zusammengelegt. Da dieses, anstatt Gewinn, Verlust brachte, so löste sich die Gesellschaft auf, und es ergab sich, daß R 600 fl., S 700 fl. und T 500 fl. verlieren mußte. Wie viel hatte jeder eingelegt?

Beitrag zum Verlust.	Anth. an der Einl.	Gefundene Antheile.
R mit 600 fl.	? fl.;	$600 \times 7\frac{1}{2}$ fl. = 4500 fl.
S „ 700 „	? „	$700 \times 7\frac{1}{2}$ „ = 5250 „
T „ 500 „	? „	$500 \times 7\frac{1}{2}$ „ = 3750 „
Summe 1800 fl.	auf 13500 fl.;	Probe. Se. = 13500 fl.

Daher auf 1 fl. $\frac{13500}{1800}$ fl. $\underset{:900}{=}$ $\frac{15}{2}$ fl. = $7\frac{1}{2}$ fl.

Vermischte Uebungsbeispiele zu I, II und III.

902) Zur Anfertigung des Knallpulvers, (welches zur Füllung der Zündhütchen dient, und auch muriatisches Pulver heißt), werden 50 Theile chlorsaures Kali auf 25 Theile Schwefel und 15 Theile Schwefelantimon genommen; wie viel Lothe und Quint muß man von jedem dieser Bestandtheile nehmen, um $1\frac{1}{2}$ Pfund von diesem Pulver zu erhalten?

903) Eine Compagnie zählte im vergangenen Quartale 3681 präsente Tage der Gemeinen und 1152 Wachtposten. Man soll zur Prüfung des Wachtrosters finden, wie viele Wachten die Gemeinen A, B, C, D, E, F rc. treffen konnten, da A in diesem Quartale 92 Tage präsent war, B nur 80, C 84, D 35 Tage, E 60 Tage, F 12 Tage u. s. f.?

904) Zur Verproviantirung einer Festung müssen 5 Dörfer Fourage liefern. A hat bereits $30\frac{1}{2}$ Zntr. Heu, B 45 Zntr., C $39\frac{1}{3}$ Zntr., D 122 Zntr. und E $57\frac{1}{4}$ Zntr. Heu geliefert; sie sollen nun in der nämlichen bezüglichen Menge $229\frac{1}{2}$ Schäffel Hafer liefern; wie viel trifft jedes Dorf?

905) Bei einer Schuldenmasse erscheinen 4 Gläubiger mit gleich rechtskräftigen Forderungen und zwar A mit 300 fl., B mit 250 fl., C mit 400 fl. und D mit 700 fl. Wie viel gebührt jedem, wenn das Vermögen des Schuldners nach Abzug der Gerichtskosten noch 1235 fl. 36 kr. beträgt?

906) Bei einem Umzuge hatten ihrer 3 gemeinschaftlich einen Wagen gemiethet; wie viel muß jeder an den Transportkosten bezahlen, wenn das Gepäck des A $3\frac{1}{8}$ Zntr., jenes des B $5\frac{2}{3}$ Zntr., und jenes von C $2\frac{5}{6}$ Zntr. wiegt; die Transportkosten aber sich auf 3 fl. 48 kr. für Fuhrlohn, 4 fl. 13 kr. für Verköstigung des Fuhrmanns und der Pferde, und 27 kr. für Weggeld belaufen?

907) Drei Dörfer sollen nach der Grundsteuer, die sie entrichten, 1000 fl. Contribution zahlen. Wie viel muß jedes der drei Dörfer geben, wenn A 217 fl. 13 kr., B 181 fl. 25 kr. und C 439 fl. 46 kr. Grund=Steuer entrichtet?

908) Bei mehreren Versuchen erhielt man aus 16 Pfund Roggenmehl, 3 Pfund 10 Loth Wasser zum Anmachen des Teiges, 1 Pfund 14 Loth Sauerteig, 12 Loth Salz, und 20 Loth Wasser zum Ausarbeiten des Brodes, 20 Pfund gutes Brod. Wie viel von jedem dieser Bestandtheile wird man nehmen müssen, um 700 Portionen oder 1050 Pfund Brod zu backen?

909) 3 Compagnien haben 32 Mann auf Dienst zu geben; wie ist dieser zu repartiren, da die 1te Compagnie 72 Mann, die 2te Compagnie 54 und die 3te Comp. 66 Mann präsent hat?

910) Zur Bereitung feinen rothen Siegellacks werden genommen auf 4 Theile Terpentin, 6 Theile Zinnober, 6 Theile Schellack und 1 Theil Kreide; wie viel braucht man von jedem dieser Stoffe zu 8 Pfund 16 Loth Siegellack?

911) Bei einem Truppen-Durchmarsch hatte A 3 Mann auf 6 Tage, B 5 Mann auf 4 Tage und C 2 Mann auf 8 Tage im Quartier. Sie erhielten hiefür 10 fl. 40 kr. Vergütung. Was trifft hievon jeden der 3 Quartierträger?

912) Vier Compagnien sollen eine Schanze von 150 Fuß Länge aufwerfen. Wenn nun die 1te Compagnie mit 38 Mann Abends 9 Uhr, die zweite mit 52 Mann Abends 10 Uhr, die dritte mit 41 Mann um 11 Uhr und die vierte mit 19 Mann erst Morgens um 1 Uhr zur Arbeit kommen kann, wie muß dann die Länge vertheilt werden, da die Schanze Morgens 4 Uhr vollendet seyn kann und soll?

913) 4 Oekonomen pachten eine Alpe um 80 fl.; wie viel hat jeder zu bezahlen, da D 12 Stück 3 Monate, E 9 Stück $4\frac{1}{2}$ Monat, F 4 Stück $2\frac{3}{4}$ Monat, G 7 Stück 4 Monat hinauf treiben ließ, und der Hüter 16 fl. Lohn erhielt?

914) H beginnt ein Geschäft mit 400 fl.; nach $5\frac{1}{2}$ Monat tritt ihm J mit 600 fl. bei. Nach weitern $6\frac{1}{2}$ Monaten haben sie 348 fl. Gewinn zu theilen. Was trifft Jeden?

915) Zwei Gemeinden L und M haben folgenden Vorspann geleistet, und sollen hiefür zusammen 54 fl. Entschädigung erhalten; wie ist diese zu vertheilen, da L an
2 Tagen 3 Pferde, an 3 T. 1 Pf., u. an 4 T. 6 Pf. u. M an
5 „ 2 „ , „ 2 „ 4 „ , „ „ 7 „ 3 „ gab?

916) N und P handeln gemeinschaftlich. N legte 200 fl. ein, und P 360 fl. Nach $\frac{1}{4}$ Jahr tritt Q mit 500 fl. bei, und N vermehrt seine Einlage um 160 fl. Nach Verlauf des Jahres trennen sie sich. Die Gesellschaftscasse enthält 1845 fl. Was gebührt hievon an Einlage und Gewinn jedem der Theilnehmer?

917) Die Wagenschmiere für eiserne Achsen besteht aus 2 Theilen

Talg, 2 Theilen Schweineschmalz und $\frac{1}{2}$ Theil Graphit. Wie viel Pfd. von jedem sind zu 30 Pfd. Schmiere zu nehmen?

918) Zur Bereitung von grauer Oelfarbe werden auf 64 Theile Bleiweiß, $1\frac{2}{5}$ Thl. Kienruß, 22 Theile Terpentin und 16 Theile mit Bleiglätte und Vitriol abgekochtes Oel genommen. Wie viel ist von jedem dieser Bestandtheile zu nehmen, um Farbe zum Anstreichen von 8 Sechspfünder Feldlaffetten zu erhalten, wenn zu jeder 7 Pfund 22 Loth Farbe erforderlich ist?

§. 135. Durchschnitts-Rechnungen.

Wenn zwei oder mehrere gleichnamige Einheiten verschiedenen Werth haben, so nennt man einen Werth der Einheit, welcher die Mitte hält, „den Mittel- oder Durchschnittswerth" oder auch das arithmetische Mittel. Kostet z. B. 1 Pfund Pulver 32 kr., und das Pfund einer andern Sorte 44 kr., so ist 38 kr. der Mittelwerth von 1 Pfund, indem sich 38 kr. um eben so viel von 32 kr. unterscheidet, als von 44 kr.; nämlich von beiden um 6 kr.

Regel. Man erhält den Durchschnittswerth zu 2 oder mehreren gegebenen Werthen, indem man 1) die Werthe aller gleichnamigen Einheiten addirt, und sodann 2) die Summe der Werthe, durch die Anzahl aller gleichnamigen Einheiten dividirt.

Beispiele.

1) Die Ausgaben eines Tages betrugen 14 kr., die des folgenden 26 kr.; was ist im Durchschnitt die Ausgabe eines Tages?

Rechnung. Man findet $\frac{14 \text{ kr.} + 26 \text{ kr.}}{2} = \frac{40 \text{ kr.}}{2} = 20$ kr.

2) Von 41 fl. und 18 fl. ist die Mittelzahl $= \frac{59}{2}$ fl. $=$ 29 fl. 30 kr.

3) Von 8, 17, 39, 21 und 107 ist die Mittelzahl $= \frac{192}{5} = 38\frac{2}{5}$.

4) Jemand hat 20 Maaß Wein, welche ihn 30 fl., und 1 Eimer, der ihn 40 fl. kostete. Wie hoch kömmt durchschnittlich die Maaß?

Rechnung. Die	20	Maaß	kosten	30 fl.
Der 1 Eimer, d. i.	60	„	„	40 „
Die	80	„	„	70 fl.
Daher	1	„	im Durchsch.	$\frac{70}{80}$ fl. = 52 kr. 2 pf.

Die Gründe dieses Verfahrens sind: 1) Durch die Addition der Werthe aller gleichnamigen Einheiten erhält man den Werth einer gleichnamigen Mehrheit; und 2) mittelst der Division dieses Werthes durch die Anzahl der Einheiten erhält man den Werth einer dieser Einheiten (n. §. 126 B.).

5) Auf dem Getreidemarkt in M wurde das Schfl. Weizen nicht theurer als 15 fl. 39 kr., und nicht wohlfeiler als 14 fl. 46 kr. verkauft. Was ist zwischen diesen äußersten Preisen der Mittelpreis?

Rechnung.	15 fl.	39 kr.
	14 „	46 „
Summe	30 fl.	25 kr.
Mittelpreis	15 fl.	$12\frac{1}{2}$ kr.

Die bekannten äußersten Preise sind addirt und ihre Summe durch 2 getheilt. Wäre der wahre Mittelpreis des Weizens zu finden, so müßte der Verkaufspreis aller einzelnen Schäffel bekannt seyn, und aus diesem der Mittelpreis gesucht werden.

Abkürzung. **Wenn mehrere der gleichnamigen Einheiten gleichen Werth haben, so findet man den Werth der Summe dieser durch Multiplication; rechnet aber im übrigen nach der obigen Regel.**

6) In einem Fourage-Magazin wurde Heu angekauft:

123 Ztr.	zu 2 fl. 6 kr.,	daher diese in Summe zu	258 fl. 18 kr.
436 „	„ 1 „ 52 „,	„ „ „ „ „	813 „ 52 „
387 „	„ 1 „ 48 „,	„ „ „ „ „	696 „ 36 „
252 „	„ 1 „ 34 „,	„ „ „ „ „	394 „ 48 „
1198 Zentner	kosten demnach	....	2163 fl. 34 kr.

1 Ztr. kostet folglich im Durchschn. 2163 fl. 34 kr. : 1198 oder es ist der Mittelpreis = 1 fl. 48 kr. $2\frac{5}{5}\frac{2}{9}\frac{2}{9}$ hl., d. i. beinahe 1 fl. 48 kr. 3 hl.

Uebungsbeispiele.

919) Von 3 Sorten Weizen wog das Schfl. der 1ten Sorte 330 ℔. und kostete 23 fl. 20 kr., das Schfl. der 2ten Sorte 312 ℔. und kostete 22 fl. 12 kr., das Schfl. der 3ten Sorte 280 ℔. und kostete 20 fl. 50 kr.; was ist das Durchschnitts-Gewicht und Preis von 1 Schfl.? wodurch zugleich Gewicht und Preis von 1 Schfl. gefunden wird, im Falle man dieselben vermengt.

920) In ein Fäßchen wurden zusammengeschüttet 8 Mß. Wein zu 1 fl. 6 kr. die Maaß, 9 Mß. zu 40 kr. die Maaß, 1 Mß. zu 48 kr., und 2 Mß. Wasser. Was ist der Werth einer Maaß? und wie muß die Maaß verkauft werden, um 20 Proct. zu gewinnen?

921) In einem Fouragemagazin wurde Hafer angekauft: 6 Schfl. zu 5 fl. 8 kr. jedes, 32 Schfl. à 4 fl. 50 kr., 123 Schfl. à 4 fl. 42 kr., und 80 Schfl. zu 4 fl. 33 kr. jedes; was kostet demnach im Durchschnitte 1 Schäffel?

922) Das von zwei Fabriken gelieferte Pulver soll in Betreff seiner Tragweite (Portée) mit dem Probmörser untersucht werden. Das Pulver der Fabrik A gab bei dem ersten Wurfe die Tragweite $137\frac{5}{6}$ Klftr., bei dem 2ten $140\frac{1}{6}$ Klftr., und bei dem 3ten $141\frac{4}{6}$ Klftr.; jenes der Fabrik B aber gab die Wurfweiten $160\frac{2}{6}$ Klftr., $158\frac{3}{6}$ Klftr. und $152\frac{5}{6}$ Klftr. Was ist demnach die mittlere Tragweite des Pulvers von jeder dieser Fabriken?

Anmerkung. Aus den vorstehenden Beispielen ist die einfache Ausrechnung der Durchschnittszahlen und ihre Anwendung ersichtlich. Letztere aber ist überhaupt sehr mannigfaltig und häufig der einzige Weg, um aus gemachten Erfahrungen einen annähernd richtigen Schluß zu ziehen.

Fünfte Abtheilung.

Die Decimalbrüche.

Erster Abschnitt.

Das Anschreiben der Decimalbrüche und die vier Rechnungsarten mit denselben.

§. **136.** Erklärung, was Decimalbrüche sind.

Brüche, deren Nenner 10 oder 100 oder allgemein 1 mit irgend einer Anzahl Nullen ist, (wie z. B. $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{541}{10000}$ ꝛc.), heißen zehntheilige oder Decimalbrüche.

Brüche hingegen, welche (wie jene der IVten Abtheilung) keine Zahl als Nenner ausschließen, heißen gewöhnliche oder gemeine, d. i. allgemeine Brüche. Alle für diese in der vorigen Abtheilung gegebenen Regeln ꝛc. sind auch für zehntheilige Brüche richtig, deren einfachere Behandlung aber die gegenwärtige Abtheilung enthält.

§. **137.** Decimalbrüche können wie ganze Zahlen, d. i. ohne Nenner, angeschrieben stehen.

Wenn man bei irgend einer Zahl unserer zehntheiligen Zählungsart (z. B. bei 5428) die Werthe der einzelnen Ziffern, von der linken zur rechten Hand hin, betrachtet, so erkennt man aus §. 2, daß ihre Einheiten (als Tausender, Hunderter, Zehner, Einer) mit jeder rechts folgenden Ziffer durchgängig zehnmal kleiner werden, und daß die Einer in der allerletzten Stelle rechter Hand stehen.

Gibt man nun der Einerziffer (8) ein Kennzeichen, z. B. einen Punkt oder ein Comma (5428,), schreibt rechts davon noch Ziffern an (5428,371), und läßt auch für diese das (§. 2) angenommene Gesetz der 10fachen Abnahme fort gelten, so sind (da die Ziffer 8 links vor dem Comma „Einer“ zählt) die Einheiten in der ersten Stelle rechts nach dem Comma zehnmal kleiner, also Zehntel, in der zweiten Stelle „Hundertel“, in der dritten „Tausendtel“, u. s. f.

Der Werth der obigen Zahl 5428,371 ist daher
$5000 + 400 + 20 + 8 + \frac{3}{10} + \frac{7}{100} + \frac{1}{1000}$ oder
5428 Ganze $+ \frac{3}{10} + \frac{7}{100} + \frac{1}{1000}$.

Die in solcher Art rechts von den Einern angeschriebenen Ziffern (,371) sind daher die Zähler von Decimalbrüchen; der Nenner eines jeden dieser Brüche aber ist 1 mit Nullen, deren Anzahl durchgängig der Stellenzahl des Zählers gleich ist, nämlich 1 mit einer Null in der ersten Stelle nach dem Comma, mit zwei Nullen in der zweiten Stelle nach dem Comma, u. s. f.

Decimalbrüche können daher immer ohne Nenner angeschrieben werden. Die Einer werden dabei wie oben bei 5428,371 durch ein rechts an sie gesetztes Comma bezeichnet. Im Falle aber eine Zahl keine Ganze enthielte, so wird in die Einerstelle eine Null geschrieben, demnach hat z. B. 0,371 die Bedeutung von $\frac{3}{10} + \frac{7}{100} + \frac{1}{1000}$.

Anmerkung 1.) Nur ausnahmsweise schreibt man den Decimal-Brüchen ihren Nenner an; und man versteht unter einem Decimalbruche und einer Decimalzahl immer eine solche Zahl, in welcher die eigentlichen Brüche durch ein Comma (oder einen Punct) von den Ganzen getrennt sind.

Anmerkung 2.) So wie in unserer allgemeinen Zählungsart (§. 2) die Zehner, Hunderter, Tausender ꝛc. Einheiten vom ersten, zweiten, dritten ꝛc. höhern Range sind (§. 3), so sind umgekehrt die Zehntel, Hundertel, Tausendtel u. s. w. Einheiten vom ersten, zweiten, dritten ꝛc. niedern Range. Die Einheiten vom höhern Range stehen links, jene vom niedern Range rechts von der Einerziffer, und zwar bei gleicher Rangziffer (3) auch gleichweit (3ten Stelle) von der Einerziffer entfernt, welch' letztere hiebei weder zu den höhern, noch zu den niedern Stellen gezählt werden kann.

§. **138.** Das Lesen angeschriebener Decimalbrüche.

Man liest entweder a) jede Bruchziffer (Decimale) einzeln nach ihrem (aus dem vorigen §. bekannten) Werthe oder b) alle Bruchziffern zusammen wie eine ganze Zahl, als den Zähler eines Bruches, und hiezu als Nenner den Nenner der letzten Decimalstelle. Nämlich:
1) 0,538 geles. a) 5 Zehntl., 3 Hdtl., 8 Tsdtl. od. b) 538 Tsdtel.,
2) 0,0475 gel. a) 4 Hdrtel., 7 Tsdtel., 5 Ztausdtel. od. b) $\frac{475}{10000}$.
3) 49,03006 g. a) 49 Ganze, 3 Hdtl., 6 Hdttsdtl. od. b) $49\frac{3006}{100000}$.
4) 2,000807 g. a) 2 Ganze, 8 Ztsdtl., 7 Milliont. od. b) $2\frac{807}{1000000}$.

Diese beiden Lesearten sind übereinstimmend mit jenen ganzer Zahlen. Denn auch bei diesen (z. B. 538) kann man entweder jede Ziffer nach ihrem Rangwerthe einzeln lesen (5 Hunderter, 3 Zehner, 8 Einer), oder alle in eine einzige Zahl, zu ihrem niedersten Range (d. i. zu fünfhundertachtunddreißig Einern), verbinden. Der Grund der Leseart a) beruht

auf dem im §. 2 und §. 137 erklärten Gesetze unserer Zahlenanschreibeart; um aber den Grund der Leseart b) 0,538 = $\frac{538}{1000}$, d. i. 538 Tausendtel einzusehen, schreibe man

$0,538 = \frac{5}{10} + \frac{3}{100} + \frac{8}{1000}$ (nach a), bringe dann (n. §. 109) diese
$= \frac{500}{1000} + \frac{30}{1000} + \frac{8}{1000}$ Brüche alle auf den Nenner
$= \frac{538}{1000}$ (1000) der letzten Decimalstelle (0,008), und addire nun ihre Zähler (n. §. 110), so erkennt man die Richtigkeit, daß 0,538 = $\frac{538}{1000}$, nämlich 538 Tausendtel ist.

Anmerkung 1.) Da 49,538 = $49\frac{538}{1000} = \frac{49538}{1000}$ (n. §. 104) ist, so kann man auch jede gemischte Decimalzahl, nach Auslassung des Comma (49538), als den Zähler eines Bruches lesen, und hiezu als Nenner den Nenner (1000) der letzten Bruchstelle ($\frac{8}{1000}$). Demnach kann man 25,0093 lesen a) 25 Ganze $\frac{9}{1000}$ und $\frac{3}{10000}$ oder b) $25\frac{93}{10000}$ oder c) $\frac{250093}{10000}$.

Anmerkung 2.) Anfänger müssen sich an vielen selbstgewählten Beispielen (3,28; 0,005 02; 9872,5; ꝛc.) die 3fache Leseart geläufig machen, und sich ganz besonders die Bedeutung der einzelnen Bruchziffern versinnlichen. Letztere kann recht anschaulich gemacht werden, indem man auf einer Tafel oder Latte eine Länge von 10 Fuß, d. i. eine Dz. Ruthe aufträgt, den letzten Fuß in 10 Dz. Zoll und diesen noch in seine 10 Dz. Linien abtheilt; die Theile aber dann nicht Fuße, Zolle und Linien nennt, sondern Zehntel-, Hundertel-, Tausendtel-Ruthen, diese letztere als Haupteinheit aller Abtheilungen nehmend. Mit Hülfe einer solchen Eintheilung (Maaßstab) läßt sich nun der Werth der Brucheinheiten ($\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ Ruthe) und auch der Bruchziffern (0,3; 0,07; 0,378 ꝛc.) vollkommen anschaulich machen. Hiebei zeigt sich auch, daß die Brucheinheiten (0,1; 0,01; 0,001 ꝛc.) sehr schnell abnehmen, indem jene der 5ten Bruch- oder Decimal-Stelle (0,00001 Ruthe) kaum mehr sichtbar ist.

§. 139. Das Anschreiben ausgesprochener Decimalbrüche.

Um ausgesprochene Decimalbrüche (z. B. vierhundertsechsundfünfzig Zehntausendtel) mit Ziffern, und zwar ohne Nenner, anzuschreiben, muß man nur aufmerksam den Zähler (vierhundertsechsundfünfzig) von dem Nenner (Zehntausendtel) unterscheiden. Den Zähler schreibt man sogleich als ganze Zahl hin (456); der Nenner aber zeigt durch die Anzahl seiner Nullen (oder durch seine Rangziffer) an, in der wievielsten Decimalstelle, rechts vom Comma, des Zählers letzte Ziffer (6) stehen müsse. Da nun der ausgesprochene Nenner (10 000) vier Nullen hat, so muß vom Zähler (456) die Ziffer 6 in der vierten Stelle (die 5 also in der dritten, die 4 in der zweiten Stelle) rechts vom Comma stehen; und da der Zähler nur drei Ziffern enthält, so muß ihm vorne (links) eine 0, als Fehlanzeige der ersten Decimalstelle, vorgesetzt werden (0456), vor welche sodann das Comma zu setzen ist. Endlich ist noch eine Null in die

Stelle der Einer zu schreiben (0,0456), um anzuzeigen, daß die ausgesprochene Zahl keine Ganzen enthält. Wie wird demnach
1) Zweihundertundfünf Milliontel geschrieben? Antw. (0,000 205).
2) Sechstausendvierzehn Hundertel geschrieben? Antw. (60,14).
3) Fünf Ganze und acht Hunderttausendtel geschr.? (5,00008).
4) 27 Ganze u. dreiunddachtzig Tsdtl.? ‖ 5) 318 Ganze u. 429 Ztsdtl.?

Auch hier müssen sich Anfänger an vielen Beispielen üben.

§. **140.** Grundsätze der Rechnungen mit Decimalbrüchen.

Außer jenen bei den allgemeinen Brüchen (§. 106.) angegebenen, die auch hier volle Gültigkeit haben, merke man sich noch folgende:

I.) Eine Zahl, deren Einerziffer mit dem Comma bezeichnet ist, bleibt ungeändert, so viele Nullen man auch an ihren beiden Enden anschreiben oder ausstreichen mag.

So haben offenbar 9,8 und 09,800 einerlei Werth, denn es ist 09,800 = 0 Zehner + 9 Ein. + 8 Zhtl. + 0 Hdtl. + 0 Tsdtl.
9,8 = + 9 „ + 8 „ — — ,
und es unterscheiden sich diese beiden Zahlen weder in der Anzahl ihrer Einheiten, noch in dem Range derselben.

II.) Wenn man bei einer Zahl (z. B. 258,7651), deren Einerziffer mit dem Comma bezeichnet ist, das Comma um **eine** Stelle weiter zur Rechten versetzt (2587,651), so wird dadurch von jeder einzelnen Ziffer der Rang um eins höher, folglich ihr Werth und daher auch der Werth der ganzen Zahl (258,7651) zehnmal größer. Wenn man also das Comma um 2, 3 und mehr Stellen zur Rechten versetzt, so wird der Werth der vollen Zahl 100mal, 1000mal u. s. w. größer.

III.) Rückt man aber das Comma um 1, 2, 3 und mehr Stellen zur Linken, so wird der Werth der Zahl 10mal, 100mal, 1000mal u. s. w. kleiner.

Zusatz. Um daher eine Zahl mit 10 oder mit 100, oder mit irgend einer Einheit höhern Ranges, zu multipliciren (zu dividiren), braucht man nur das Comma derselben um so viel Stellen rechts (beim Dividiren links) zu versetzen, als der Anzeiger (der Divisor) Nullen hat, z. B.

a) 158,76 × 10 = 1587,6 ‖ b) 158,76 : 10 = 15,876
c) 158,76 × 100 = 15876, ‖ d) 158,76 : 1000 = 0,15876

Im Falle hiebei das Comma um mehr Stellen zu versetzen ist, als Ziffern da sind, so hängt man der Zahl zuerst die nöthige Anzahl Nullen rechts oder links an (nach I); z. B.

1) 8,45 × 10 000 = 84500,
2) 8,45 : 100 = 0,0845.

Uebungsbeispiele.

923) 207,056 × 100?
924) 207,056 : 100?
925) 54,9 × 10?
926) 9,36 : 10000?
927) 37 × 100?
928) 891 : 10000?

Anmerkung. Aus II. und III. ist klar, wie wichtig bei Decimalzahlen die Stellung des Comma sey. Auf dieselbe ist daher bei allen Rechnungen mit Decimalbrüchen die größte Aufmerksamkeit zu richten, und es werden sich die hier folgenden Regeln von jenen mit ganzen Zahlen auch hauptsächlich nur darin unterscheiden, daß sie genau angeben, wohin im Herausgebrachten (Resultate) das Comma zu setzen sey. Dieß erklärt sich auch schon daraus, weil alle Decimalzahlen, seyen es Ganze oder Brüche, aus Stücken zusammengestellt sind, die nach ein und dem nämlichen Gesetze (§. 2) aufeinander folgen.

§. 141. Das Addiren der Decimalbrüche.

Regel. 1) Man schreibe die Posten so unter einander, daß ihre Einerziffer, dann ihre Comma 2c. in aufrechten Reihen stehen; 2) gebe hiebei allen Posten, durch Anhängen von Nullen (nach §. 140. I.), gleichviele Decimalstellen; 3) addire sodann, bei der letzten Reihe rechter Hand anfangend, völlig so wie bei ganzen Zahlen, und setze in der Summe das Comma genau unter die Comma-Reihe der Stücke. Die Probe geschieht wie bei ganzen Zahlen.

Beispiel. Man addire folgende Posten: 23,6 + 0,897 + 386 + 214,94 + 0,7 + 16,26 + 7,19.

Ausrechnung. Der Bruch 0,897 hat die meisten Decimalstellen, und zwar deren 3. Man hängt daher jedem der Posten gleich beim Anschreiben so viele Nullen rechts an, daß jeder 3 Decimalstellen erhält. Hierauf addirt man wie in ganzen Zahlen (§. 9 bis 17), rechter Hand bei der letzten Reihe anfangend.

Kommt man beim Zusammenzählen an das Comma, so schreibt man es auch sogleich in der Summe an.

```
 23,600
  0,897
386,000
214,940
  0,700
 16,260
  7,190
 1 2 3 2
-------
649,587
```

Antw. Die Summe der gegebenen Posten ist 649,587.

Anmerkung. Das Untereinanderschreiben der Stücke, so wie das Anhängen der Nullen, geschieht nur zur Erleichterung der Uebersicht. Nach einiger Uebung wird man diese Nullen weglassen, und auch die Posten (besonders wenn ihrer nur wenige sind) zusammenzählen, ohne sie untereinander zu schreiben, indem man nach der Grundregel aller Addition verfährt, nämlich: „nur Ziffern von gleichem Range zusammenzählt." (§. 14. Anm. 2.)

Uebungsbeispiele.

929) 9,25 + 2,36 + 0,8 + 14 + 29,4 + 6,77 + 0,9?

930) 0,00039 fl. + 0,905 fl. + 58,7 fl. + 419,8999 fl.?

931) 41,096 + 28,5555 + 0,9 + 2145,003 + 12,012458 + 17,2 + 0,2300057 + 318 + 8,006?

Beweis. Die Richtigkeit der obigen Regel wird eben so wie für ganze decadische Zahlen (§. 14) bewiesen. Man hat hiebei nur noch zu bemerken, 1) daß, indem Einer unter Einer geschrieben wurden, dann auch alle Zehntel, ferner alle Hundertel u. s. f., nämlich auch bei den Decimalstellen nur gleichnamige Einheiten in der nämlichen aufrechten Reihe stehen; 2) dann noch, daß $\frac{10}{1000} = \frac{1}{100}$ (10 Tsdlt. gleich 1 Hdtl.), $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$ (10 Hdtl. gleich 1 Zhntl.), $\frac{10}{10} = 1$ (10 Zehntel gleich 1 Einer) sind u. s. f., daß folglich bei den Decimalstellen gerade so wie bei den Ganzen die Zehner, welche die Summe einer aufrechten Reihe enthält, als Einer zur links folgenden Reihe zu addiren sind; so ist im obigen Beispiele die Summe der zweiten Reihe $\frac{28}{100}$, d. i. $\frac{20}{100} + \frac{8}{100}$; die $\frac{20}{100}$ geben $\frac{2}{10}$ (nach §. 107.) und werden daher zur links folgenden Reihe der Zehntel gezählt, während die $\frac{8}{100}$ unter die Reihe der Hundertel angeschrieben sind.

§. 142. Das Abziehen der Decimalbrüche.

Regel. 1) Man schreibe, wie bei ganzen Zahlen, den Abzug unter das Ganze, so daß die Einerziffern, dann die Comma 2c. genau unter einander stehen; 2) hänge hiebei jenem Bruche, der eine geringere Anzahl Decimalstellen hat, so viele Nullen rechts an, bis beide hiedurch gleichviel Decimalen erhalten; und 3) ziehe dann, ohne Rücksicht auf die Comma, wie bei ganzen Zahlen ab (§. 20). **Kommt man hiebei an das Comma, so schreibe man es in den Rest gerade herunter.**

Beispiele. a) Von 48,036 ziehe man ab 9,742.
b) Was ist der Werth von 250,278 — 179,3?
c) Man ziehe 12,504 ab von 38. Was bleibt übrig?

	a)	b)	c)
Ausrechnung.	48,036	250,278	38,000
	— ·9·,7·42	1·7·9·,300	12·,5·0·4
Rest	38,294;	70,978;	25,496

Diese Ausrechnungen bedürfen keiner Erklärung, und die Probe wird jedesmal wie in ganzen Zahlen gerechnet (§. 21).

Der Beweis der Regel ist, mit Rücksicht auf den Beweis im vorigen §., wie im §. 20 zu führen, und auch hier die Anmerkung des **§. 141 anzuwenden.**

Uebungsbeispiele.

932) 12,38 — 3,54?	933) 0,917 fl. — 0,89 fl.?
934) 25,27689 — 19,892?	935) 281,07 — 35,78995?
936) 8 — 0,00782?	937) 24,460 — 15?

§. 143. Das Multipliciren in Decimalbrüchen.

Regel. 1) Man lasse die Comma der Factoren weg, (entweder wirklich oder nur in Gedanken), und multiplicire hierauf wie in ganzen Zahlen (§. 28). 2) In dem so erhaltenen Producte schneide man dann, von der Rechten zur Linken herein, eben so viele Decimalstellen durch ein Comma ab, als in den beiden Factoren zusammen genommen vorkamen. Die Proberechnung endlich geschieht nach §. 30.

1. **Beispiel.** Man multiplicire 70,24 mit 36,519.

```
   36519
 × 7024
--------
 1 46076
 7 3038
2556 33
--------
2565,09456
```

Erläuterung. Die Comma sind weggelassen, und dann ist völlig so wie in ganzen Zahlen multiplicirt, (siehe §. 28 das nämliche Beispiel und Product 256509456). Da nun der eine Factor (36,519) drei Decimalen und der andere (70,24) deren zwei hatte, so werden im Producte von rechts nach links hinein 3 + 2 d. i. 5 Stellen abgezählt, und das Comma wird zwischen 0 und 5 gesetzt.

Antw. Das Product von 70,24 mit 36,519 ist daher 2565,09456.

2. **Beispiel.** Was ist das Product von 0,8257 × 32?

```
 0,8257
×    32
-------
 1 6514
24 771
-------
26,4224
```

Rechnung. Man denke sich das Comma weg, und multiplicire wie gewöhnlich. Man findet das Product 264224 und dieses erhält, wenn wie hier nur in dem einen Factor (0,8257) Decimalstellen stehen, deren so viele, als dieser eine Factor hat, nämlich 4.

Es ist daher 0,8257 × 32 = 26,4224.

3. **Beispiel.** Was gibt 0,3409 × 0,00816?

```
   3409
 ×  816
-------
  20454
  3409
 27272
-------
2781744
```

Von dem Producte 3409 × 816 = 2781744 sind hier 9 Decimalen abzuschneiden; da es aber nur 7 Stellen hat, so muß man die fehlenden zwei Stellen durch links vorgesetzte Nullen ergänzen, und noch außerdem eine Null links vor das Comma setzen, um dadurch die mangelnden Ganzen anzudeuten.

Antw. Das Product ist demnach 0,002 781 744.

4. **Beisp.** 521,3 . 5040 gibt 2 627 352,0 d. i. 2 627 352.

Uebungsbeispiele. (Die Probe nach §. 28. Anmerk. 2.)

938) 5,26 × 4?	940) 0,046 × 12?
939) 8,3 × 2,7?	941) 0,853 × 60?

942) 9,23 × 2,5?	946) 58,1212 × 15,203?
943) 0,6 × 2300?	947) 0,56 × 31?
944) 0,000026 × 549?	948) 0,0009 × 0,0016?
945) 187,034 × 36,008?	949) 98,45 × 0,008084?

Beweis. Durch die Auslassung der Comma in den beiden Factoren werden dieselben vergrößert, und zwar ist (im 1. Beisp.)

7024 hundertmal größer als der gegeb. Factor 70,24 } n. §. 140. II.
36519 tausendmal „ „ „ „ „ 36,519 }

dah. 7024×36519 auch 100×1000mal gr. als 70,24×36,519 } n. §. 25. IV.
d. i. 256509456 „ 100000mal größer als 70,24×36,519 }

Nimmt man also von 256509456 den 100000sten Theil, so hat man das verlangte Product der Zahlen 70,24 mit 36,519.

Nun ist 256509456 : 100000 = 2565,09456 (n. §. 140), welches erhalten wird durch Versetzung des Comma um fünf Stellen zur Linken, d. i. durch das Abschneiden so vieler Zifferstellen für die Decimalen, als deren die beiden Factoren (70,24 und 36,519) zusammen haben.

Andere Beweisart der Multiplications-Regel von Decimalbrüchen.

$$70{,}24 \times 36{,}519 = \frac{7024}{100} \times \frac{36519}{1000} \text{ (n. §. 138) } = \frac{7024\,.\,36519}{100\,.\,1000} \text{ (§. 113)}$$

$= \frac{256509456}{100000}$, und da bei diesem Bruche der Nenner (100000), so viele Nullen hat, als $= 2565{,}09456$ die beiden Factoren zusammen Decimalbruchziffern hatten (nämlich hier 5), so erhält der Zähler (256509456) eben so viele Decimalstellen (n. §. 139), und folglich auch in dieser Art die obige Regel bewiesen, die sich an jedem andern Beispiele auf die eine und andere Art nachweisen läßt.

§. 144. Das Dividiren in Decimalbrüchen.

Regel. Man schreibe, völlig so wie in ganzen Zahlen (n. §. 35 u. 36), den Divisor unter den Dividenden. Lasse hiebei das Comma im Divisor aus, und versetze es im Dividenden um eben so viele Stellen zur Rechten, als der Divisor Decimalen hatte. 2) Sodann dividire man völlig so wie in ganzen Zahlen (§. 35 u. 36.) nur daß man im Quotienten ein Comma genau über jenes des Dividenden setzt. 3) Sobald alle Ziffern des Dividenden durch Herabschreiben an den Rest verbraucht sind, so setze man dem letzten Reste eine Null rechts an, (anstatt ihn wie im §. 41 als gemeinen Bruch in den Quotienten zu schreiben), und dividire den so vergrößerten Rest wieder in gewöhnlicher Art. Dieses Verfahren aber setze man fort, bis sich entweder die Division hebt, oder bis eine verlangte Anzahl Decimalstellen im Quotienten gefunden ist. 4) Zur Probe

multiplicire man den Quotienten mit dem **gegebenen** Divisor, wobei als Product, nach Einzählung des letzten Divisionsrestes, der **gegebene** Dividend erhalten werden muß.

Beispiel a.) Man dividire 33,148 durch 0,52 und suche den Quotienten auf 3 Decimalstellen.

Rechnung.

Quotient = 63,746
Dividend 3314,8
Divisor :(52)
312
194
156
388
364
A.) 240
208
B.) 320
312
Rest 8

Erläuterung. Da der Divisor (0,52) zwei Decimalstellen hat, so versetzt man (beim Anschreiben der Division) das Comma des Dividenden (33,148) um 2 Stellen rechts; schreibe also 3314,8 und darunter in bekannter Art (§. 36) den Divisor 52 **ohne Comma**.

Sodann ist völlig so wie in ganzen Zahlen dividirt (siehe §. 36, 37 u. 41. das nämliche Beisp.) nur **daß im Quotienten ein Comma über jenes des Dividenden geschrieben ist.** Nachdem alle Ziffern des Dividenden (3314,8) herunter gesetzt sind, bleibt noch der Rest 24; dieser wurde im §. 41 als Bruch $\frac{24}{52}$ in den Quotienten $637\frac{24}{52}$ geschrieben; anstatt dessen wird diesem Reste (24) hier eine Null angehängt, und der so vergrößerte Rest (240) wieder in gewöhnlicher Art durch 52 dividirt. Man erhält 4 als Quotient und 32 als Rest. Der 4er ist als rechtsfolgende Decimalstelle des Quotienten hinauf geschrieben; dem Rest 32 aber ist wieder eine Null angehängt (320), und nun die Theilung an diesem und jedem folgenden Reste in immer gleicher Art fortgesetzt, bis man den Quotienten 63,746 auf die verlangten 3 Decimalstellen gefunden hat.

Probe.

Quotient 63,746
Divisor × 0,52
127492
318730
Rest 8
33,14800

Der letzte Rest 8 bleibt unberücksichtigt, und wird nur bei der Probe zum Producte des Quotienten mit dem gegebenen Divisor (0,52) addirt, wodurch, wenn nirgends gefehlt wurde, der gegebene Dividend (33,14800 = 33,148) herauskömmt (n. §. 39).

Beweis. 1) Die gegebene Division war 33,148 : 0,52; dieselbe wurde verändert in 3314,8 : 52; wobei die Comma beider Zahlen um 2 (also gleichviel) Stellen rechts versetzt sind. Hiedurch werden beide 100mal größer (nach §. 140. II.); der Werth des gesuchten Quotienten aber bleibt ungeändert (§. 33. VI.), und man hat nur noch mit einer ganzen

Zahl (52) zu dividiren, für welche die Richtigkeit der ausgeführten Theilung gerade so wie im §. 37 bewiesen wird. Man denkt sich nämlich, wie dort, den Dividenden (3314,8 in 3 Tstder. + 3 Hter. + 1 Zehner + 4 E. + 8 Ztel.) zerlegt, theilt jedes Stück einzeln (§. 33. III), gibt dem erhaltenen Theile den Namen des getheilten Stückes (§. 33. I), wodurch also auch das Comma des Quotienten über jenes des Dividenden kömmt, und bringt den jedesmaligen Rest auf den nächst niedern Rang, in welchem er als Zehner zählt. Aus letzterm erklärt sich auch das Anhängen der Null an die Reste bei A.) und B.), indem bei A.) der Rest 24 Ztel. = 240 Hrdtl. und bei B.) der Rest 32 Hrdtl. = 320 Tsdtel. ist. Ungeübte werden den Beweis (n. §. 37) vollständig an dem vorstehenden und den folgenden Beispielen ausarbeiten, um sich die Gründe der Divisionsregel recht anschaulich zu machen.

Beispiel b.) Man finde 331,48 : 52 auf 4 Decimalstellen.

Quot. = 6,3746
331,48
: (52)
312 u. s. w.

Der Divisor (52) ist hier schon eine ganze Zahl; dieß erspart die Versetzung der Comma; man schreibt daher sogleich den gegebenen Dividend (331,48), und darunter den Divisor (52), beide unverändert an. Die weitere Division geschieht dann völlig so wie bei a, gibt aber auf die gesuchten 4 Decimalstellen den Quotienten 6,3746.

c.) Man suche 33148 : 5,2 auf eine Decimalstelle.

Quot. = 6374,6;
331480,
: (52)
312 u. s. w.

In diesem Beispiele ist der Dividend (33148) eine ganze Zahl, und hat daher das Comma rechts an der Einerziffer (8). Um nun dieses (wegen dem Divisor 5,2) eine Stelle rechts rücken zu können, denkt man sich an der Stelle der Zehntel eine Null (33148,0 = 33148, nach §. 140, I), versetzt nun das Comma, und hat die Division 331480 : 52 (nach a), welche den Quotienten 6374,6 gibt.

d.) Man theile 33148 durch 52 und suche den Quotienten auf 2 Decimalstellen.

Quot. = 637,46.
33148
: (52)
312 u. s. w.

Sind, wie in diesem Beispiele, der Dividend und der Divisor ganze Zahlen, so ist wie bei b., wo auch der Divisor keine Decimalstellen hatte, das Versetzen der Comma erspart. Im übrigen geht die Rechnung wieder wie bei a. Das Comma des Dividenden gehört seiner Einerziffer (8), wenn es auch nicht

wirklich angeschrieben steht, und über dieses wird daher das Comma des Quotienten gesetzt, der 637,46 ist.

e.) Man theile 0,003 3148 : 0,052 auf 6 Decimalstellen.

Quot. = 0,0637 46.
  3,3148
  :(52)
  312 u. s. w.

Der Divisor (0,052) hat 3 Decimalstellen. Es muß daher das Comma des Dividenden (0,0033 148) drei Stellen zur Rechten versetzt werden. Man erhält dadurch 3,3148 : 52, und da hiebei der Dividend kleiner als der Divisor ist, so können im Quotienten keine Ganzen herauskommen. Ohne Rücksicht hierauf zu nehmen, dividirt man wieder in immer gleicher Art nach der Regel, nämlich: 52 in 331 geht 6mal, und schreibt diese 6 in bekannter Weise über die letzte Ziffer (1) des eben dividirten Stücks (331). Da hiedurch diese 6 über der Hundertelziffer (1) des Dividenden steht, so ist sie von dem nämlichen Rang (Hundertel); es muß daher links in der fehlenden Zehntelstelle eine Null, sodann das Comma über jenem des Dividenden, und links davon noch eine Null für die mangelnden Ganzen angeschrieben werden. Die weitere Division ist ganz wie gewöhnlich, und gibt den Quotienten 0,0637 46.

Beispiel f.) 90,3 : 75;
Quot. = 1,204
Divid. 90,3
Divis. :(75)
  15 3
  15 0
   300
   300
    0

g.) 1 : 13,86 auf 3 Dec. Stell.
Quot. = 0,072
  100,000
  :(13 86)
  97 02
   2 980
   2 772
   208 Rest.

h.) 256,1 : 0,0004;
Quot. = 640250
Divid. 2561000
Divis. :(4)

i.) 78,2003 : 0,001
Quot. = 78200,3
  78200,3
  :(1)

Uebungsbeispiele, in denen der Werth des Quotienten auf 6 Decimalstellen zu suchen ist, wenn sich die Division nicht schon früher hebt.

950) 813,72 : 15 = ?	**955**) 0,3007 : 48,26?
951) 37 : 19 = ?	**956**) 22748,00376 : 0,376?
952) 800 : 0,5 = ?	**957**) 376,98 : 18,3?
953) 145,817 : 0,0563?	**958**) 464,25 : 12,5?
954) 39 : 0,001 = ?	**959**) 5670 : 0,0045?

960) 1 : 3,1416 = ?	**962**) 8,427 : 32 = ?
961) 394,80 : 0,0105?	**963**) 2471 : 109?

Anmerkung I. Die Rechnungsvortheile (§. 117) finden auch bei den Decimalbrüchen ihre Anwendung, was bei Ausrechnung der vorstehenden Uebungsbeispiele zu berücksichtigen ist.

Anmerkung II. Man kann auch den Quotienten neben den Dividenden setzen (§. 36 Anm.), anstatt darüber wie oben bei a. b. rc. z. B.

Gegeben 33,148 : 0,52
Verändert 3314,8 : 52 = 63,746
312
194 rc. rc.

Das Comma wird dann in den Quotienten gesetzt, sobald man bei der Division an jenes des Dividenden kömmt.

§. **145.** Verwandlung A) der gewöhnlichen Brüche in zehntheilige u. B) der zehntheiligen Brüche in gewöhnliche.

A.) **Um gewöhnliche Brüche in zehntheilige zu verwandeln, dividire man mit dem Nenner des gewöhnlichen Bruches in seinen Zähler (nach §. 144 d). Der in Decimalstellen gefundene Quotient ist dem gegebenen gewöhnlichen Bruche gleich.**

Beispiel. $\frac{3}{4} = 0,75$. **Erläuterung.** Man sagt: 3 Ganze getheilt durch 4 gibt 0 Ganze; liest dann die 3 Ganzen sogleich als 30 Zehntel, und sagt: 4 in 30 (Zhntl.) gibt 7 (Zhntl.) als Quotient (der rechts vom Comma angeschrieben ist), und 2 Zhntl. als Rest; denkt sich ferner diesen Rest 2 Zhntl. in 20 Hundertel verwandelt und durch 4 getheilt. Man erhält 5 Hdrtl. und keinen Rest. Es ist daher $\frac{3}{4} = 0,75$.

Beweis. $\frac{3}{4} = \frac{3 : 4}{4 : 4}$ (n. §. 106 V.) $= \frac{3 : 4}{1} = 3 : 4$; man kann daher jeden Bruch (z. B. $\frac{3}{4}$) als den Quotienten einer Division des Zählers (3) durch den Nenner (4) ansehen, und sodann diese Division nach §. 144 verrichten.

Das einfachste Verfahren bei diesen Verwandlungen wird aus einigen Beispielen erkannt werden:

1) Ist der Nenner des gewöhnlichen Bruches eine Zahl, deren Vielfache man auswendig weiß, so dividirt man wie im §. 35, ohne den jedesmaligen Rest anzuschreiben. Z. B.

a.) $\frac{4}{5} = 0,8$	c.) $\frac{6}{27} \overset{:3}{=} \frac{2}{9} = 0,222..$	e.) $\frac{3}{7} = 0,428571428..$
b.) $\frac{11}{8} = 1,375$	d) $\frac{8}{11} = 0,727272..$	f.) $\frac{1}{12} = 0,08333\ldots$

2) Besteht der Nenner aus einfachen Factoren, so dividirt man nach §. 44. I., und zwar mit jenen Factoren zuerst, mit welchen sich die Division hebt, z. B.

g.) $\frac{7}{22} \overset{:2}{=} \frac{3{,}5}{11} = 0{,}31818\ldots$ ‖ h.) $\frac{31}{45} \overset{:5}{=} \frac{6{,}2}{9} = 0{,}688\ldots$

i.) $\frac{1}{960}$ fl. $\overset{:10}{=} \frac{0{,}1}{96}$ fl. $\overset{:8}{=} \frac{0{,}0125}{12}$ fl. $= 0{,}001041666\ldots\ldots$ fl.

3) Ist endlich der Nenner mehrziffrig, und nicht wie oben bei Nro. 2 zusammengesetzt, so dividirt man völlig so wie im Beisp. d. §. 144 in einer Nebenrechnung.

Uebungsbeispiele. Man verwandle in Decimalbrüche:

964) $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{22}{7}$; $2\frac{5}{8}$; $\frac{13}{9}$; $\frac{12}{33}$; $\frac{20}{48}$.
965) $\frac{19}{32}$; $\frac{23}{60}$; $\frac{121}{144}$; $\frac{37}{360}$; $3\frac{41}{90}$.
966) $\frac{28}{101}$. ‖ 967) $\frac{15}{17}$. ‖ 968) $\frac{124}{365}$. ‖ 969) $\frac{113}{355}$.
} Auf 6 Decimal-Stellen.

Anmerkung. Bei den obigen Verwandlungen bemerkt man einige Decimalbrüche, in welchen die Division bei einer bestimmten Anzahl Decimalstellen keinen Rest läßt, andere hingegen, wo sie ohne Ende fortgeht. Erstere (siehe a. u. b.) heißen endliche, letztere (wie bei c. d. e. 2c.) unendliche Decimalbrüche. Bei diesen wiederholen sich die nämlichen Ziffern (wie bei $\frac{3}{7} = 0{,}\underline{428571}\,428571\ldots\ldots$), daher man sie auch wiederkehrende (oder periodische) und die einerlei Folge von Ziffern (428571) ihre Wiederkehr (oder Periode) nennt. Die unendlichen Decimalbrüche erhalten rechts einige Punkte, und die Wiederkehr kann man sich zum leichtern Ueberblick unterstreichen. Von diesen Decimalstellen, deren Werth sehr schnell abnimmt (siehe §. 138. Anm. 2.), behält man nur so viele, als es die Genauigkeit einer Rechnung erfordert. — Da in keinem eigentlichen Bruche der Zähler durch den Nenner ohne Rest theilbar ist, der Zähler jedoch bei der Verwandlung seiner Reste in Zehntel, Hundertel 2c. 2c. nach und nach mit 10, 100, 1000 2c. multiplicirt wird; so können nur solche gemeine Brüche, deren Nenner sich in 10 oder 100, od. 1000 2c. heben, endliche Decimalbrüche geben; also (nach §. 98. A.) nur Brüche, deren Nenner 2 oder 5 oder Producte dieser beiden Zahlen sind. Daß aber alle übrigen gemeinen Brüche durch Verwandlung wiederkehrende Decimalbrüche geben müssen, soll am Beispiele $\frac{3}{7} = 0{,}\underline{428571}\,4\ldots\ldots$ gezeigt werden. Der Divisor 7 kann nämlich nur kleinere Reste lassen, als er selbst ist; demnach höchstens 6 verschiedene (1 bis 6); nach diesen muß sodann sicher ein Rest kommen, der schon einmal da war, und da nun von hier an die Division wieder mit dem nämlichen Dividenden (Rest) und dem nämlichen Divisor fortgesetzt wird, so können auch im Quotienten nur wieder die nämlichen Ziffern, d. i. die Wiederkehr, erscheinen; der ähnliche Schluß läßt sich aber bei jedem andern Bruche $\frac{2}{9}$, $\frac{8}{11}$ 2c. wiederholen, so daß hieraus allgemein folgt: Alle gemeinen Brüche, deren Nenner nicht 2 oder 5 oder Producte dieser Zahlen sind, verwandeln sich in wiederkehrende, und die höchste Anzahl Ziffern der Wiederkehr ist um 1 kleiner, als der Nenner des gemeinen Bruches, muß aber nicht nothwendig so groß seyn. Unendliche Decimalbrüche, die keine Wiederkehr haben oder zeigen, heißen unvollständige oder nicht geschlossene, zum Gegensatz der übrigen, die geschlossene Decimalbrüche genannt werden. Fängt die Wiederkehr sogleich in der ersten Decimalstelle an, wie in den Beispielen c, d u. e, so heißen sie rein wiederkehrende Decimalbrüche; gehen aber der Wiederkehr noch Stellen voraus (wie in g, h u. i), so nennt man sie gemischt wiederkehrend.

B.) Seltener hat man Decimalbrüche in gewöhnliche zu verwandeln. Dabei können die folgenden 3 Fälle vorkommen:

1.) Ist der Decimalbruch endlich, so schreibe man (n. §. 138) seine Decimalstellen als Zähler, sodann unter diesen als Nenner eine 1 mit so vielen Nullen, als der Bruch Decimalstellen hatte, und hebe den so erhaltenen gewöhnlichen Bruch viel möglichst (nach §. 107). Z. B. a.) $0{,}4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$; b.) $0{,}035 = \frac{35}{1000} = \frac{7}{200}$; c.) $1{,}0375 = 1\frac{375}{10000} = 1\frac{75}{2000} = 1\frac{3}{80}$.

2.) Bei rein wiederkehrenden Decimalbrüchen schreibe man eine volle Wiederkehr als Zähler; unter diesen sodann, als Nenner, so viele 9er als die Wiederkehr Ziffern hat, und hebe dann wieder möglichst. Z. B. a.) $0{,}\underline{2}22.. = \frac{2}{9}$; b.) $0{,}\underline{01}01... = \frac{1}{99}$; c.) $0{,}\underline{36}36... = \frac{36}{99} = \frac{4}{11}$; d.) $8{,}\underline{324}324.. = 8\frac{324}{999} = 8\frac{36}{111} = 8\frac{12}{37}$.

Als Probe muß, wenn man den gefundenen gemeinen Bruch in einen Decimalbruch verwandelt (n. A.), der gegebene Decimalbruch wieder erhalten werden. Um aber die **Richtigkeit** der obigen Regel einzusehen, bemerke man,

daß
$$\frac{1}{9} = 0{,}11111....$$
$$\frac{1}{99} = 0{,}\overline{01}01....$$
$$\frac{1}{999} = 0{,}\overline{001}001....$$
$$\frac{1}{9999} = 0{,}\overline{0001}\,0001.....$$
$$\frac{1}{99999} = 0{,}\overline{00001}\,00001..$$
u. s. f.

Daß also allgemein „jeder gemeine Bruch, dessen Zähler 1 ist, „und dessen Nenner aus lauter „9ern besteht, jedesmal einem rein „wiederkehrenden Decimal-Bruche „gleich kömmt, dessen Wiederkehr „so viele Stellen hat, als der gemeine Bruch 9er hatte, von welchen Stellen der Wiederkehr nur „die letzte ein Einser (1) und alle vorhergehenden Nullen sind."

Demgemäß ist bei

a.) $0{,}\underline{2}222... = 2 \times 0{,}1111... = 2 \times \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$;

b.) $0{,}\overline{01}01... = 1 \times 0{,}0101.... = 1 \times \frac{1}{99} = \frac{1}{99}$;

c.) $0{,}\overline{36}36.. = 36 \times 0{,}0101... = 36 \times \frac{1}{99} = \frac{36}{99} = \frac{4}{11}$;

d.) $8{,}\overline{324}324... = 8 + 324 \times 0{,}001001... = 8 + 324 \times \frac{1}{999}$
$= 8\frac{324}{999} = 8\frac{12}{37}$.

3.) Wenn die Wiederkehr nicht mit der ersten Decimalstelle anfängt, so versetze man das Comma bis an die Wiederkehr, verwandle sodann die Wiederkehr (nach 2.), dividire jedoch den so erhaltenen gewöhnl. Bruch noch durch 1 mit so vielen Nullen, als Decimalstellen vor der Wiederkehr waren; z. B. $0{,}8333... = \frac{8{,}333...}{10}$ (dieß ist richtig nach §. 106. V.)

$$= \frac{8\frac{3}{9}}{10} = \frac{8\frac{1}{3}}{10} = \frac{\frac{25}{3}}{10} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}.$$

Uebungsbeispiele. Man verwandle in gewöhnliche Brüche.

970) a) 0,0408; b) 3,14; c) 0,01328125; d) 3,1416; e) 0,00270027 . .; f) 4,278181 . . .

§. 146. Verwandlung benannter Decimalbrüche von höherm Namen (z. B. fl.) in niedern Namen (z. B. kr., pf. ꝛc.).

Allgemeine Regel. (§. 59.) **Man multiplicire die Zahl vom höhern Namen mit der Eintheilungszahl zum nächst niedern Namen,** z. B.

1.) Wie viele ganze Kreuzer und Heller sind 0,5872 fl.?

Ausrechnung. Man multiplicirt mit 60 kr. oder mit 10 × 6, indem man sich zuerst das Comma um eine Stelle zur Rechten versetzt denkt (was durch einen Punkt angedeutet ist 0,5·872), und dann noch mit 6 multipl. Man erhält 35,232 kr. Der Bruch der kr. (,232) wird nun mit 8 multipl. (1 kr. = 8 hl.), wobei 1,856 hl. herauskommen.

$$\begin{array}{l} 0{,}5\cdot872 \text{ fl.} \\ \overline{} \times 60 \\ 35{,}232 \text{ kr.} \\ \overline{} \times 8 \\ 1{,}856 \text{ hl.} \end{array}$$

Antwort. 0,5872 fl. sind 35 kr. 1,856 hl.

2.) 5,826 Fuß, wie viel sind es Fuß, Zoll ꝛc., a) im Ddz.? und b) im Dz.-Maaß?

Ausrechnung. a)
$$\begin{array}{l} 5',826 \\ \overline{} \times 12 \\ 9'',912 \\ \overline{} \times 12 \\ 10''',944 \\ \overline{} \times 12 \\ 11^{IV},328 \end{array}$$
b)
$$\begin{array}{l} 5',826 \\ \overline{} \times 10 \\ 8'',26 \\ \overline{} \times 10 \\ 2''',6 \\ \overline{} \times 10 \\ 6^{IV} \end{array}$$

Antwort. a) $5{,}826' = 5'\ 9''\ 10'''\ 11,^{IV}328$ im zwölfth. Mß.
b) $5{,}826' = 5'\ 8''\ \ 2'''\ \ 6^{IV}$ im zehnth. Maaß.

Aus der Verwandlung b) $5{,}826' = 5'\ 8''\ 2'''\ 6^{IV}$ Dz. erkennt man aber, daß bei regelmäßiger Eintheilung mit 10 die Decimalstellen der Ordnung nach die gesuchten Einheiten von nied. Namen geben, indem $\frac{3}{10}' = 3''$ Dz.; $\frac{2}{100}' = 2'''$ Dz. u. s. f. ist.

3) 17,54689 □′ = 17 □′ 54□″ 68 □‴ 90 $□^{IV}$ Dz. Mß.

4) 6,0435 K′. = 6 K′. 43K″. 500 K‴. Dz. Mß.

Uebungsbeispiele.

971) 39,6208 fl., dann 0,07432 fl.; wie viel sind's fl. kr. hl.?

972) 92,384 Pfund; wie viel sind es ℔. Lth. und Qnt.?

973) 0,32056 Ztr.; " " " " " " " " ?

974) 7′,5415; wie viel sind's Fuß, Zoll ꝛc. im Ddz.? i. Dz. Mß.?

975) 1 älteres preußisches Pfund = 0,8352 bayerische Pfund; wie viel gibt dieß bayer. Loth und Quint?

976) 1 Jahr = 365,24226125 Tag, wie viel sind es Tage, Stunden, Minuten und Secunden?

Anmerkung. Der erste Anhang enthält die Angabe zu vielen practischen Beispielen wie in Nr. 855.

§. 147. Die Verwandlung einer Zahl von niederm Namen in einen Decimalbruch von höherm Namen.

Allgemeine Regel. (§. 60.) Man dividire die gegebene Zahl vom niedern Namen durch die Eintheilungszahl. Hiedurch erhält man einen gewöhnlichen Bruch des höhern Namens; diesen hebt man möglichst, und verwandelt ihn dann in einen Decimalbruch n. §. 145. z. B.

1.) 6 Heller, wie viel sind es a) Kreuzer? u. b) Gulden?

Rechnung zu a) 6 hl. = $\frac{6}{8}$ kr. = $\frac{3}{4}$ kr. = 0,75 kr.

:10

Zu b) 6 hl. = 0,75 kr. = $\frac{0,75}{60}$ fl. = $\frac{0,075}{6}$ fl. = 0,0125 fl.

Antwort. 6 hl. sind daher a) 0,75 kr. u. auch b) 0,0125 fl.

2.) Wenn die zu verwandelnde Zahl mehrnamig ist, z. B.: „8 fl. 37 kr. 5 hl., wie viel sind es fl.?“ so bringe man zuerst den niedersten Namen (die hl.) auf einen Decimalbruch des nächst höhern Namens (also auf kr.), füge hiezu die Ganzen (37 kr.) dieses Namens, und bringe die so verbundene Zahl auf den nächst höhern Namen (fl.); fahre sodann in dieser Art fort, bis man alles auf den verlangten Namen gebracht hat. (Hiebei muß man vielmöglichst im Kopfe dividiren).

Ausrechnung. Zuerst sind 5 hl. = $\frac{5}{8}$ kr. in 0,625 kr. verwandelt, und unterhalb rechts an die 37 kr. geschrieben. Dann sind die 37,625 kr. mit 60 dividirt, indem man diese Zahl zuerst im Kopfe mit 10 (durch Versetzung des Comma) und zugleich die so herauskommenden 3,7625 kr. noch durch 6 dividirte. Der hiebei erhaltene Quotient ist sogleich den 8 fl. angehängt. Man erhält die

8 fl. 37 kr. 5 hl.
————— :8
8 fl. 3·7,625 kr.
————————— :10 × 6
8,6270833… fl.

Antwort: 8 fl. 37 kr. 5 hl. = 8,6270833… fl.

3.) 5′ 8″ 2‴ 6^{IV} Dz. wie viel sind es Fuß?

Man hat 5′ 8″ 2‴ 6^{IV} Dz. = 5′,826 denn 8″ = $\frac{8}{10}$′ 2‴ = $\frac{2}{100}$′ und 6^{IV} = $\frac{6}{1000}$′ (nach §. 50).

Uebungsbeispiele.

Man gebe an, auf 4 Decimalstellen, wie viel fl. sind:

977) 36 kr.? ‖ **978)** 47 kr.? ‖ **979)** 9 fl. 12 kr. 1 pf.?

980) 73 Pfund 24 Lth. 3 Qnt., wie viel sind es Ztr.?

Wie viele Fuß sind (bis auf 4 Decimalstellen):

981) 3″ 4‴ Dz.? ‖ 9′ 8″ 5‴ Ddz? ‖ 17° 8″,51 Ddz.? ‖ 8° 7″ 9^{IV} Dz.?
9° 8′ 5″ 7‴ 9,3^{IV} Dz.? ‖ 3° 11′ 10″ 9‴ 3^{IV} Ddz?

982) Wie viele □′ sind 5 □° 82 □′ 8 □″ im Dz.? im Ddz. Mß.?

983) Wie viele K′. sind 2 K°. 921 K′. 42 K″, im Dz.? im Ddz. Mß.?

Zweiter Abschnitt.

Die verkürzten Rechnungen mit Decimalbrüchen.

§. **148.** Die vortheilhafte Anwendung der Decimalbrüche, welche sich schon aus ihrer einfachen Anschreibart (§. 137) erklärt, ist sehr ausgedehnt; aber nur einige besondere Fälle können hier erklärt werden:

1) Mühsame Rechnungen in gewöhnlichen (oder gemeinen) Brüchen können durch Verwandlung dieser in zehntheilige um vieles vereinfacht werden.

2) Mehrfach benannte Zahlen von zehntheiliger Eintheilung werden immer zuerst in Decimalbrüchen angeschrieben, und dann erst wird mit denselben gerechnet, wie dieß im §. 156 ausführlich angegeben ist.

3) Aber auch bei mehrfach benannten Zahlen von andern Eintheilungen vermeidet man häufig größere Rechnungen durch Anwendung der Decimalbrüche. Da z. B. 1 ält. preuß. Pfund nach bayerischem Gewichte 26 Lth. $2\frac{3961}{4375}$ Qt. oder $\frac{467711}{560000}$ ℔. oder auch sehr nahe 0,8352 Pfund wiegt, so wird man, um jede andere Anzahl ält. preuß. Pfund, Lth. 2c. nach bayer. Gewichte zu finden, weit kürzer mit der letztern Angabe (1 preuß. Pfund = 0,8352 bayer. Pfd.), als mit jeder der beiden erstern, rechnen.

4) Die Abhängigkeit vieler Dinge von einander, wie z. B. der Münz-, Maaß- und Gewichtseinheiten verschiedener Länder, wird anschaulich und zugleich bequem in Decimalbrüchen angegeben. Die obige Angabe „1 preuß. Pfund wiegt 0,8352 (d. i. $\frac{8}{10} + \frac{3}{100} + \frac{5}{1000} + \frac{2}{10000}$) bayer. Pfund", gibt jedem, welcher das bayer. Pfund kennt, eine viel klarere Vorstellung von der Schwere des preuß. Pfundes als die gleichbedeutende Angabe 1 pr. Pfund = $\frac{467711}{560000}$ bayer. ℔.

5) Da die Werthe der Decimalbrüche ($\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ 2c. ℔.) sehr schnell abnehmen, so braucht man in den meisten practischen

Fällen nur einige der ersten Decimalen, kann daher die noch rechts folgenden wegwerfen, und in dieser Art die Rechnung verkürzen. Die Erkennung der nothwendig beizubehaltenden Decimalen aber fällt, wegen der klaren Vorstellung von dem Werthe jeder einzelnen, nicht schwer, wie dieß die folgenden §§. zeigen werden.

§. 149. Das Abkürzen der Decimalbrüche.

Man versteht hierunter das Wegstreichen oder Auslassen jener Decimalziffern, deren Werth in einem bestimmten Falle unerheblich ist. Läßt man z. B. von 32,45 kr. die zweite Decimale weg (32,45 kr.), so verliert man $\frac{5}{100}$ kr. d. i. $\frac{1}{20}$ kr. Es ist aber $\frac{1}{2}$ hl. = $\frac{1}{16}$ kr.; und $\frac{1}{20}$ kr. ist kleiner als $\frac{1}{16}$ kr. (nach §. 106. B). Man hat daher durch das Wegwerfen der $\frac{5}{100}$ kr. (bei 32,45 kr.) weniger als $\frac{1}{2}$ hl. verloren. In allen Fällen nun, in denen der nicht ausbezahlbare einzelne Werth von $\frac{1}{2}$ hl. unberücksichtigt bleiben darf, kann man anstatt 32,45 kr. die einfachere abgekürzte Zahl 32,4 kr. setzen.

Um aber beim Abkürzen der Decimalbrüche keine Decimalen wegzulassen, deren Werth eben noch erheblich ist, muß man jedesmal wohl beachten:

1) den Zweck der Rechnung, (denn je nachdem dieser mehr oder weniger Genauigkeit verlangt, sind auch mehr oder weniger Decimalstellen beizubehalten);

2) die Größe der Haupteinheit, (denn je größer diese ist, desto mehr Decimalen sind nöthig, bis man zu Ziffern kömmt, deren Werth unerheblich ist);

3) ob mit den abzukürzenden Zahlen noch Rechnungen vorzunehmen sind, indem man sodann überlegen muß, ob durch diese der Fehler des Abkürzens verkleinert oder unzulässig vergrößert würde; in welch letzterm Falle man sodann mehr Decimalen beibehalten müßte.

Die Beachtung dieser 3 Punkte ist nie schwer, aber sie verlangt Aufmerksamkeit.

Anmerkung zu 1.) Wer z. B. die Schwere des ältern preuß. Pfundes (= 0,8352 bayer. Pfund) nur noch in ganzen bayer. Lothen (d. i. $\frac{1}{32}$ Pfund) richtig angeben will, reicht mit den 100teln, d. i. mit 2 Decimalen (0,83 Pfund) aus; wo aber größere Genauigkeit nöthig ist, müssen mehr Decimalen genommen werden.

Anmerkung zu 2.) Der 1000ste Theil einer Meile (§. 50. f.) hat noch die beträchtliche Länge von 25 Fuß; der 1000ste Theil eines Zolles hingegen hat eine kaum sichtbare Größe.

Anmerkung zu 3.) Wer, wie oben, die Zahl 32,45 kr. auf eine Decimale abkürzt (32,4 kr.), fehlt um weniger als $\frac{1}{2}$ hl. Sollte aber

die Zahl 32,4 hl. nach der Abkürzung noch multiplicirt werden, z. B. mit 10, so würde sich der Fehler der Abkürzung 10mal, also über Gebühr, vergrößern, und es müßten daher in diesem Falle mehr Decimalstellen beibehalten werden. Die Regeln hiezu sieh' §§. 150—154.

§. 150. Abkürzungen der Decimalbrüche, mit Bezug auf die Größe ihrer Haupteinheit.

Wenn man Decimalbrüche nur in Rücksicht auf ihre Haupteinheit (fl. oder kr. od. Pfunde ꝛc.) abkürzt, so streicht man jedesmal alle jene Decimalen weg, deren Werth zusammen kleiner ist als die niederste Einheit dieses Namens, (beim fl. also kleiner als $\frac{1}{2}$ hl., beim Pfund kleiner als $\frac{1}{2}$ Qt. ist, ꝛc.). Diese Genauigkeit wird auf folgende Art erreicht:

Regel. 1.) Man behalte nur so viele Decimalen, als die Eintheilungszahl vom Namen des Decimalbruches (z. B. fl.) bis zur niedersten Einheit dieses Namens (hl.) Ziffern hat. 2.) Ist hiebei die nächste der weggelassenen Ziffern ein 5er oder größer als Fünf, so vergrößere man um 1 die letzte beibehaltene Decimalziffer. 3) Zur Abkürzung unbenannter Decimalbrüche muß die Anzahl der beizubehaltenden Decimalen angegeben seyn; gewöhnlich aber ist auch diese durch den Zweck der Rechnung ausgesprochen.

Beispiele. Man kürze ab a) 2,647531 fl. u. b) 2,647469 fl.

Die Eintheilungszahl vom Namen fl. bis zum hl. ist $60 \times 8 = 480$, also 3ziffrig. Man behält daher 3 Decimalen (2,647), vermehrt aber bei a) die letzte behaltene Stelle (7) um eins, da die nächste der weggelassenen Ziffern (531) ein Fünfer ist. Es ist mithin auf $\frac{1}{2}$ hl. genau abgekürzt:

a) 2,647531 fl. = 2,648 fl. } d. h. man hat bei a) weder $\frac{1}{2}$ hl.
b) 2,647469 fl. = 2,647 „ } zu viel noch bei b) $\frac{1}{2}$ hl. zu wenig.

Anmerkung 1.) Durch Ueberlesen der Eintheilungszahlen (v. §. 48 bis §. 57) wird man sich ohne große Mühe, für jede unserer Münz-, Maaß- und Gewichts-Einheiten, die beim Abkürzen nöthige Anzahl Decimalstellen merken. Man behält nämlich:

bei Gulden die 3 ersten Decimalen, da 1 fl. = 480 hl. ist;
bei Kreuzern die erste Decimale (Zehntel), da 1 kr. = 8 hl. ist;
bei Zentnern die ersten 5 Decimalen, da 1 Ztr. = 12800 Qt. ist;
bei Pfunden die ersten 3 Decimalen, da 1 ℔. = 128 Qt ist; ꝛc.

Anmerkung 2.) Wäre wie z. B. bei 9,2375 fl. nur die einzige Decimalziffer **5** wegzuwerfen, so behalte man diese bei; käme aber der Fall in der nämlichen Rechnung einigemal vor, so kann man den 5er jedesmal weglassen, und dafür die letzte beibehaltene Decimalziffer einmal um 1 vergrößern, das anderemal aber nicht.

Beispiele.

c) 0,68527105 Fuß = 0,6853 Fuß } wobei um weniger als
d) 8,6852199 Fuß = 8,6852 Fuß } $\frac{1}{2}$ Scrupel gefehlt ist.
e) 158,3737 ... Zntr. = 158,37374 Zntr. auf $\frac{1}{2}$ Qt. genau.
f) $29{,}\overline{346}009$ Kreuzer = 29,3 Kr. auf $\frac{1}{2}$ hl. genau.

Uebungsbeispiele. Man kürze ab:

984) 0,8342 kr.;	988) 15,6996307 fl.;
985) 5,9573 Lth.;	989) 72,457689689 ... Schffl.;
986) 1,8363 Eim.;	990) $108{,}23\overline{5905}^{0}$ .... Ddz.;
987) 8,5656 .. □″ Dz.;	991) 5,999923 fl.

Man verwandle folgende gewöhnliche Brüche in Decimalbrüche mit der nöthigen Anzahl Decimalstellen.

992) $\frac{6}{7}$ fl.	994) $\frac{13}{60}$ fl.	996) $15\frac{23}{32}$ ℔.
993) $\frac{5}{49}$ Fuß.	995) $7\frac{19}{36}$ □′.	997) $92\frac{122}{144}$ □′.

Die folgenden Beispiele sind abzukürzen und dann nach §. 146 zu rechnen.

998) 0,134134 ... fl.; wie viel sind es kr. u. pf.?
999) 0,056839074 Ztr.; wie viel sind's Pfund, Lth. u. Qt.?
1000) 13,255255 ... Fuß; w. v. sind's Zoll 2c. im Ddz.?
1001) 0,3002130021 ... □′; w. v. Ddz. □″, □‴, u. □^{IV} sind's?
1002) 1 württemb. Schäffel = 0,7971 bayer. Schffl.; wie viel sind dieß bayer. Metzen, Viertel 2c.? (Aehnliche Beispiele sind aus dem Iten Anhange zu nehmen.)

Beweis. Um die Richtigkeit der Abkürzungsregel einzusehen, muß man vorher noch 2 Eigenschaften der Decimalzahlen kennen lernen, nämlich: 1) Eins von irgend einer Stelle (z. B. 0,001) gilt mehr als alle ihr etwa rechts folgenden Decimalen zusammen, und wären diese auch (wie z. B. in 0,001999...) lauter 9er;
denn es ist $0{,}000999 = \frac{999}{1000000}$ } daher wegen des größern Zählers
und $0{,}001 = \frac{1}{1000} = \frac{1000}{1000000}$ } 1000 offenbar $\frac{1000}{1000000}$
(d. i. 0,001) mehr werth als $\frac{999}{1000000}$ d. i. 0,000999).

Da nun hieraus auch klar ist, daß
die Hälfte von 0,001 mehr gilt als die Hälfte von 0,000999 d. i.
$\frac{1}{2}$ von 0,001 " " " 0,000499 ($=\frac{0{,}000999}{2}$), so erkennt man: 2) Eine halbe Einheit einer Decimale (z. B. $\frac{1}{2}$ Tausendtel) gilt mehr als alle ihr rechts folgenden Decimalen (Zehn-, Hundert-Tausendtel 2c.) zusammen genommen, wenn nur die zunächst folgende (wie in 0,001499..) kleiner ist als 5.

Sind nun benannte Decimalbrüche (z. B. a. 2,647499 fl. oder b. 2,647501 fl.) abzukürzen, deren Eintheilungszahl (480) bis zum niedersten Namen (hl.) dreiziffrig ist, so ist der Werth von der niedersten Einheit, d. i. hier von 1 hl. $= \frac{1}{480}$ fl. und von $\frac{1}{2}$ hl. $= \frac{1}{2}$ von $\frac{1}{480}$ fl.

Streicht man nun solchen Decimalbrüchen alle nach der dritten Decimale folgenden Ziffern weg (a. 2,647499 fl. und b. 2,647501 fl.), so ist der Fehler geringer als $\frac{1}{1000}$ fl. (Sieh' oben die erste Eigenschaft).

Ist ferner hiebei die zunächst stehende weggestrichene Ziffer **kleiner als** 5 (wie bei a. 2,647499 fl.), so ist der Fehler selbst geringer als $\frac{1}{2}$ Tausendtel-Gulden (siehe die zweite Eigenschaft); ist aber diese nächste Ziffer größer als 5 oder (wie z. B. bei b. 2,647501 fl.) 5 mit noch folgenden Ziffern, so wirft man zwar 0,000501 fl. d. i. mehr als $\frac{1}{2}$ Tausendtel (= 0,0005 fl.) weg, zählt aber dafür, indem man 2,648 schreibt, 1 ganzes Tausendtel hinzu; man hat also zugezählt 0,001 fl.
man hat weggeworfen 0,000501 fl.

Also hat man zu viel behalten 0,000499 fl.
Und auch dieses ist wieder weniger werth als $\frac{1}{2}$ Tausendtel fl. (zweite Eigenschaft), daher in beiden Fällen der Abkürzungs-Fehler kleiner als $\frac{1}{2}$ Tausendtel fl. ist.

Endlich ist aber $\frac{1}{1000}$ fl. kleiner als $\frac{1}{480}$ fl. (§. 106. B.), daher auch $\frac{1}{2}$ Tausendtel fl. kleiner als $\frac{1}{2}$ hl., und folglich um so mehr der Abkürzungs-Fehler (der noch kleiner als $\frac{1}{2}$ Tausendtel fl. ist) kleiner als $\frac{1}{2}$ hl., was zu beweisen war.

So wie aber hier die Richtigkeit der Regel für die dreiziffrige Eintheilungszahl 480 gezeigt wurde, völlig so läßt sie sich auch für die **größte** dreiziffrige Eintheilungszahl 999 nachweisen, indem $\frac{1}{1000}$ auch noch kleiner ist als $\frac{1}{999}$; und in ähnlicher Art kann der Beweis für jede andere 1- oder 2- oder 3- 2c. ziffrige Eintheilungszahl geführt werden.

Anmerkung 1.) Ist nur die einzige Ziffer 5 wegzustreichen, wie bei 0,8365, so ist der Fehler $\frac{1}{2}$ Einheit der letzten behaltenen Stelle, gleichviel ob man 0,836 oder 0,837 schreibt. Denn es ist $0{,}0005 = \frac{5}{10000} = \frac{1}{2000} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{1000}$.

Anmerkung 2.) Ganze, namentlich große Zahlen, können in ähnlicher Art wie Decimalbrüche abgekürzt werden. Fände man z. B. in einer Rechnung die Größe der Erdoberfläche zu 9281916,28 □ Meilen, so könnte man diese Zahl füglich in 9282000 □ Meilen abkürzen; denn es ist der Unterschied von 83,72 □ Meilen gegen 9 Millionen sehr gering, und es gibt überdieß die abgekürzte Zahl 9282000 eine klarere Vorstellung von der Größe der Erdoberfläche als die vollständige 9281916,28.

Anmerkung 3.) Endlich kann man auch **gewöhnliche** Brüche vom niedersten Namen (als z. B. vom hl., Qt., 2c.) abkürzen, nämlich: a) entweder in der Art, daß man ihrem Zähler oder Nenner einige wenige Einheiten zuzählt oder abzieht, wenn hiedurch die Brüche einfacher werden; z. B. $\frac{7}{12}$ hl. in $\frac{6}{12}$ hl. $= \frac{1}{2}$ hl.; $2\frac{45}{62}$ Qt. in $2\frac{45}{63}$ Qt. $= 2\frac{5}{7}$ Qt.; $\frac{7}{18}$ hl. $+ \frac{5}{19}$ hl. in $\frac{7}{18} + \frac{5}{18} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$ hl. Oder b) in Zahlen, deren Sinn keine Brüche zuläßt, diese wegwirft, indem man für jene, deren Zähler, größer als der halbe Nenner ist, die Ganzen um eins vergrößert; demnach $75\frac{3}{4}$ Mann abkürzt in 76 Mann, $298\frac{3}{17}$ Gewehre in 298 Gewehre 2c. Dieses Abkürzen gewöhnlicher Brüche darf aber **nur** in dem **Endresultate** und **niemals in den Angaben** einer Rechnung geschehen, indem man im letztern Falle nicht leicht die Größe der Fehler zu beurtheilen vermag, die hiedurch im Endresultate entstehen könnten; (man finde z. B. den Abkürzungsfehler, wenn man $2\frac{45}{62}$ Qt. $\times$ 3065 abkürzt in $2\frac{5}{7}$ Qt. $\times$ 3065). Aber gerade diese Beurtheilung ist bei den Decimal-Brüchen möglich, und gehört mit zu ihren besondern Vorzügen; indem gerade dadurch die **Rechnungen** verkürzt werden können, ohne in den Endresultaten größere Fehler zu veranlassen, als sie der Rechner im **Voraus** schon für unerheblich erkennt. (Eine Vereinfachung der gewöhnl. Brüche durch Kettenbrüche ist, der Raumersparung wegen, weggelassen.)

§. 151. Verkürzte Addition und Subtraction in Decimalbrüchen.

A. **Regel:** 1.) Man kürze die Posten nach der Regel des vorigen §. ab, lasse aber jedem so viele Decimalen mehr, als die Anzahl der Posten Ziffern hat (also z. B. 2 Decimalen mehr, wenn mehr als 9, aber weniger als 100 Posten zu addiren sind. 2.) Rechne sodann mit den abgekürzten Zahlen in gewöhnlicher Art (nach §. 141 oder §. 142), und berichtige die vorletzte Decimale durch die letzte (n. §. 150).

1. **Beispiel.** Man soll die gewöhnlichen Brüche $7\frac{3}{8}$ fl.; $16\frac{7}{9}$ fl.; $8\frac{5}{11}$ fl.; 12 fl. 13 kr.; $25\frac{6}{7}$ fl.; $\frac{17}{18}$ fl.; $\frac{37}{48}$ fl.; und $5\frac{29}{35}$ fl. in Decimalbrüche verwandeln, und ihre Summe auf Heller genau angeben.

Rechnung.

$7\frac{3}{8}$ fl.	=	7,3750 fl.
$16\frac{7}{9}$ fl.	=	16,7778 „
$8\frac{5}{11}$ fl.	=	8,4545 „
$12\frac{13}{60}$ fl.	=	12,2167 „
$25\frac{6}{7}$ fl.	=	25,8571 „
(:2) $\frac{17}{18} = \frac{8,5}{9}$ fl.	=	0,9444 „
(:8) $\frac{37}{48} = \frac{4,625}{6}$ fl.	=	0,7708 „
(:5) $5\frac{29}{35} = 5\frac{5,8}{7}$ fl.	=	5,8286 „
		35 444
Summe	=	78,225 „
		—× 60
		13,500 kr.
		—× 8
		4,0 hl.

Antwort. 78 fl. 13 kr. 4 hl.

Erläuterung.

Der Name Gulden bedingt 3 Decimalstellen (§. 150), u. da man, der Zusammenzählung der (8) abgekürzten Posten wegen, auf eine Decimalstelle mehr abkürzen muß, so sind alle gegebenen gewöhnlichen Brüche in Decimalbrüche verwandelt (n. §. 145. A.), mit 4 genauen Decimalstellen (§. 150).

Diese sind sodann in gewöhnlicher Art zusammengezählt; die Summe der ersten Reihe (39) ist jedoch nicht angeschrieben, sondern nur ihre genau gestellte Zehnerziffer 4 (nach §. 150, wegen der weggeworfenen 9) zur folgenden Reihe hinübergezählt. Man findet die Summe 78,225 fl. d. i. (nach §. 146) 78 fl. 13 kr. 4 hl.

Anmerkung. Man findet die nämliche Summe durch Addiren der gegebenen gewöhnlichen Brüche (n. §. 110. B.); u. Ungeübte werden diesen Versuch nicht unterlassen, indem er ihnen zugleich zeigen wird, wie viel mühsamer diese Rechnung mit den gewöhnlichen Brüchen als mit den zehntheiligen sey.

2. Beispiel. 53,24686519 Fuß — 21,5632439 Fuß.

$$\begin{array}{r} 53{,}24687 \text{ Fuß} \\ -21{,}56324 \;\;'' \\ \hline 31{,}6836 \;\;'' \end{array}$$

d. i. $3^0\, 1'\, 6''\, 8'''\, 4^{IV}$ Dz. M.

Erläuterung. Die Haupteinheit Fuß verlangt 4 Decimalen, um noch ½ Scrupel genau zu geben (nach §. 150). Man kürzt nun, wegen der Subtraction, die Zahlen auf 5 Decimalen ab; subtrahirt aber die letzte nur im Kopfe, um zu erkennen, ob die nächstfolgende vierte Decimalstelle um 1 zu vermehren sey oder nicht. Man sagt nämlich 4 bis 7 bleibt 3; dieser Rest wird also ausgelassen (da er kleiner ist als 5); ferner sagt man 2 bis 8 sind 6 u. s. f.

Man findet 31,6836 Fuß als Unterschied, den man, je nachdem es verlangt ist, auf Dz. oder Ddz. Ruthen, Fuß, Zoll ꝛc. bringt.

Uebungsbeispiele.

1003) $37\frac{2}{15}$ ℔. + $3\frac{7}{11}$ ℔. + $9\frac{3}{8}$ ℔. — $6\frac{2}{7}$ ℔. — $2\frac{5}{12}$ ℔.?
1004) Nro. 610. (§. 110) auf 4 genaue Decimalstellen?
1005) $28\frac{3}{4}$ kr. + $19\frac{3}{7}$ kr. + $35\frac{17}{22}$ kr. — $51\frac{7}{10}$ kr.?

Beweis. Würde man im ersten Beispiele die Posten nur auf 3 Decimalstellen abkürzen, so könnte der Fehler bei jedem einzelnen zwar nur höchstens ½ Heller (§. 150), bei 10 Stücken hingegen beinahe 10 × ½ Heller (d. i. 5 hl.), u. bei 100 Stücken beinahe 100 × ½ hl. (d. i. 50 hl. = 6 kr. 2 hl.) ausmachen, was mehr wäre, als in einer genauen Rechnung zulässig ist. Behält man nun, bei jeder einziffrigen Anzahl von Posten, eine Decimale mehr, so kann der Fehler nicht völlig den zehnten Theil von ½ Hell., bei 10 Stücken also wieder nicht völlig ½ Hell. betragen.

Behält man ferner bei 100 Posten, jedem derselben 2 Decimalstellen mehr, so kann der Fehler bei jedem einzelnen nur beinahe $\frac{1}{100}$ vom ½ Heller, bei 100 Stücken also wieder nur beinahe ½ Heller betragen, woraus demnach die Richtigkeit der obigen Regel für die Abkürzung der Posten nachgewiesen ist.

Bei der Subtraction kann durch die Abkürzung der Abzug um beinahe ½ zu klein, das Ganze aber um eben so viel zu groß, daher der Rest um beinahe 1 Ganzes zu groß werden. Behält man aber beiden eine Decimale mehr, so kann der Fehler höchstens noch den zehnten Theil einer Einheit des niedersten Namens betragen.

Anmerkung. Ungeübte halten es leicht für eine Unrichtigkeit, daß sowohl die gegebenen Decimalbrüche als auch die gesuchten fast nie genau sind. Sie bedenken dabei nicht, daß es nur auf den Rechner selbst ankömmt, den Fehler so klein als er will, also unschädlich, zu machen. Denn reicht z. B. bei einer Rechnung die Genauigkeit von ½ Tausendtel nicht hin, so behalte man statt 3 Decimalen, deren 4, 5 ꝛc. Sind jedoch die Zahlen schon abgekürzt gegeben, so zeigt der obige Beweis, wie viele Decimalen einer Summe oder eines Unterschiedes noch verlässig sind. Wären z. B. Decimalbrüche vom fl. zu addiren, die auf 3 Decimalen abgekürzt gegeben sind, so würde die Summe von 100 Posten nur noch die ½ Zehntelfl., jene von 10 Posten nur noch ½ Hundertfl. verlässig angeben. Hiebei ist jedoch zu bemerken, daß, weil durch das Abkürzen der gegebenen Stücke einige etwas zu groß, andere dagegen etwas zu klein werden, der Abkürzungsfehler meistens weit unter die Abkürzungs=Grenze fällt und sehr häufig sich ganz aufhebt.

B. Von der decadischen (zehntheiligen) Ergänzung.

Erklärung. Decadische Ergänzung einer gegebenen Zahl (z. B. 3) nennt man jene Zahl (7), die der Gegebenen zur nächsthöheren decadischen Einheit (10) abgeht. — Man findet die decad. Erg. einer Zahl (246) durch Abziehen derselben von der nächsthöh. dec. Einheit (1000 — 246 = 754), oder kürzer „indem man, links anfangend, jede Ziffer der „gegebenen Zahl (246) zu 9 ergänzt und nur die letzte rechts zu 10.“ Z. B.

D. E. 246 = 754; indem man sagte: 2 auf 9 sind **7**, 4 auf 9 sind **5** und endlich 6 auf 10 sind **4.**

Anwendung. Sind in einer Rechnung Zahlen theils zu addiren, theils zu subtrahiren, so „addire man anstatt der Abzüge deren deca„dische Ergänzungen, und ziehe dann in der Summe die treffende „decadische Einheit (im Kopf) ab.“ Man finde

z. B. 427,256 + 0,834 — 0,375 — 15,021 (oder) man sagt = 427,256 + 0,834 + D. E. 0,375 (—1) + D. E. 15,021 (—100).

Oder gleich untereinander setzend:

	427,256
+	0,834
+	0,625 (—1)
+	84,979 (—100)
S^c. =	413,694

Das nämliche Beispiel ohne D. E. rechnend, gibt zwei Additionen und eine Subtraction, nämlich:

427,256	— 0,375
+ 0,834	— 15,021
+ 428,090	— 15,396
— 15,396	
413,694 wie hier links.	

Die Richtigkeit ergibt sich einfach daraus, daß wer z. B. 3 abziehen soll, aber anstatt dessen die D. E. 3 d. i. 7 addirt, in der Summe 3 + D. E. 3 d. i. 10 zu viel erhält; indem er aber dann diese 10 in der Summe ausläßt (im Kopf abzieht) wieder die richtige Summe erhält.

Anmerk. Man kann die decadische Ergänzung bei ganzen Zahlen, bei gemeinen und Decimalbrüchen mit gleichem Vortheil anwenden, und rechne damit die Beispiele §. 112, dessen 1tes zu $4\frac{7}{8} + 2\frac{3}{4} + 6\frac{7}{12}$ (—10) wird.

*§. 152. Verkürzte Multiplication in Decimalbrüchen.

Wenn man im Producte weniger Decimalstellen braucht, als deren die Factoren zusammen genommen haben, so kann man kürzer als nach §. 143 multipliciren. Hiebei sollen zwei Fälle unterschieden werden, nämlich: A.) Wenn in einem der Factoren die erste Ziffer linker Hand eine bedeutende Einerziffer (d. h. nicht Null, sondern 9 bis wenigstens 1) ist; wie z. B. der zweite Factor der Multiplication 0,426872 fl. × 3,6519609; B.) wenn dieses nicht der Fall ist.

Regel zu A. 1) Man nehme den Factor (3,6519609), welcher linker Hand mit der bedeutenden Einerziffer (3) anfängt, als Anzeiger (Multiplicator), den andern (0,426872 fl.) als das Einfache (Multiplicand), u. lasse

diesem eine Decimale mehr, als man deren im Producte braucht. Die übrigen werfe oder denke man sich weg; etwa fehlende aber ersetze man durch rechts angehängte Nullen.

2) Hierauf multiplicire man das behaltene Einfache (im obigen Beispiele 0,4268 fl.) in umgekehrter Art, indem man also linker Hand mit der Einerziffer (3) anfängt (n. §. 28. Anm. 2).

3) Sobald man mit einer Ziffer des Anzeigers multiplicirt hat, durchstreiche man eine Ziffer des Einfachen (0,4268) u. zwar jedesmal jene, welche zunächst den bereits weggeworfenen steht.

4) In dieser Art fahre man fort, bis entweder alle Ziffern des behaltenen Einfachen durchstrichen sind, oder bis man (wenn es früher einträfe) mit allen Ziffern des Anzeigers multiplicirt hat. Die einzelnen Zeilen (Partialproducte) müssen hiebei so unter einander geschrieben werden, daß rechter Hand ihre ersten Ziffern eine volle aufrechte Reihe ausmachen (also nicht, wie im §. 28. Anmerk. 2, rechts hinaus gerückt stehen), in welcher man sie auch zusammenzählt.

5) Im Producte wird hierauf das Comma so gesetzt, daß es eben so viele Decimalen hat, als man deren dem Einfachen (0,4268) ließ, und endlich wird mit der letzten Decimale die vorletzte berichtigt (n. §. 150).

Bei den einzelnen Multiplicationen wird jedesmal die zunächst stehende weggestrichene Ziffer noch mit multiplicirt, jedoch nur, um das etwa Herübertreffende zu erfahren u. einzählen zu können.

Ausrechnung des Beispiels 0,426872 fl. × 3,651 9609.

```
a) 0,4268|72 fl.
   3,651 |9609.
   ------------
   1 2806
     2561
      213
        4
        4
   ------
   1,5588 fl.
d. i. 1,559 fl.
oder 1 fl. 33 kr. 4 hl.
```

Erläuterung. Die Benennung fl. verlangt 3 Decimalen (§. 150); man behält daher deren vier (0,4268|72 fl.), und denkt sich die übrigen hinweg. Hierauf multiplicirt man mit der Einerziffer (3) des Anzeigers das abgekürzte Einfache (0,4268) in gewöhnlicher Art. Nur sucht man noch zuerst das von der zunächst stehenden weggeworfenen Ziffer (7) Herübertreffende, indem man sagt: 3mal 7 ist 21, behalte 2; sodann 3 × 8 ist 24, und 2 im Sinn geben 26; schreibt 6 unter die multiplicirte 8, behält 2, und fährt nun wie gewöhnlich fort. Man erhält 12806 als erste Zeile unterm Striche, durchstreicht sogleich oben im Einfachen die Ziffer 8, und multiplicirt nun 0,426 mit der Zehntelziffer des Anzeigers (6), indem man wieder von der durchstrichenen 8 die Zehner herüberzählt. Man sagt nämlich 6mal 8 ist 48, behalte 5 im Sinn (nach §. 150, indem die weggeworfene 8 größer ist als 5,

oder weil 48 näher an 50 als an 40 liegt), dann 6 × 6 ist 36 und 5 im Sinn geben 41; schreibt die 1 genau unter die 6 der vorigen Zeile (12806), merkt sich 4 und fährt dann wieder wie gewöhnlich fort; man erhält hiebei die zweite Zeile 2561. In völlig gleicher Art ist die Rechnung fortgesetzt, bis alle Ziffern des Einfachen (0,4268) durchstrichen sind. Ist man so weit, so sucht man nur noch das von der letzten weggestrichenen (4) Herübertreffende. Man multiplicirt hiezu diese 4 mit der folgenden fünften Ziffer (9) des Anzeigers; dieß gibt 36 d. i. abgekürzt 4 Zehner, schreibt diese als letztes Partialproduct (hier fünfte Zeile) an, und addirt nun die einzelnen Producte. Man erhält 15588; und da dieses Product so viele Decimalen als das abgekürzte Einfache (0,4268) haben soll, also vier, so setzt man das Comma zwischen die Ziffern 5 und 1. Das herausgebrachte Product ist daher 1,5588 fl. oder abgekürzt 1,559 fl., welches (nach §. 146) 1 fl. 33 kr. 4 hl. gibt. Ganz das nämliche wird gefunden, aber durch mehr als die doppelte Arbeit, wenn man 0,426872 fl. × 3,6519609 nach §. 143 multiplicirt.

Anmerkung 1. Man kann auch zugleich mit jeder Ziffer des Einfachen (0,4268) jene Ziffer des Anzeigers (3,6519609) durchstreichen, mit der man eben multiplicirte. Beides dient zur Erleichterung der Uebersicht, ist jedoch nicht durchaus nöthig, und kann durch Aufmerksamkeit auf die bereits verbrauchten Ziffern ersetzt werden.

Zur größern Verständigung folgen noch einige Beispiele:

b) 0,654′ × 3,1415926? c) 8,00536 Ztr. × 915,514285714...

zu b)	zu c)
0,65400	915,514285 | 714 Zntr.
× 3,1415 | 926	8,00536
196200	7324114286
6540	4577571
2616	274654
65	54931
33	7329,021442 Zntr.
5	7329 Zntr. 2,1442 ℔.
2,05459	× 32
d. i. 2′ 0″ 5‴ 5^{IV} Dz. M.	7329 Zntr. 2 ℔. 4 Lth. 2 Qt.

Erläuterung zu b.) Die Benennung Fuß verlangt 4 Decimalen (§. 150); man gibt daher dem Einfachen eine mehr, was hier durch Anhängen von 2 Nullen geschieht, und multiplicirt dann 0,65400′ mit 3,1415926 nach der oben gegebenen Regel.

Erläuterung zu c.) Die Zahl (8,00536), deren erste Ziffer Einer zählt, wird als Anzeiger genommen (§. 25. II.). Hierauf behält man von der andern Zahl 6 Decimalen (915,514285|71... Zntr.), nämlich eine mehr als der Name Ztnr. verlangt (§. 150). Sodann ist wieder wie bei a) gerechnet. Nullen des Anzeigers werden wie bei ganzen Zahlen übersprungen (§. 28), für jede derselben aber (völlig so wie nach der Multiplication mit einer bedeutenden Ziffer) die treffende Ziffer des Einfachen durchstrichen, und zwar hier 8 und 2 oben gegen die beiden Nullen unten. Sobald mit allen Ziffern des Anzeigers (8,00536) multiplicirt ist, zählt man zusammen und erhält das Product 7329,021442 Zntr. d. i. 7329 Zntr. 2 Pfund 4 Lth. 2 Qt. n. §. 146.

Beispiel d.) Man multiplicire 6 fl. $18\frac{11}{12}$ kr. mit $7\frac{101}{125}$.

Rechnung.

6 fl. $18\frac{11}{12}$ kr. × $7\frac{101}{125}$.
—— × 60
378,91|66 ... kr. × 7,808
× 7,808
26 5241
30313
302
29 58,56 kr.
—— × 8

Antw. 49 fl. 18 kr. 4 hl.

Erläuterung.

Die 6 fl. $18\frac{11}{12}$ kr. sind in Kreuzer verwandelt (n. §. 59.) und $7\frac{101}{125}$ in den Decimal-Bruch 7,808, indem man $\frac{101}{125}$ im Zähler u. im Nenner mit 8 multiplicirte. Sodann ist nach der Regel A. gerechnet.

Uebungsbeispiele.

1006) 8° 5′ 7″ Dz. × 3,14159265 auf Linien Dz. Mß.?

1007) 4,024024 ... Fuß × 319,2655.. auf Scrupel Dbz. Mß.?

1008) 7,65340958 × 2,56307 auf 4 Decimalstellen?

1009) 35,20073829 × 5,02098 auf 5 Decimalstellen?

1010) Ein Dresdner-Pfund wiegt 0,466936 × 1,7857 bayer. Pfund; wie viel bayer. Pfund oder Loth u. Quint sind es?

Beweis der Regel A. am Beispiel a.) Wenn man von der Zahl 0,426872 fl. nur die drei ersten Decimalen (0,426 fl.) behält, so fehlt man um keinen halben Heller (§. 150). Durch die Multiplication dieser Zahl mit einer Einerziffer (z. B. mit der größten, die 9 ist), könnte sich aber der Fehler im Producte beinahe verzehnfachen. Um diesem auszuweichen, braucht man nur (wie bei der Addition §. 152) eine Decimal-Ziffer mehr (also hier 0,4268 fl.) zu behalten.

Die Multiplication dieser Zahl 0,4268|72 fl. kann nun (nach §. 25. III.) mit zerstücktem Anzeiger (3 + 0,6 + 0,05 + 0,001 + 0,0009 ꝛc.) geschehen, wobei

1) 0,4268|7 × 3	= 1,2806|		
2) 0,426|8 × 0,6	= 0,2560|8		gefunden
3) 0,42|68 × 0,05	= 0,0213|40		wird
4) 0,4|268 × 0,001	= 0,0004|268		(nach §. 143).
5) 0,|4268 × 0,0009	= 3|8412		

Das erste dieser stückweisen oder Partial-Producte gibt vier Decimalen, daher so viele als man deren im Endresultate haben will; man multiplicirt aber noch die fünfte (7), um zu finden, wie viele Einheiten von ihr zur vierten Decimale herüber zu zählen sind. Bei der zweiten Multiplication hat der Anzeiger (0,6) eine Decimale; damit also das Product nur die nöthigen vier erhalte, dürfen vom Einfachen (0,4268) nur drei multiplicirt werden. Man hat also eigentlich nur 0,426 mit 0,6 zu multipliciren; man multiplicirt aber noch die weggestrichene (8), um zu erfahren, wie viel von dieser 8 im Sinne behalten und herüber gezählt werden muß. Die ähnliche Betrachtung wiederholt sich bei der dritten u. vierten theilweisen Multiplication. Bei der fünften endlich ist der Anzeiger 0,0009; um daher im Producte nur 4 Decimalen zu erhalten, darf man mit diesem Anzeiger auch nicht eine Decimale mehr vom andern Factor 0,4268 multipliciren. Um aber die von der fünften in die vierte Decimale herüber treffenden Einheiten zu finden, multiplicirt man noch 0,4 mit 0,0009. Dieß gibt 0,00036 u. auf vier Decimalen

abgekürzt 0,0004 (nach §. 150). Da nun das Product jeder folgenden Decimale (0,00006 ꝛc.) des Anzeigers mit dem Einfachen (0,4..) nichts mehr in die vierte Decimale des gesuchten Productes herüber zählt, so geht aus der vorstehenden Auseinandersetzung die Richtigkeit des bei A. angegebenen Verfahrens hervor.

Regel zu B. 1) Wenn keiner der beiden Factoren mit der Einerziffer anfängt, so versetze man in dem einen derselben das Comma so weit zur Rechten oder Linken, bis seine erste Ziffer linker Hand nichts anders als Einer zählt. Zugleich versetze man im andern Factor das Comma um gleichviele Zifferstellen, aber nach der gerade entgegengesetzten Seite. 2) Mit diesen veränderten Zahlen multiplicire man sodann wieder völlig nach der oben bei A. angegebenen Regel.

Man multiplicire z. B.

e) 0,004 268 72 fl. × 365,19609 auf genaue halbe Heller.

Rechnung.

	oder	
0,4268|72 fl.		0,3651|9609 fl.
× 3,6519:609		× 4,2687:2
1 2806		1 4608
2561		730
213		219
4		29
4		2
1,5588 fl.		1,5588 fl.

Erläuterung. Man versetzt im Factor 365,19609 das Comma um 2 Stellen zur Linken (3,6519609), dagegen im andern 0,00426872 fl. um 2 Stell. zur Recht. (0,426872 fl.) u. multiplicirt dann wie oben bei a. Oder man versetzt im Factor 0,00426872 das Comma um drei Stellen zur Rechten (4,26872), dagegen im andern 365,19609 um drei Stellen zur Linken (0,36519609), und multiplicirt dann wieder nach der Regel A. Man erhält bei der einen wie bei der andern Multiplication das Product 1,5588 fl. = 1 fl. 33 kr. 4 hl.

Die einfachen Gründe dieser Regel B. beruhen auf den §§. 140 und 25. V. Versetzt man nämlich in dem einen Factor (365,19609), das Comma um zwei Stellen zur Linken, im andern (0,00426872) aber um zwei Stellen zur Rechten, so wird der erstere 100mal kleiner, der andere aber 100mal, also gleichvielmal, größer (§. 140). Im Producte aber bringt diese Versetzung der Comma keine Veränderung hervor (§. 25. V.).

Anmerkung 2.) Man braucht die neue Stelle der Comma auch nur anzudeuten, z. B. durch einen zwischengesetzten Punkt, wie unten bei f.

Anmerk. 3.) Die Stellung der Factoren ist gleichgültig; im Falle jedoch beide links mit ihrer ersten bedeutenden Ziffer unter einander stehen, so schneidet der Abkürzungsstrich des Einfachen zugleich die überflüssigen Decimalen des Anzeigers ab.

Anmerk. 4.) Erhält man bereits abgekürzte Zahlen zu multipliciren, so zeigt die Anzahl der anzuhängenden Nullen oder die leeren Stellen des Anzeigers, wie viele Decimalen im Producte unverläſſig sind.

Zur Uebung rechne man **f**) auf 3 Decim.; **g**) auf 1; u. **h**) auf 5.

f) 635,289 0761 × 408,002 0807 = 6 3 5,2 8·9 0 7 6 1 / 4·0 8,0 0 2 0 8 0 7 = 259 199,265.

g) 0,7850379 × 32104 = 7 850,379 / 3,210 4 = 25 202,85.

h) 0,070 70983 × 0,070 70983 = 0,0007 070983 / 7,070983 = 0,005 00 oder = 0,005.

1011) 30,799 17 fl. × 0,3547808?

1012) 836,9766 Fuß × 0,003 584 33?

*§. 153. Verkürzte Division in Decimalbrüchen.

Regel. 1) Beim Anschreiben der Division (nach §. 36.) versetze man im Divisor und im Dividenden das Comma so weit nach der nämlichen Seite hin, bis im Divisor die erste Ziffer links zur Einerziffer wird;

2) lasse sodann dem Dividenden eine Decimale mehr als man im Quotienten braucht; schneide die übrigen durch einen aufrechten Strich ab, der zugleich den Divisor abkürzt, u. ersetze etwa fehlende Decimalstellen durch Nullen. 3) Hierauf dividire man mit den abgekürzten Zahlen in gewöhnlicher Art; schreibe jedoch die zuerst gefundene Ziffer des Quotienten genau über die Einerziffer des Divisors, und durchstreiche, anstatt den letzten Resten Nullen anzuhängen (§. 144.), hiefür jedesmal im Divisor die letzte Ziffer rechter Hand.

4) In dieser Art fahre man fort, bis vom abgekürzten Divisor alle Ziffern durchstrichen sind, und setze endlich im Quotienten das Comma über jenes des Dividenden, welche also beide gleichviel Decimalen haben.

Beispiel a.) Man finde 2,4653888 ℔ : 0,0719 ℔. auf genaue 10tel.

Rechnung.

```
Quotient  =  3 4,29 | mal
Dividend    24 6,53 | 888 ℔.
Divisor   : (7,1 9) | ℔.
              21 5 7
            --------
              3 0 84
              :(7 1 9
              2 8 76
            --------
                2 08
               :(7 1 | 9)
                1 44
            --------
                  64
                 :(7 | 19)
                  64
            --------
                   0
```

Erläuterung. Man versetzt das Comma um zwei Stellen zur Rechten, sowohl im Divisor (7,19) als auch im Dividenden (246,53888); schreibt zugleich beide in gewöhnlicher Art an (§. 36.); läßt sodann dem Dividenden noch Hundertel (246,53), zieht rechts von diesen den Abkürzungsstrich, u. dividirt dann in gewöhnlicher Art; nämlich: 7 in 24 geht 3mal, schreibt 3 über die Einerziffer 7 des Divisors, und multiplicirt mit dieser 3 den Divisor 719. Man erhält 2157 und zieht es von 2465 ab. Dem Reste 208 wird die folgende Ziffer (3) des Divi-

denden angehängt, die wegen der weggeworfenen 8 auf 4 erhöht ist (n. §. 150). Man hat nun 3084 : 719 und findet, in gewöhnlicher Art, den Quotienten 4 und den Rest 208. Anstatt nun diesem (weil vom abgekürzten Dividenden 246,54 schon alle Ziffern verbraucht sind) eine Null anzuhängen, durchstreicht man im Divisor die letzte Ziffer 9, und dividirt nun 208 durch 719. Dieß gibt 2, schreibt es in den Quotienten, u. multiplicirt damit den Divisor 719, wobei der 9 nur multiplicirt wird, um die von ihm herüber treffende Zehnerziffer einzuzählen. Man erhält 144, und dieß von 208 abziehend, den Rest 64. In dieser Art geht nun die Rechnung fort, bis alle Ziffern vom abgekürzten Divisor durchstrichen sind. Man findet hier den Quotienten 34,29mal d. i. 34,3mal auf genaue Zehntel.

Anmerkung 1.) Als Probe multiplicire man (abgekürzt n. §. 152) den Quotienten 34,29 mit dem gegebenen Divisor 0,0719 ℔., und es wird, wenn nirgends gefehlt wurde, der gegebene Dividend herauskommen. Ein allenfallsiger Rest (wie unten bei c.) muß zum Probe-Product addirt werden.

b) Man dividire 6,4 Fuß durch 3,141 592 65 auf Dz. Scr.

Rechnung.

```
= 2',0372|
  6',4000|
:(3,1415 |9265)
  6 2832 |
 ________|
    1168 |
  :(314  |15)
     942 |
   ______|
     226 |
   :(31  |415)
     220 |
    _____|
       6 |
     :(3 |1415)
       6 |
     ____|
       0 |
```

Erläuterung. Der Divisor fängt schon mit der Einerziffer an. Es ist daher keine Versetzung der Comma nöthig, und man schreibt den gegebenen Divisor unverändert unter den Dividenden 6',4. Der Quotient erhält den Namen Fuß, und verlangt also (im Dz. Mß.) drei Decimalen. Man gibt daher dem Dividenden (6,4) durch Anhängen von 3 Nullen vier Decimalen, und zieht nach der vierten den Abkürzungsstrich. Die Division ist nun wie im vorigen Beispiele. Der erste Rest ist 1168; dieser getheilt durch 31415 gibt Null. Man schreibt dieß Null in den Quotienten; streicht wieder eine Decimale im Divisor aus (31415), und hat nun 1168 : 314, dieß gibt 3 u. s. f. Der Quotient heißt 2',0372; daher ist die

Antwort: 6',4 : 3,141 592 6 = 2' 0'' 3''' 7^{IV} Dz. Mß.

Anmerkung 2.) Man kann auch, anstatt die Comma wirklich zu versetzen, ihre neue Stelle nur durch Punkte andeuten, wie im §. 152.

Anmerkung 3.) Ferner kann man, anstatt den abgekürzten Divisor unter den jedesmaligen Rest anzuschreiben, dessen Ziffern gleich im Ansatze nach und nach durchstreichen (wie unten bei c).

c) Man dividire 5 Ztnr. $28\frac{3}{11}$ Pfund durch $9063\frac{14}{15}$.

Rechnung. Der Dividend 5 Ztnr. $28\frac{3}{11}$ ℔. = 528,2727.. ℔. und der Divisor $9063\frac{14}{15}$ = 9063,9333 . . . (nach §. 145).

= 0,05 82	Pfund.
0,52 82	72727
:(9,0̸6̸	39333)
45 32	
7 51	
7 25	
26	
18	
Rest 8	

Erläuterung. In beiden wird das Comma um 3 Stellen links versetzt, und die Division dadurch in 0,5282727...℔. : 9,063933 verwandelt. Der Name Pfund verlangt 3 Decimalen. Man behält daher deren vier im Dividenden, und dividirt wieder wie im Beispiel a. Man sagt: 9 in 52 geht 5mal, schreibt diese 5 über die Einerziffer 9 des Divisors, und fährt nun fort, wie es die nebenstehende Rechnung vollständig ausweiset. Im Quotienten ist wieder das Comma über jenes des Dividenden geschrieben, und dann sind die leeren Stellen über der Zehntel- und der Einerziffer mit Nullen ausgefüllt. Der Quotient ist daher 0,0582 Pfund, d. i. 1 Loth 3,4 Quint (n. §. 146).

Zusatz. Soll man mit bereits abgekürzten Zahlen dividiren, deren weggeworfene Ziffern man nicht kennt, so sind jene Zahlen des herausgebrachten Quotienten unverlässig, welche über angehängten Nullen des abgekürzten Dividenden, und auch jene, die über leeren Stellen des Divisors stehen.

Uebungsbeispiele.

1013) 38,096753 fl. : 9,24? ‖ **1014)** 216,333′... : 89,4747...?
1015) 15° 8′ 9″ 4‴ Dz. : 3,1415926?
1016) $89\frac{147}{320}$ Ztnr. : $2\frac{24}{25}$ Ztnr. auf 5 Decimalstellen?
1017) 7 : 0,03095783 } auf 6 genaue Decimalstellen?
1018) 8,570684 : 4539 }
1019) Die bayer. Meile ist 25 406′ bayer., die churhessische hingegen 33810′ bayer. lang. Man finde auf 3 genaue Decimalen wie viele bayer. Meilen die churhessische hält.

Beweis. Man veränderte bei a) durch Versetzung der Comma die Division 2,4653888 : 0,0719 in 246,53888 : 7,19. Hiedurch wurde sowohl der Dividend als auch der Divisor 100mal größer (§. 140). Im gesuchten Quotienten aber bringt dieses keine Veränderung hervor (§. 33. VI.), während man hiedurch einen Divisor (7,19) erhält, der links mit der Einerziffer anfängt. Theilt man nun mit dieser (7) den Dividenden (246,53888) stückweise (§. 33. III.), so wird jede Ziffer des Quotienten mit der getheilten Ziffer des Dividenden gleichnamig (§. 33. Zus. 3.), und man braucht daher im Dividenden nur noch Deci-

malen von solchem Range zu behalten, die man auch im Quotienten finden soll (im Beispiel a Zehntel und zum Genaustellen Hundertel). Nämlich 21 Zehner: 7 gibt 3 Zehner; 28 Einer: 7 gibt 4 Einer; 14 Ztel.: 7 gibt 2 Ztel.; 56 Hdtel.: 7 gibt 8 Hdtel.; wollte man nun auch noch Tausendtel ꝛc. des Dividenden theilen, so gäbe dieses im Quotienten (des Beispiels a) ebenfalls Tausendtel ꝛc., welche doch nicht mehr gesucht werden sollen. Daß aber im Divisor (7,19) der Einerziffer (7) noch Decimalen folgen, kann in dieser Betrachtung nichts ändern; denn obgleich z. B. 8 noch größer ist als 7,19, so geben doch 21 Zehner: 8 nichts anders als Zehner, wenn auch ihre Anzahl (2) geringer wird.

Hiemit aber ist die Versetzung der Comma und die Abkürzung des Divid. (246,53) gerechtfertigt. Um auch jene des Divisors zu rechtfertigen, ist hier nebenan

246,53888 : 7,19

vollständig n. §. 144. ausgerechnet. Bei A. im Divisor 7,19 die 9 weggestrichen, weil sie beim folgenden Producte schon Tausendtel gibt, nämlich $\frac{9}{100} \times \frac{2}{10} = \frac{18}{1000}$, und nur der herüberzählenden Hundertel (0,018 = 0,02 nach §. 150) wegen, ist die 9 noch multiplicirt. Die nämliche Betrachtung wiederholt sich bei B. und C. Man erkennt daher, daß durch das Wegstreichen der Ziffern des Divisors nichts verloren geht, was im Geringsten zu den noch gesuchten Hunderteln (eigentlich nur Zehnteln) des Quotienten (34,3) beitrüge. Es wäre daher verlorne Zeit und Mühe, die rechts vom Abkürzungsstriche stehenden Ziffern finden zu wollen.

Quot.	=	34,28	9
Divid.		246,53	888
Divis.		:(7,19	
		215,7	
		30,83	
		:(7,19	
		28,76	
		2,07	8
A.		:(7,1	9
7,19 × 0,2	=	1,43	8
		0,64	08
B.		:(7,	19
7,19 × 0,08	=	0,57	52
		6	568
C.			:(7,19)
7,19 × 0,009	=	6	471
	Rest	0	097

Beispiel d.) Man berechne $\frac{23{,}75372 \times 0{,}06805307}{0{,}820849}$ fl.

Rechnung. $\frac{237{,}5372 \times 0{,}06805307}{8{,}20849} = \frac{2{,}375372 \times 6{,}805307}{8{,}20849}$ fl.

2,3753 | 72;	= 1,9693 fl.
× 6,8053 | 07	16,1650 fl.
14 2522	: (8,2084 | 9)
1 9002	7 9565
119	7 3876
7	5689
16,1650	4925
	764
	738
	26
	25
	Rest 1

Erläuterung. Damit im Divisor oder Nenner (0,820849) die erste Ziffer links zur Einerziffer werde, versetzt man dessen Comma und jenes des ersten Factors im Dividenden oder Zähler um eine Stelle rechts. Hierauf noch im Zähler das Comma des ersten Factors um 2 Stellen links und jenes des andern um 2 Stellen rechts (n. §. 152). Sodann ist 2,375372×6,805307 fl. n. §. 152 gerechnet, und das erhaltene Product 16,1650 fl. durch 8,20849 dividirt (n. §. 153). Man erhält 1,969 fl., d. i. 1 fl. 58 kr. 1 hl.

Beispiel e. Man berechne $\frac{28,35 \times 10,8}{105}$ sächsische Thlr. auf Neugroschen und pf. genau. (1 Thlr. = 30 Gr.; 1 Gr. = 10 pf.)

Rechnung.

$$\frac{28,35 \times 10,8}{105} = \frac{2,835 \times 1,08}{1,05};$$

2,8350	= 2,9160
× 1,08	3,0618
2 8350	: (1,05)
2268	961
3,0618	168
	63
	0

2,9 160 Thlr. = 2 Thlr. 27 Gr. $4\frac{4}{5}$ pf.
× 30
27,48 Gr.
× 10
4,8 Pfen.

Erläuterung. Damit im Divisor (105) die erste Ziffer links zur Einerziffer werde, versetzt man dessen Comma um 2 Stellen links. Damit aber dadurch der gesuchte Quotient nicht verändert werde, versetzt man es auch im Dividenden um gleichviele, also 2 Stellen, links; da aber dieser aus 2 Factoren besteht, so versetze man in jedem derselben das Comma um eine Stelle zur Linken (§. 140), indem dadurch der Factor 10,8 zu 1,08 wird, also auch mit der Einerziffer anfängt (§. 152). Hierauf wird nach §. 152 multiplicirt, und da der sächsische Thaler = 30 Neugroschen = 30 × 10, d. i. 300 pf. ist, so muß man auf 4 Decimalbruchziffern rechnen, und erhält:

Antwort. Der bei e.) gegebene Ausdruck = 2 Thaler 27 Neugroschen 3 Pfennig.

Anmerk. Man kann im Beisp. e. Dividend und Divisor mit 3 u. mit 7 dividiren, und dadurch die Rechnung abkürzen.

Vermischte Uebungsbeispiele.

1020) $\frac{127}{5{,}60438 \times 6{,}2154}$ fl.? ‖ 1021) $\frac{0{,}00634 \times 12{,}4040}{31{,}007852}$ Fuß?

1022) $\frac{134{,}2678005 \times 0{,}093876}{89{,}666 \ldots \times 5{,}03278}$ auf 6 genaue Decimalen?

Dritter Abschnitt.

Anwendung der Decimalbrüche bei mehrfach benannten Zahlen zehntheiliger Eintheilung und bei practischen Aufgaben.

§. 154. Mehrfach benannte Zahlen von zehntheiliger Eintheilung können wie einfach benannte Decimalzahlen angeschrieben werden.

Man schreibe nämlich die Anzahl der Haupteinheiten als ganze Zahl an, sodann rechts von diesen die niedern Einheiten als Decimalbrüche (n. §. 137), und links von den Haupteinheiten die Anzahl der höhern Einheiten, als Zehner, Hunderter u. s. f. (n. §. 2).

Vor dem Anschreiben hat man wohl zu überlegen und sich auszusprechen, „ob die niedern (oder höhern) Einheiten, Zehntel oder Hundertel oder Tausendtel ꝛc. (oder Zehner, Hunderter ꝛc.) der Haupteinheit sind", was jedesmal aus den bekannten Eintheilungszahlen von Maaß, Münz und Gewicht erkannt wird. Z. B.:

Man schreibe $37\square^0\ 5\square'\ 9\square''\ 82\square'''\ 3\square^{IV}$ Dz. als einfach benannte Zahlen der Haupteinheit Quadratfuß ($\square'$) an.

Erläuterung. Man sagt, da $1\square^0$ Dz. $= 100\square'$ ist, so sind $37\square^0$ eben so viele Hunderter der $\square'$, d. i. $37\ \square^0 = 3700\ \square'$; schreibt also zuerst die $5\square'$ und links davon als Hunderter die $37\square^0$, nämlich $3705\ \square'$.

Ferner sagt man, da $1\square''$ Dz. $= \frac{1}{100}\square'$ ist, so sind $9\square''$ Dz. $= \frac{9}{100}\square' = 0{,}09\square'$, und schreibt daher die 9 als 2te Ziffer rechts vom Comma, nämlich $3705{,}09\ \square'$.

Eben so sagt man, da $1\square'''$ Dz. $= \frac{1}{10000}\square'$, so sind $82\square'''$ Dz. $= \frac{82}{10000}\square' = 0{,}0082\square'$, schreibt daher die $82\square''$ an die 3te und 4te Decimalstelle; endlich sagt man: $1\ \square^{IV}$ Dz. $= \frac{1}{100\,00\,00}\ \square'$, daher sind $3\ \square^{IV}$ Dez. $= \frac{3}{100\,00\,00}\square' = 0{,}000003\square'$, und setzt die $3\square^{IV}$ als 6te Decimale; schreibt nämlich mit einemmal

$37\square^0\ 5\square'\ 9\square''\ 82\square'''\ 3\square^{IV}$ Dz. $= 3705{,}09\,82\,03\ \square'$.

Zusatz. Die zehntheilige Eintheilung kömmt vor: bei dem geometrischen (oder 10theiligen) Längen-, Flächen- und Körper-Maaß (§. 50 mit 52), bei Tagwerk und Decimalen (§. 51), bei Zentner und

Pfund, bei Gulden und Sechskreuzerstücken, bei dem pfälzischen Maaß und Gewicht (§. 189).

Zur Erreichung der nöthigen Fertigkeit im Anschreiben solcher Zahlen muß man zuerst die folgenden und ähnliche Fragen mit Geläufigkeit beantworten lernen:

1) Wenn man den Fuß als Haupteinheit nimmt, was sind dann die Decimal-Ruthen? Dz. Zoll? Dz. Linien? Dz. Scrupel?

Antw. Zehner der Fuß; Zehntel v. Fuß; Hdtl. v. F.; Tsdtl. v. Fß. **Warum?** Denn 10′ geben 1^0 Dz.; 1′ enthält 10″, daher ist 1″ Dz. der zehnte Theil vom Fuß ꝛc.

2) Wenn man den □Fuß als Haupteinheit nimmt, was sind dann a) die Dz. $□^0$? b) die Dz. □″? c) die Dz. □‴? d) $□^{IV}$ Dz.?

Antw. a) Hdter. □′ b) Hdtl. □′ c) Zhtsdtl. □′ d) Milliontel □′.

Warum? Denn 1 $□^0$ Dz. = 100 □′; 1 □′ enthält 100 □″ Dz., so daß 1 □″ der 100ste Theil vom □′ ist; 1 □′ enthält 10000 □‴ Dz., so daß 1 □‴ $= \frac{1}{10000}$ □′ ist, u. s. f.

3) Wenn man den Kubik-Fuß (K′.) als Haupteinheit setzt, was sind dann a) die Dz. K^0.? b) Dz. K″.? c) Dz. K‴.? d) K⁗. Dz.?

Antw. a) Tsd**er** K′.; b) Tsd**tel** K′. c) Million**tel** K′. d) Tsdmillion**tel** K′.

Warum? a) Denn 1000 K′. geben 1 K^0. Dz.; b) der K′. enthält 1000 K″. Dz.; daher ist 1 K″. Dz. der 1000ste Theil v. K′. u. s. f.

4) Wenn der Zentner als Haupteinheit gesetzt wird, was sind die Pfunde?

Antwort. Hundertel-Zentner, denn 100 ℔. = 1 Ztr.

5) Der Gulden als Haupteinheit genommen, was sind die Sechskreuzerstücke?

Antwort. Zehntelsgulden, denn 10 Sechser = 1 fl.

6) Wenn man den Meter als Haupteinheit setzt, was sind die Decimeter? Centimeter? Millimeter? Decameter? u. s. f.

Antw. Zht**el**met.; Hdt**el**meter; Tsdt**el**meter; Zehn**er**meter u. s. f.

Warum? Denn der Meter enthält 10 Decimeter, so daß 1 Decimeter $= \frac{1}{10}$ Meter ist ꝛc.

Die ähnlichen Fragen sind nun zu stellen und zu beantworten, wenn als Haupteinheit genommen wird: der Quadratmeter, der Kubikmeter, die Hektare, die Are, der Hektoliter, der Liter, das Kilogramm.

Ferner sind auch alle obigen Fragen in umgekehrter Art zu beantworten; z. B. bei 1) Was sind Zehner-Fuß? Zhtelfuß? ꝛc. ꝛc.

Beispiele.	Antwort.
1) 28^0 7′ 3″ 6^{IV} Dz. sind wie viel Fuß?	(=287′,306)
2) 5K^0.34K′.2K″.67K‴.908K^{IV}.Dz.; w. v. K′.?	(=5034,002067908K′.)
3) 29 Zentner 43 ℔. u. 4 Ztnr. 9 ℔.; w. v. Ztr.	(29,43 Ztr. u. 4,09 Ztr.)
4) 2 fl. 42 kr.; 5 fl. 24 kr.; 3 fl. 30 kr.; w. v. fl.?	(2,7 fl.; 5,4 fl.; 3,5 fl.)
5) 3 Decamet. 7 Met. 8 Decim. 4 Millim.; w. v. Met.?	(37,804 Met.)
6) 24 Hektaren, 5 Aren, 9 Centiaren, w. v. Hektaren?	(24,0509 Hekt.)

§. 155. Die Rechnung mit mehrfach benannten Zahlen zehntheiliger Eintheilung.

Regel. Man schreibe (n. vor. §.) diese mehrfach benannten Zahlen als einfach benannte Zahlen ihrer Haupteinheit an, und rechne sodann mit denselben nach den für Decimalbrüche aufgestellten Regeln §. 141 mit §. 153. Z. B.:

1) Sieh' die Angaben §. 64;

15',68
37,59
8,24
42,99
56,87
10,98
172',35

d. i. 17° 2' 3" 5''' Dz. Mß.

2) Sieh §. 72.

9243',7
— 5178,6
4065',1

d. i. 406° 5' 1" Dz.

Erläuterung. Im Längenmaaß ist der Fuß die Haupteinheit. Man schreibt daher die gegebenen Posten sogleich aus der Angabe (§. 64 und 72) als Fuß an (n. §. 154), und addirt (od. subtrahirt) sodann nach §. 141. (oder n. §. 142).

3) Man multiplicire 9 K'. 26 K". 886 K'''. Dz. mit 3,1415926 und rechne nur auf genaue Kubikzoll Dz. Mß.

4) 8□'5□"87□'''9□^{IV}Dz.: 28,2476 auf □'''Dz. genau.

Rechnung zu 3.

9,0268|86 K'.
× 3,1415 926
27 0806
9027
3610
90
45
8
28,3586 K'.

Antw. 28 K'. 359 K". Dz.

Rechnung zu 4.

Quot. =	0,2 8529
	0,8 0587|09 □'
	:(2,8247|6)
1ter Rest	2 4092
2ter "	1494
3ter "	82
4ter "	26
5ter "	1

Antw. 28 □" 53 □''' Dz.

5) Man addire 13 Meter 46 Millim. + 8 Centimeter 9 Millim. + 9 Meter 7 Decimeter + 1 Met. 4 Decimeter 3 Centimet. 7 Millimeter, und finde die ganze Länge im bayer. zehntheiligen Längenmaaß ausgedrückt. Bekannt ist, daß 1 Meter = 3' 4" 2''' 6^{IV},310 Dz. bayer. ist.

a)

13,046 Met.
0,089 "
9,7 "
1,437 "
Summe 24,272 Met.

b)

24,2720
× 3,42631
72 8160
9 7088
4854
1456
73
2
83,1633' bayr.

Erläuterung. Bei a) sind die Posten unter einander gesetzt, und zugleich auf den Meter gebracht (n. §. 154). Man findet die Summe 24,272 Met.

Dann sagt man bei b) da 1 Met. = 3',426310 ist (n. §. 154), so sind 24,272 Met. auch 24,272 mal so viel (n. §. 126 A), u. bild. das Product n. §. 152.

Antw. Die gesuchte Länge ist 8° 3' 1" 6''' 3^{IV} Dz. bayr.

6) Ein Gutsbesitzer in der Pfalz mußte zur Anlegung einer Eisenbahn 6 Hektaren 24 Aren Felder abgeben, und erhielt dagegen

anderseits 85 Aren 9 Centiaren Feld von gleicher Güte zurück, und 6236 fl. 48 kr. Geldentschädigung. Wie theuer wurde die Hektare und wie theuer das bayer. Tagw. vergütet? Bekannt ist, daß 1 Hektare = 2 Tagw. 93,49 Decim. bayer. ist.

Rechnung.

Es sind abgegeben 6,24 Hectaren
anderseits zurück 0,8509 „
Rest der Abgabe 5,3891 „ ; für die 6236,8 fl. vergütet werden; nach

§. 126 B. ist daher die Vergütung für 1 Hectare $= \frac{6236,8}{5,3891}$ fl.* = 1157 fl. 18 kr.

u. da 1 Hectare = 2,9349 Tgw. b., so kostet 1 Tw. $\frac{1157,299}{2,9349}$ fl.** = 394 fl. $19\frac{3}{8}$

= 1157,299 fl.
* 6236,800 fl.
:(5,3891)
84770
308790
39335
1611
533
49
1

= 394,323 fl.
** 1157,299 fl.
:(2,9349)
276829
12688
948
68
9
0

Anmerkung. In Procenten-Rechnungen (§. 133) finden die Decimalbrüche ebenfalls vortheilhafte Anwendung. Man rechne z. B. §. 133. A. Nr. 1.

Frage.	860 fl. bringen	? fl. Gewinn
Bek.	100 fl. „	9 fl. „

1 fl. bringt 0,09 fl. „
860 „ bringen 860 × 0,09 fl. = 77,40 fl. = 77 fl. 24 kr.

Uebungsbeispiele.

1023) Man finde im Durchschnitt die Länge von folgenden Abmessungen: 2° 3′ 7″ 8‴ 9^{IV} Dz.; 8,62′; 34′ 5″ 7^{IV} Dz.; 1° 6′ 7‴ 3^{IV} Dz.; 27′ 4″ 5‴ $3,1^{IV}$ Dz.; $2\frac{3}{8}$′ und $\frac{11}{15}$ Fuß auf genaue Dz. Linien.

1024) Die badener Wegstunde hat 14814,8148 bad. Fuß, und 1 bad. Fuß hält 1′ 0″ 2‴ $8,0^{IV}$ Dz. bayr.; wie viel bayr. Fuß und Zoll hält daher die badener Wegstunde?

1025) Um wie viel ist die badener Wegstunde größer als die bayerische?

1026) Der rhein. K′. Wasser wiegt 55,1886 bayer. Pfund; was wiegt der rhein. K′. Kanonenmetall, da letzteres 8,67118mal schwerer ist als Wasser? (Genaue $\frac{1}{2}$ Quint.)

1027) Der rhein. K″. Wasser wiegt 0,031938 bayr. Pfund; der rhein. K″. Gußeisen aber 0,22703 bayer. Pfund; wie vielmal ist daher Eisen schwerer als Wasser? Man finde 3 genaue Decimalen.

1028) Wenn 1 K′. Pulver 50,989 ℔. wiegt; was 3 K′. 248 K″. Dz.?

1029) Ein Baumstamm von 5° 8′ 9″ 7‴ Dz. kostete 4 fl. 42 kr.; was würden demnach 325 laufende Fuß von solchem Holze kosten?

1030) Die bayer. Maaß hält 43 K″. Dz.; wie viele K′. u. K″. Dz. hält demnach 1) der bayer. Schenk=Eimer? 2) der Visir=Eimer? 3) der bayer. Metzen, welcher $34\frac{2}{3}$ b. Maaß faßt? 4) das bayer. Schäffel?

1031) Da ferner der bayer. K′. Wasser 44,30015 b. ℔. wiegt, was ist demnach das Gewicht des b. Schenk=Eimers Regenwasser? 2) des b. Schenk=Eimers Bier, da letzteres 1,035mal schwerer ist als Wasser?

1032) 129,38′ rheinisch haben die Länge von 139,13′ bayer.; was sind demnach 5′ 6″ 7‴ $3{,}6^{IV}$ Dz. bayer. in rhein. Ddz. Zoll bis auf $\frac{1}{1000}$ Zoll genau?

1033) 100 Liter = 93,5431 bayer. Maaß; wie viele Liter hält der bayer. Schenk=Eimer?

1034) 100 ehem. Nürnberger ℔. = 91,0640 ℔. bayer. Handelsgewicht; was wiegen demnach im bayer. Gewicht die eisernen 3℔er, 6℔er und 12℔er Kugeln, deren Namen vom ehemaligen Nürnberger ℔. abstammen?

1035) Zum Schlagen eines Rostes wurden 5 Pfähle von folgender Länge abgegeben: 3 Met. 24 Millim.; 2 Met.; 683 Millim.; 4 Met. 9 Millim.; 3 Met. u. 2 Met. 8 Decimet. 4 Millimeter; und für die ganze Ablieferung bezahlt 30 fl. 42 kr. Was kostet 1) der Meter, 2) der bayer. Fuß, da 100 Meter = 342′ 6″ 3‴ 1^{IV} Dz. bayer. ist.

§. 156. Verwandlung von zehntheiligem Längen-, Flächen- und Körper=Maaß in zwölftheiliges, und umgekehrt.

Da in beiden Eintheilungen (§. 50) der Fuß ein und der nämliche ist, so bringe man 1) die gegebene Zahl auf Fuß (n. §. 154), und verwandle dann 2) die herausgebrachte Anzahl Fuß in Einheiten (Zoll, Linien 2c.) der verlangten andern Eintheilung (n. §. 146).

1. Beisp. 5′ 8″ 2‴ 6^{IV} Dz. Mß., wie viel ist's im Ddz. M.?

Rechnung. 1) 5′ 8″ 2‴ 6^{IV} Dz.

2) 5′,826 × 12
9″,912 × 12
10‴,944 × 12
11^{IV},328

Erläuterung. Zuerst ist die ganze gegebene mehrnamige Zahl auf Fuß (5′,826) gebracht (§. 147 Beisp. 3.), und diese sind sodann (§. 146 Beisp. 2. a.) in Ddz. Zoll, Linien u. s. w. verwandelt.

Antw. 5′ 8″ 2‴ 6^{IV} Dz. = 5′ 9″ 10‴ $11{,}328^{IV}$ Ddz. Mß.

2. Beisp. Man verw. 3′ 11″ 2‴ 6^{IV} Ddz. in 10th. Mß.

Rechnung. 1) 3′ 11″ 2‴ 6^{IV} Ddz. : 12
3′ 11″ 2‴,5 : 12
3′ 11″,20833 ..... : 12
2) 3′,934027
d. i. 3′ 9″ 3‴ 4^{IV},027 Dz.

Erläuterung. Die gegebene Länge ist in Fuß verwandelt (n. §. 147). Man erhält 3′,934027; und diese sind (nach §. 146) in Zoll, Linien 2c. ausgesprochen.

Antw. 3′ 11″ 2‴ 6^{IV} Ddz. Mß. geben 3′ 9″ 3‴ 4^{IV},027 Dz. M.

3. Beisp. Man verwandle 17° 11′ 3″ Ddz. in 10th. M.

Rechn. 17° 11′ 3″ Ddz.
× 12—— ——: 12
215′,25
d. i. 21° 5′ 2″ 5‴ Dz. Mß.

Erläuterung. Die gegebene Zahl dieses Beispiels enthält außer Fuß 2c. auch Ruthen. Diese nun verwandelt man ebenfalls in Fuß (n. §. 59). Man erhält 17 × 12′ = 204′; addirt hiezu gleich die 11′ und erhält daher 215′. Diese werden dann auf Ruthen der andern Eintheilung (hier zehntheilige Eintheilung) gebracht, (nach §. 60). Die Verwandlung der Zoll, Linien 2c. 2c. geschieht wie oben gezeigt ist.

Antw. 17° 11′ 3″ Ddz. = 21° 5′ 2″ 5‴ Dz. Mß.

4) Soll man Flächen- oder Körper-Maaß umwandeln, so ist das Verfahren (mit Rücksicht auf die größern Eintheilungszahlen §. 51 und 52.) ganz das nämliche. Man verwandle z. B. 28□° 38□′ 59□″ Ddz. Maaß in Dz. Mß.

Rechnung.
28□° 38□′ 59□″ Ddz.
× 12 —— ——: 12
336 4,9166.........
× 12 —— ——: 12
4070,409722 ...... □′
d. i. 40□° 70□′ 40□″ 97□‴ 22,2□^{IV} Dz.

Erläuterung. Durch Multiplication m. 144 (od. 12 × 12) sind (nach §. 59) die 28□° in □′ verwandelt, und die 38□′ gleich zugezählt. Dieß gibt 4070□′. Sodann sind 59□″ Ddz. ebenfalls in □′ verwandelt (nach §. 147 durch Div. mit 12 × 12), und die herausgebrachten 0,409722...□′ gleich neben die 4070 ganze □′ angeschrieben. Man hat demnach im Ganzen 4070,4097222..□′, und schreibt diese (nach §. 146 und §. 51. a. 2.) ohne weiters als 40□° 70□′ 40□″ 97□‴ 22,2□^{IV} Dz. an, welches die Antwort ist.

5) Man gebe 3 K°. 516 K′. 23 K″. Dz im 12th. M. an.

Rechnung.
3 K°. 516 K′. 23 K″. Dz. = 3516,023 K′.
= 2 K°. Ddz.
1) 3516 K′. 2) 0,023 K′.
: (1728) × 1728
3456 ——
—— 5 184
60 K′. 34 56
——
39,744 K″. Ddz.

Erläuterung. Die 3 K°. 516 K′. 23 K″. Dz. sind (nach §. 146 u. 147) als 3516,023 K′. angeschrieben. Sodann sind in Nebenrechnungen 1) die 3516 K′. (durch Division mit 1728 n. §. 60) auf 2 K°. 60 K′. Ddz. gebracht, und 2) die 0,023 K′. (durch Multiplication mit 1728 nach §. 146) in 39,744 K″. Ddz. verwandelt; so daß nun gefunden ist: die 3 K°. 516 K′. 23 K″. Dz. = 2 K°. 60 K′. 39,744 K″. Ddz.

Anm. Die 0,744 K″. Ddz. könnten noch in K‴., K^{IV}. Ddz. angegeben werden, durch wiederholte Multiplication mit 1728 (n. §. 146).

Uebungsbeispiele.

1036) 15° 7′ Ddz.; wie viel ist es im zehntheil. Maaß?
1037) 8″ 3‴ 5^{IV} Dz.; wie viel ist es im zwölftheil. Maaß?

1038) 6° 5′ 0″ 9‴ Dz.; wie viel ist es im zwölfth. Maaß?
1039) 42° 11′ 8″ 4‴ 8,2^{IV} Ddz.; wie viel ist es im zehnth. Mß.?
1040) 4□° 115□′ Ddz.; wie viel ist es im zehntheil. Mß.?
1041) 2□′ 92□″ 36□‴ Dz.; wie viel ist es im 12th. Mß.?
1042) Das Schäffl. hält 8 K′. 944 K″. Dz.; w. v. im 12th.?
1043) 21□° 52□′ 0□″ 31□‴ Dz.; w. v. ist's im 12th.?

§. 157. Anwendung der Decimalbrüche auf die Vertheilungs-Rechnung. (Siehe 4te Abkürzung §. 134. III).

a) Man addire (wie im §. 134.) die Beiträge aller Theilnehmer, b) finde sodann (n. §. 134, I oder III) den Antheil für die Einheit der Beiträge, indem man das ganze zu Vertheilende durch die Summe aller Beiträge dividirt; nehme aber die Division nach §. 153 vor, und finde dabei so viele Decimalbruchziffern als es der Name des Antheils, der Zweck der Rechnung und die folgenden Multiplicationen mit den Beitragszahlen verlangen (§. 149.), c) von dem so gefundenen Antheil der Einheit bilde man eine Tafel des 1- bis 10fachen (n. §. 43. IV), und d) entnehme aus dieser die Antheile der Theilnehmer, indem man nach §. 43. IV multiplicirt.

Anmerkung. Das hier angegebene Verfahren ist um so zeitersparender, je größer die Zahl der Theilnehmer ist, unter welche man das Ganze zu vertheilen hat.

1. Beispiel. Unter 4 Compagnien sollen 88 fl. 40 kr. nach ihrem Präsentstande vertheilt werden. Wie viel gebührt jeder, da die I. Compagnie 37 Mann, die II. 24, die III. 41, und die IV. 59 Mann präsent hat?

Rechnung.

	Comp.	Präsent	Anth.
a)	I.	37	?
	II.	24	?
	III.	41	?
	IV.	59	?
	Summe	161	$88\frac{2}{3}$ fl.
		1	$\frac{88,666..}{161}$ fl.

Quot. = 0,55072 fl.

b) 0,88667
: (1,61)
816
117
4
1

Erläuterung. Bei a) ist die präsente Mannschaft aller Compagnien (d. h. hier die Beiträge) addirt. Die Summe ist 161 M., unter welche $88\frac{2}{3}$ fl. gleichheitlich vertheilt werden sollen. Es trifft daher 1 präsenten Mann nur der 161ste Theil, d. i. $88\frac{2}{3}$ fl. : 161.

Bei b) ist dieser Antheil in Decimal-Bruchziffern (nach §. 153) auf 5 Stellen berechnet, von denen 3 wegen dem Namen fl. (§. 150.) und die weitern 2 Stellen wegen den folgenden Multiplicationen mit 37, 24, 41 und 59 nöthig sind. (Siehe den Grund §. 151. Beweis.)

Bei c) ist eine Tafel des 1- bis 10fachen von dem bei b gefundenen Antheil der Einheit = 0,55072 fl. zusammengestellt (n. §. 43. IV).

c) Tafel.

1)	0,55072 fl.
2)	1,10144 „
3)	1,65216 „
4)	2,20288 „
5)	2,75360 „
6)	3,30432 „
7)	3,85504 „
8)	4,40576 „
9)	4,95648 „
10)	5,50720 „

d) Ite Compagnie.

Auf	30 M.	16,5216 fl.	
„	7 „	3,8550 „	
„	37 M.	20,377 fl.	
II)	20 M.	11,0144 fl.	
	4 „	2,2029 „	
	24 M.	13,217 fl.	
III)	40 M.	22,0288 fl.	
	1 „	0,5507 „	
	41 M.	22,5795 fl.	
IV)	50 M.	27,536 fl.	
	9 „	4,9565 „	
	59 M.	32,4925 fl.	

Bei d) endlich sind, mit Hülfe der Tafel c), die Multiplicationen (n. §. 43.) vorgenommen, und so die Antheile der Compagnien gefunden, indem man z. B. bei der I. Compagnie sagte: der Antheil für 3 Mann ist aus Tafel c) 1,65216 fl.; für 30 Mann ist er 10mal größer, also (indem man nur das Comma bei 1,65216 um eine Ziffer rechts versetzt, nach §. 140.) 16,5216 fl., hiezu für 7 Mann addirt 3,8550 fl. (n. Tafel c), gibt zusammen den Antheil für 37 Mann, d. i. jenen der I. Compagnie.

e) Antwort und Probe.

			fl.	kr.	hl.
Antheil der I. Comp.	= 20,377 fl.	=	20	22	5
„ „ II. „	= 13,217 „	=	13	13	—
„ „ III. „	= 22,5795 „	=	22	34	6
„ „ IV. „	= 32,4925 „	=	32	29	4
Summe	= 88,666 fl.	=	88	39	7

In gleicher Art sind dann auch die Antheile der übrigen Comp. gefunden.

Bei e) ist die Probe durch Addition aller Antheile (n. §. 134) gemacht; die erhaltene Summe ist um 1 Heller zu klein. Dieser scheinbare Rechnungsfehler erklärt sich wie folgt: Die Antheile der einzelnen Compagnien sind nur auf $\frac{1}{2}$ Heller genau gesucht (§. 150.), indem keine genauere Ausbezahlung der Antheile möglich ist. Bei den 4 Compagnien könnten daher die Fehler zusammen beinahe 4 × $\frac{1}{2}$ Heller, d. i. beinahe 2 hl. ausmachen. Dieselben betragen aber in der obigen Vertheilung nur 1 hl.; daher ist diese Vertheilung, in der zur Zahlung erreichbaren Genauigkeit, richtig.

Zusatz. Die Richtigkeit des bei b) gefundenen Quotienten (d. i. des Antheils für die Einheit aller Beiträge) u. zugleich jene seiner 1- bis 10-fachen (Tafel c) prüft man nach den Multiplicationen (d) wie hiernebenan. Nämlich: Man berechnet mittelst der Tafel, was auf die Summe aller Beiträge, d. i. hier auf die 161 präsenten Mann trifft; wobei, wenn nirgends gefehlt ist, das ganze zu Vertheilende erhalten werden muß.

Die Se. d. Beiträge ist 161 p. M.

Auf	100	Mann trifft	55,072 fl.
„	60	„ „	33,043 „
„	1	„ „	0,551 „
Auf	161	Mann trifft	88,666 fl.
			39,96 kr.
			7,68 hl.

d. i. 88 fl. 39 kr. 7,68 hl.
= 88 fl. 40 kr.

Man erhält hier 88 fl. 39 kr. 7,68 hl., was auf Heller genau gestellt (nach §. 150) 88 fl. 39 kr. 8 hl. = 88 fl. 40 kr. gibt.

Anmerkung. Will man, daß diese Probe noch genauer treffe, so braucht man nur jedesmal den Quotienten bei b 1.) auf so viele Decimalbruchziffern zu rechnen, als es die Einheit (hier fl.) verlangt, 2) mehr so vielen, als die Summe aller Beiträge (hier 161) Ziffern hat (nach §. 151.). Also im obigen Beispiel auf 6 Decimalbruchziffern, nämlich 3 wegen dem Namen fl. (§. 150), und 3 wegen der 3ziffrigen Summe 161.

2. Beispiel. Die Begüterten einer Gemeinde sind in folgender Art besteuert: **A mit 34 fl. 16 kr., B mit 19 fl. 7 kr., C mit 45 fl. 32 kr., D mit 3 fl. 40 kr., E mit 59 fl. 46 kr.,**

F mit 87 fl., G mit 40 fl. 10 kr. u. s. f., und die Gesammtsteuer dieser Gemeinde beträgt 4685 fl. 37 kr. Dieselbe hat als außerordentliche Steuer oder Umlage 509 fl. 43 kr. zu zahlen; wie viel muß hievon A, B, C u. s. f. jeder der Begüterten tragen, wenn die Umlage nach der Größe der gewöhnlichen Steuerquote zu vertheilen ist.

Rechnung. a) Die Summe aller gewöhnlichen Beiträge ist in den Angaben schon ausgesprochen zu 4685 fl. 37 kr., so daß man dieselbe hier nicht erst durch Zusammenzählung aller einzelnen Beiträge zu finden braucht, die überdieß der Raumersparung wegen, nicht alle einzeln angegeben sind. Man sagt daher:

Auf die Gesammtsteuer von 4685 fl. 37 kr. treffen 509 fl. 43 kr. Uml.
d. i. auf die „ „ 281137 kr. „ 30583 kr. Umlage.
Auf die Steuer von 1 kr. trifft $\frac{30583}{281137}$ kr. Umlage.

b)

Quot. = 0,1 08784 kr.
0,3 05830
:(2,81137)
24693
2203
235
10

c)

Auf die Steuer	trifft Umlage	Auf die Steuer	trifft Umlage
1 kr.)	0,108784 kr.	1 fl.)	6,52704 kr.
2 „)	0,217568 „	2 „)	13,05408 „
3 „)	0,626352 „	3 „)	19,58112 „
4 „)	0,435136 „	4 „)	26,10816 „
5 „)	0,543920 „	5 „)	32,63520 „
6 „)	0,652704 „	6 „)	39,16224 „
7 „)	0,761488 „	7 „)	45,68928 „
8 „)	0,870272 „	8 „)	52,21632 „
9 „)	0,979056 „	9 „)	58,74333 „
10 „)	1,087840 „	10 „)	65,27040 „

Probe der Tafeln c)

4000 fl.	...26108,16 kr.
600 „	3916,22 „
80 „	522,16 „
5 „	32,64 „
30 kr.	3,26 „
7 kr.	0,76 „

30583,20 kr. = 509 fl. 43⅕ kr. Mith. d. Rech. bei b u. c richt.

d)

	A mit	bezahlt kr.		B mit	zahlt kr.	C mit	zahlt kr.
Steuer	30 fl.	195,81	Umlage	10 fl.	65,27	40 fl.	261,08
	4 „	26,11		9 „	58,74	5 „	32,64
	10 kr.	1,09		7 kr.	0,76	30 kr.	3,26
	6 kr.	0,65			124,8 kr.	2 kr.	0,22
		223,7 kr.			d. i. 2 fl. 4 kr. 6 hl.		297,2 kr.
		d. i. 3 fl. 43 kr. 6 hl.					d. i. 4 fl. 57 kr. 2 hl.

D mit	zahlt kr.	E mit	zahlt kr.	F mit	zahlt kr.
3 fl.	19,58	50 fl.	326,35	80 fl.	522,16
40 kr.	4,35	9 „	58,74	7 „	45,69
	23,9 kr.	40 kr.	4,35		567,9 kr.
	d. i. 23 kr. 7 hl.	6 „	0,65		d. i. 9 fl. 27 kr. 7 hl.
			390,1 kr. = 6 fl. 30 kr. 1 hl.		

und in dieser Art fort, wird für jeden der Begüterten G, H, J, K rc. der Antheil an der Umlage berechnet, sobald man dessen gewöhnlichen Steuerbeitrag aus den Steuerregistern entnommen hat.

Erläut. Bei b ist die für jeden kr. der Steuer treffende Umlage auf 6 Decimalen berechnet, damit auch die d. höchst besteuerten F (87 fl. = 5220 kr.) noch auf ½ h. genau gefunden werden kann.

Bei c sind Tafeln der Umlage für 1 bis 10 kr. u. für 1 bis 10 fl. zusammengestellt, und deren Richtigkeit geprüft, indem aus ihnen die Umlage für die Gesammt-Steuer berechnet u. zu 509 fl. 43⅕ kr. gefunden wurde. (Anmerk. 1tes Beisp.)

Uebungsbeispiele.

Man rechne in der oben erklärten Art die Beisp. 907 u. 909.

3. Beispiel. Die Vertheilung des Wacht-Dienstes auf mehrere Tage fortgesetzt.

Diese geschieht mit jeder verlangten Genauigkeit am leichtesten nach dem Eingangs des §. 157 angegebenen Verfahren, welchem nur, wegen der auf mehrere Tage fortzusetzenden Vertheilung, einiges beizufügen ist. Nämlich:

Erster Tag. a) Man addire die zum Wacht-Dienste präsente Mannschaft aller Abtheilungen (z. B. Compagnien); b) dividire den ganzen Wachtdienst des 1ten Tages (113 Mann) durch die bei a) gefundene Summe (319); c) berechne von dem so gefundenen Dienstantheil ($\frac{113}{319}$=0,345 Mann) eines Mannes eine Tafel des 1- bis 10fachen; und d) multiplicire, mit Hülfe dieser Tafel den bei b) gefundenen Dienstantheil jedes Mannes, mit der Präsentzahl der 1ten Abtheilung, dann mit jener der 2ten, 3ten Abtheilung u. s. f.; so sind die erhaltenen Producte die Wachtantheile der einzelnen Compagnien, deren Summe, als Probe der Rechnung, den ganzen Wachtantheil (113 Mann) wieder geben muß. e) Diese gefundenen Wachtantheile werden beinahe immer Brüche enthalten; die Summe ihrer ganzen Zahlen allein kann daher nicht den vollen Wachtdienst (113) geben; so viel Mann nun die Brüche in Summe enthalten, so viele Abtheilungen müssen am ersten Tage um einen Mann mehr geben, als ihre ganze Zahl ausmacht. Man bestimmt dazu jene, in deren Wachtantheilen die größten Brüche sind. f) Den Theil, um welchen diese Abtheilungen hiedurch am ersten Tage zu viel geben, schreibe man ihnen auf den zweiten Tag als Guthaben, den andern Compagnien aber ihre Mindergabe als Schuld an; und als Probe der richtigen Bestimmung von Gut und Schuld muß die Summe der Guthaben gleich der Summe der Schuld seyn.

Zweiter Tag. Die Vertheilung geschieht wie am ersten Tage unter a), b), c) und d). Sodann wird zu den gefundenen Antheilen die Schuld vom vorigen Tage addirt oder das Guthaben abgezogen; hierauf wieder aus den so veränderten Wachtantheilen der Dienst jeder Compagnie in ganzen Zahlen bestimmt (wie oben bei e), und endlich (wie bei f.) Guthaben und Schuld für den folgenden Tag eingetragen und geprüft.

In dieser Art aber wird die Repartition an allen folgenden Tagen vorgenommen.

Beispiel. Erster Tag.

Das in M eingerückte Regiment K soll am 1. September den Wachtdienst mit 113 Mann übernehmen. Wie viel Mann muß jede seiner 12 Compagnien hiezu stellen, da ihre zum Wachtdienste präsente Mannschaft, wie folgt, ist: die erste Schützen-Comp. hat 29 Mann, die erste Füsilier-Comp. 33 Mann, die zweite Füsil. 24 M., die dritte Füs. 39 M., die vierte 27 M., die fünfte 39 M., die zweite Schützen-Cp. 28 M., die sechste Füs. 22 M., die siebente 20 M., die achte 19 M., die neunte 23 Mann und die zehnte 16 Mann.

Rechnung für den ersten Tag. (Erläut. sieh' unten.)

a) Präsentstand.

1te	Schütz.-Cp.	29 M.
1te	Füs.-Comp.	33 "
2te	" "	24 "
3te	" "	39 "
4te	" "	27 "
5te	" "	39 "
2te	Schütz.-Cp.	28 "
6te	Füs.-Comp.	22 "
7te	" "	20 "
8te	" "	19 "
9te	" "	23 "
10te	" "	16 "
	Summe	319 Mann.

b) Wachtantheil eines Mannes.

$\frac{113}{319} = 0{,}354$

1130
957
——
1730
1595
——
1350
1276
——
Rest 74

c) Tafel des 1 bis 10fachen dieses Antheils.

1) 0,354
2) 0,708
3) 1,062
4) 1,416
5) 1,770
6) 2,124
7) 2,478
8) 2,832
9) 3,186
10) 3,540

d)

1te Sch.-C.	1. Füs.-Cp. auf	2. Füs.-Cp. auf	3. Füs.-Cp. auf
auf 20 M. 7,08	30 M. 10,62	20 M. 7,08	30 M. 10,62
auf 9 M. 3,19	3 M. 1,06	4 M. 1,42	9 M. 3,19
a. 29 M. 10,27	33 M. 11,68	24 M. 8,50	39 M. 13,81
4. Füs.-Cp. auf	**5. Füs.-Comp.**	**2. Schütz.-Cp. auf**	**6. Füs.-Cp. auf**
20 M. 7,08	Wie die	20 M. 7,08	20 M. 7,08
7 M. 2,48	3te Füs.-Comp.	8 M. 2,83	2 M. 0,71
27 M. 9,56	a. 39 M. 13,81	28 M. 9,91	22 M. 7,79
7. Füs.-C. a. 20 M.	**8. Füs.-C. auf 19**	**9. Füs.-Cp. auf 23**	**10. Füs.-C. auf 16**
7,08	10) 3,54	20) 7,08	10) 3,54
	9) 3,19	3) 1,06	6) 2,12
	6,73	8,14	5,66

Erläuterung der oben stehenden Rechnung.

Bei a) ist die präsente Mannschaft aller Compagnien addirt (nach §. 14). Die Summe ist 319. Es treffen daher am 1. September:
auf 319 präsente Mann 113 Mann zum Wachtdienste, folglich
" 1 präsenten " $\frac{113}{319}$ " " " ; nämlich
nur der 319te Theil des ganzen Dienstes.

Dieser gewöhnliche Bruch $\frac{113}{319}$ ist, der leichtern Rechnung wegen, bei b) in den Decimalbruch 0,354 verwandelt (nach §. 145), und da dieses der Wachtantheil ist, welcher am 1. September auf jeden einzelnen präsenten Mann trifft, so ist der Wachtdienst

der 1. Schütz.-Cmp. für 29 präs. M. 0,354 × 29 M. od. $\frac{113}{319}$ × 29
„ 1. Füsil.-Comp. „ 33 „ „ 0,354 × 33 „ od. $\frac{113}{319}$ × 33
„ 2. „ „ „ 24 „ „ 0,354 × 24 „ od. $\frac{113}{319}$ × 24
u. s. f.

Diese Multiplicationen sind wegen des allen gemeinschaftlichen Factors 0,354 nach §. 43. IV. gerechnet, und daher bei c) eine Tafel des 1- bis 10fachen von 0,354 angelegt. Um nun aus dieser die Wachtantheile der einzelnen Compagnien zu finden, sagt man z. B. bei der ersten Schützen-Comp.: der Wachtantheil für 2 M. ist 0,708 M. (sieh oben bei c. die zweite Zeile), daher ist er für 20 Mann 10mal so groß, d. i. 7,08 (nach §. 140. II).

Man hat also den Wachtdienst für 20 präs. Mann . . 7,08
ferner für 9 präsente Mann (siehe bei a. die neunte Zeile) . . 3,19*
Folglich für die 29 präs. M. der 1ten Schützen-Comp. 10,27

In völlig gleicher Art sind die Wachtantheile der folgenden 11 Compagnien durch einfaches Zusammenzählen gerechnet.

Diese Antheile sind sodann in eine Tabelle (siehe Seite 287 erster September) eingetragen, hiebei aber die zweite Decimale weggeworfen, und hiefür die erste um 1 größer angeschrieben, wenn die weggeworfene Decimale 5 oder größer als 5 ist. Demnach ist der 1ten Schützen-Comp. 10,3 anstatt 10,27 eingetragen, der 1ten Füs.-Comp. 11,7 anstatt 11,68; der 2ten Füs. 8,5 statt 8,50; der 3ten Füs. 13,8 statt 13,81 u. s. f. Zur Probe sind sodann alle Wachtantheile des 1ten Septembers addirt, und da ihre Summe den ganzen Wachtdienst von 113 M. gibt, so ist die Vertheilung richtig gerechnet.

e) Bei diesem Zusammenzählen erkennt man zugleich, daß 7 Mann in den Brüchen stecken. Man läßt daher jene 7 Compagnien, in deren Antheilen die 7 größten Decimalbrüche sind, um so viele Zehntel mehr geben, daß diese Mehrgabe ihre Zehntelziffer (erste Decimale) zu 1 Mann ergänzt. Diese Compagnien sind in der Tabelle Seite 287 1ten September durch einen Punkt bezeichnet, nämlich die 2te Schütz., die 3te, 5te, 6te, 8te, 10te und die 1te Füs.-Compagnie.

---

*) Bei dem Wachtdienste für die Einerzahl (9) der präsenten Mannschaft sind nur 2 Decimalen aus der Tafel der Vielfachen herausgeschrieben, da bei der Zehnerziffer (2) durch die Versetzung des Comma auch nur 2 Decimalen (7,08) blieben. Wenn hiebei die weggeworfene dritte Decimale ein Fünfer oder größer als 5 ist, so wird die zweite Decimale um 1 größer angeschrieben. Man setzte daher oben bei der 1ten Schütz. 3,19 anstatt 3,186 (§. 150).

Die 2te Schütz. gibt näml. 9,9 + 0,1 d. i. 10 M. u. hat dah. 0,1 gut;
„ 3te u. 5te geben jede 13,8 + 0,2 d. i. 14 „ „ haben „ 0,2 „;
„ 6te gibt 7,8 + 0,2 d. i. 8 Mann, und hat daher 0,2 gut; und
„ 8te, die 10te und die 1te Füs. geben jede 0,3 mehr.

Diesen 7 Compagnien ist ihre Mehrgabe auf den folgenden Tag (siehe den 2ten September Seite 287) zu gut geschrieben, den 5 andern Compagnien aber ihre Zehntelziffer als Schuld eingetragen.

Zur Probe sind dann noch addirt: 1) die in ganzen Zahlen eingetragenen Wachtantheile des 1ten Septembers; ihre Summe ist 113, also richtig; 2) das auf den 2ten September übergetragene Guthaben, so wie die Schuld. Die Summen beider sind einerlei, nämlich 1,6; es ist daher auch Guthaben und Schuld richtig bestimmt, und somit die Repartition für den 1ten September geschlossen.

Anmerkung 1.) Da bei dieser Vertheilung die Wachtantheile der einzelnen Compagnien auf genaue Zehntel berechnet sind, so gibt keine derselben täglich um $\frac{1}{2}$ Zehntel Mann d. i. $\frac{1}{20}$ Mann zu viel oder zu wenig (§. 150). Der größte Fehler, der hiedurch auf den einzelnen Mann treffen kann, ist, selbst bei einem Präsentstande von nur 10 Mann per Compagnie, $\frac{1}{200}$ Mann; in 200 Tagen könnte daher einmal bei einer Compagnie jeden Mann eine Wacht zu viel, und bei einer andern Jeden eine Wacht zu wenig treffen. Dieser Vertheilungsfehler wird jedoch meistens von selbst dadurch weit geringer, daß eine Compagnie bald etwas zu viel, ein andermal etwas zu wenig treffen kann.

Wenn die Genauigkeit auf $\frac{1}{200}$ Mann zu gering erschiene, so dürfte man nur durchgängig mit einer Decimale mehr rechnen; nämlich den Wachtantheil jedes einzelnen Mannes ($\frac{113}{319}$) auf 4 Decimalen (0,3542) u. den jeder Compagnie auf 2 genaue Decimalen suchen. Der größtmögliche Fehler wäre dann für den einzelnen Mann nur noch $\frac{1}{2000}$; in 2000 Tagen, d. i. in beinahe 6 präsenten Jahren, könnte daher den Mann einmal eine Wache zu viel oder zu wenig treffen. Wollte man hingegen den Wachtdienst der einzelnen Compagnien nur auf ganze Mann genau finden, so wäre der Decimalbruch (0,3542), welcher den Dienstantheil des einzelnen Mannes (am 1ten September) angibt, nur auf 2 Decimalen (0,35) zu berechnen; die eine derselben verschwindet dann durch die Multiplication mit der Zehnerziffer der Präsentzahlen der Compagnien, und die andere Decimale ist zur Genaustellung der Einerziffer nöthig. In diesem Falle könnte den Mann nach 20 Tagen eine Wacht zu viel oder zu wenig treffen.

Im Allgemeinen ist aus der vorstehenden Anmerkung erkennbar, daß der Wachtantheil ($\frac{113}{319}$) immer auf zwei Decimalen mehr gesucht werden müsse, als man deren in den Wachtantheilen der einzelnen Compagnien behalten will, und daß man sodann die Repartition mit jeder verlangten Genauigkeit rechnen kann.

Zweiter Tag. (2ter September.)

Das Wachtquantum betrage nur 109 Mann, und die zum Wachtdienste präsente Mannschaft der Compagnien habe sich, durch Abgabe eines Commandos, zu dem unter a) folgenden Stande vermindert.

Rechnung (völlig so wie am ersten Tage).

a) Präsentstand.

1te Schütz.-Cp.	25	M.
1te Füsil.-Cp.	12	"
2te " "	14	"
3te " "	13	"
4te " "	17	"
5te " "	18	"
2te Schütz.-Cp.	28	"
6te Füsil.-Cp.	21	"
7te " "	20	"
8te " "	19	"
9te " "	23	"
10te " "	16	"
Summe	226	"

b) Wachtantheil jedes einzelnen Mannes.

$\frac{109}{226} = 0,482$

1090
904
―――
1860
1808
―――
520
452
―――
Rest 68

c) Tafel des 1 bis 10fachen dieses Antheils.

1) 0,482
2) 0,964
3) 1,446
4) 1,928
5) 2,410
6) 2,892
7) 3,374
8) 3,856
9) 4,338
10) 4,820

1te Schütz.-C. auf		1te Füsil.-C. auf		2te Füsil.-C. auf		3te Füsil.-C. auf	
20)	9,64	10)	4,82	10)	4,82	10)	4,82
5)	2,41	2)	0,96	4)	1,93	3)	1,45
25)	12,05	12)	5,78	14)	6,75	13)	6,27
4te Füsil.-C. auf		**5te Füsil.-C. auf**		**2te Schütz.-C. auf**		**6te Füsil.-C. auf**	
10)	4,82	10)	4,82	20)	9,64	20)	9,64
7)	3,37	8)	3,86	8)	3,86	1)	0,48
17)	8,19	18)	8,68	28)	13,50	21)	10,12
7te Füsil.-C. auf		**8te Füsil.-C. auf**		**9te Füsil.-C. auf**		**10te Füsil.-C. auf**	
20)	9,64	10)	4,82	20)	9,64	10)	4,82
		9)	4,34	3)	1,45	6)	2,89
		19)	9,16	23)	11,09	16)	7,71

Diese gefundenen Antheile des 2ten Septembers sind nun in die Tabelle (Seite 287) unter der Rubrik „treffen demnach die Compagnie“ eingetragen, und dann zur Probe addirt. Die Summe ist 109,1, also um 0,1 zu groß, ohne daß im Rechnen gefehlt wäre. Dieß erklärt sich wie folgt: der Antheil jeder Compagnie ist nur auf ½ Zehntel Mann genau gesucht; bei 12 Compagnien kann daher dieses 12 × ½ Zehntel d. i. 6 Zehntel ausmachen. So lange sich also in der Summe nicht 0,6 zu viel oder zu wenig zeigen, kann der Fehler darin liegen, daß man nur mit einer Decimalstelle (Zehntel) rechnete. In einem solchen Falle läßt man eine Compagnie, z. B. die 1te Schützen-Cp. (dann die andern der Reihe nach) so viele Zehntel weniger geben, als sich in der Summe (109,1) zu viel zeigen; hingegen läßt man ein andersmal die nämliche Compagnie um so viele Zehntel mehr geben, als in der Summe zu wenig herauskommen, damit sich der Fehler wieder ausgleicht.

Die 1te Schützen-Comp. gibt daher am 2ten Septemb. nur 12,0 u. nach Einrechnung ihrer Schuld vom Gestrigen 12,3 (hingegen gibt sie am 3ten Sept., wo in der Summe 0,2 fehlen, diese mehr). Hierauf ist auch bei den andern Compagnien das Guthaben von gestern abgezogen, und die Schuld hinzugezählt. Hiedurch erhält man am 2ten September die Rubrik „treffen nach Abzug von Gut oder Addition von Schuld", deren Summe als Probe 109 Mann geben muß. Bei dieser Probe erkennt man zugleich, daß 6 Mann in den Brüchen stecken, und bestimmt die 6te, 8te, 4te, 7te, 1te und 5te Füsil.-Comp. zur Mehrgabe eines Mannes, wie dieses in der folgenden Rubrik „die Comp. gibt daher heute" eingetragen ist. Die Addition gibt wieder 109 Mann. Gut und Schuld wird endlich noch in der Zusammenstellung für den folgenden Tag (3ten September) eingesetzt und zur Probe addirt.

Das folgende Beispiel wird nun ohne Erläuterung deutlich seyn.

Dritter Tag. (3ter September.)

Das Wachtquantum sey auf 121 Mann erhöht worden, und der Präsentstand der Comp. habe, durch Einberufung von Urlaub, die hier unter a) angegebene Stärke erhalten.

a) Präsentstand.		b) Antheil von 1 Mann.	c) Tafel des 1 bis 10fachen.
1te Schütz.-Comp.	96	$\frac{121}{982} = 0{,}123$	1) 0,123
1te Füsilier- „	78	1210	2) 0,246
2te „ „	86	982	3) 0,369
3te „ „	74	2280	4) 0,492
4te „ „	62	1964	5) 0,615
5te „ „	88	3160	6) 0,738
2te Schütz.- „	104	2946	7) 0,861
6te Füsilier- „	79	Rest 214	8) 0,984
7te „ „	69	Kürzer dividirt man nach §. 153.	9) 1,107
8te „ „	90		10) 1,230
9te „ „	81		
10te „ „	75		
Summe	982		

1te Schütz.-C. auf	1te Füs.-C. auf	2te Füs.-C. auf	3te Füs.-C. auf
90) 11,07	70) 8,61	80) 9,84	70) 8,61
6) 0,74	8) 0,98	6) 0,74	4) 0,49
96) 11,81	78) 9,59	86) 10,58	74) 9,10

4te Füs.-C. auf	5te Füs.-C. auf	2te Schütz.-C. auf	6te Füs.-C. auf
60) 7,38	80) 9,84	100) 12,30	70) 8,61
2) 0,25	8) 0,98	4) 0,49	9) 1,11
62) 7,63	88) 10,82	104) 12,79	79) 9,72

Die Wachtantheile der 7t., 8t., 9t. u. 10t. Comp. werden in völlig gleicher Art durch Addition aus Tafel a) gefunden, sodann wieder alle

Datum.	Compagnie.	Hat präsent.	Der Präsentstand des Regiments ist.	Heutiges Wachtquantum.	Treffen demnach die Compagnie.	Von Gestern: Gut	Von Gestern: Schuld	Treffen nach Abzug von Gut oder Addition von Schuld.	Die Compagnie gibt daher heute.	Bemerkungen.
1ter September	1. Schtz.	29	. . .	. . .	10,3	—	—	—	10	
	1. Füs.	33	. . .	. . .	11,7.	—	—	—	12	
	2. "	24	. . .	. . .	8,5	—	—	—	8	
	3. "	39	. . .	. . .	13,8.	—	—	—	14	
	4. "	27	. . .	. . .	9,6	—	—	—	9	
	5. "	39	. . .	. . .	13,8.	—	—	—	14	
	2. Schtz.	28	319	113	9,9.	—	—	—	10	
	6. Füs.	22	. . .	. . .	7,8.	—	—	—	8	
	7. "	20	. . .	. . .	7,1	—	—	—	7	
	8. "	19	. . .	. . .	6,7.	—	—	—	7	
	9. "	23	. . .	. . .	8,1	—	—	—	8	
	10. "	16	. . .	. . .	5,7. 7	—	—	—	6	
Summen		319	. . .	. . .	113,0	—	—	—	113	
2ter September	1. Schtz.	25	. . .	. . .	12,1*	—	0,3	12,3	12	* gibt 0,1 weniger.
	1. Füs.	12	. . .	. . .	5,8	0,3	—	5,5.	6	
	2. "	14	. . .	. . .	6,8	—	0,5	7,3	7	
	3. "	13	. . .	. . .	6,3	0,2	—	6,1	6	
	4. "	17	. . .	. . .	8,2	—	0,6	8,8.	9	
	5. "	18	. . .	. . .	8,7	0,2	—	8,5.	9	
	2. Schtz.	28	226	109	13,5	0,1	—	13,4	13	
	6. Füs.	21	. . .	. . .	10,1	0,2	—	9,9.	10	
	7. "	20	. . .	. . .	9,6	—	0,1	9,7.	10	
	8. "	19	. . .	. . .	9,2	0,3	—	8,9.	9	
	9. "	23	. . .	. . .	11,1	—	0,1	11,2	11	
	10. "	16	. . .	. . .	7,7	0,3	—	7,4 6	7	
Summen		226	. . .	. .	109,1	1,6	1,6	109,0	109	
3ter September	1. Schtz.	96	. . .	. . .	11,8*	—	,3	12,3	12	* gibt 0,2 mehr.
	1. Füs.	78	. . .	. . .	9,6	,5	—	9,1	9	
	2. "	86	. . .	. . .	10,6	—	,3	10,9.	11	
	3. "	74	. . .	. . .	9,1	—	,1	9,2	9	
	4. "	62	. . .	. . .	7,6	,2	—	7,4.	8	
	5. "	88	. . .	. . .	10,8	,5	—	10,3	10	
	2. Schtz.	104	982	121	12,8	—	,4	13,2	13	
	6. Füs.	79	. . .	. . .	9,7	,1	—	9,6.	10	
	7. "	69	. . .	. . .	8,5	,3	—	8,2	8	
	8. "	90	. . .	. . .	11,1	,1	—	11,0	11	
	9. "	81	. . .	. . .	10,0	—	,2	10,2	10	
	10. "	75	. . .	. . .	9,2	—	,4	9,6. 4	10	
Summen		982	. . .	. . .	120,8*	1,7	1,7	121,0	121	

Wachtantheile in der hier vorstehenden Tabelle (3. Sept.) eingetragen u.

zur Probe addirt. Die Summe ist 120,8, also um 0,2 zu klein; es gibt daher die 1te Schütz.-Compagnie 0,2 mehr (siehe den 2ten Sept.). Nachdem nun noch am 3ten Sept. Gut und Schuld eingerechnet, und dann der Dienst in ganzen Zahlen bestimmt und geprüft ist, wird Gut und Schuld für den folgenden Tag (4ten Sept.) eingetragen und geprüft. Letztere Fortsetzung der Tabelle ist hier, zur Raumersparung, weggelassen.

§. 158. Wachtrepartition ohne Anwendung der Decimalbrüche.

Will man mit gewöhnlichen, statt mit Decimalbrüchen, rechnen, so wird die Repartition zeitraubender. Man hat dann am 1ten September den Wachtantheil der

1. Sch.-C. zu $\frac{113}{319} \times 29^{*} = 10\frac{87}{319}$	2. Sch.-C. zu $\frac{113}{319} \times 28 = 9\frac{293}{319}$
1. Füs.-C. zu $\frac{113}{319} \times 33 = 11\frac{220}{319}$	6. Füs.-C. zu $\frac{113}{319} \times 22 = 7\frac{253}{319}$
2. " " zu $\frac{113}{319} \times 24 = 8\frac{160}{319}$	7. " " zu $\frac{113}{319} \times 20 = 7\frac{27}{319}$
3. " " zu $\frac{113}{319} \times 39 = 13\frac{260}{319}$	8. " " zu $\frac{113}{319} \times 19 = 6\frac{233}{319}$
4. " " zu $\frac{113}{319} \times 27 = 9\frac{190}{319}$	9. " " zu $\frac{113}{319} \times 23 = 8\frac{47}{319}$
5. " " zu $\frac{113}{319} \times 39 = 13\frac{260}{319}$	10. " " zu $\frac{113}{319} \times 16 = 5\frac{203}{319}$

*) Die einzelnen Multiplicationen und Divisionen sind hier, da sie in bekannter Art geführt werden, weggelassen.

Auch hier geben dann jene Compagnien, in deren Antheilen die größten Brüche sind, am laufenden Tage einen Mann mehr als ihre ganze Zahl ausmacht. Gut und Schuld werden hierauf als gewöhnliche Brüche auf den folgenden Tag übergetragen, und bei den für diesen Tag repartirten Dienstantheilen eingerechnet. Hiebei werden aber die Brüche nicht auf einerlei Nenner gebracht, sondern man sieht jene des vorigen Tages so an, als hätten sie mit jenen des laufenden Tages einerlei Nenner. Der hiedurch entstehende Fehler ist unbedeutend, in so lange keine große Veränderung im Präsentstande der Compagnien vor sich geht; in diesem Falle aber muß man die Vertheilung auf's neue beginnen, indem nämlich Gut und Schuld vom vorigen Tage ganz weggeworfen werden.

Die täglich zu rechnenden 12 Multiplicationen u. 12 Divisionen können nach den Abkürz. IV. §. 43 und V. §. 44 geschehen.

Anmerkung. Es ist leicht erkennbar, daß die Repartition mittelst Decimalbrüchen leichter ist, indem die ganze Rechnung in einer Division und dann nur noch in Additionen besteht, die sich überdieß gegenseitig prüfen. Ferner weiß man bei den Decimalbrüchen immer die Größe der Abkürzungsfehler, und kann diese nach Belieben verringern; dieses ist in gewöhnlichen Brüchen, bei denen man an zwei aufeinander folgenden Tagen die Nenner als gleich betrachtet, und bei größern Veränderungen im Präsentstande Gut und Schuld vom vorigen Tage wegwirft, ohne große Rechnung nicht möglich.

Sechste Abtheilung.

Von den Verhältnissen, den Proportionen und ihrer Anwendung auf zusammengesetzte Aufgaben.

Erster Abschnitt.

Erklärungen und einfachste Sätze der Verhältnisse und Proportionen.

§. 159. Erklärung, was ein Verhältniß ist.

Jede zwei gleichbenannte Zahlen (z. B. 4 kr. und 8 kr.) haben die Eigenschaft, daß die zweite (8 kr.) aus der ersten (4 kr.) durch Multiplication entstehen kann.

So z. B.
a) bei 4 kr. und 8 kr. ist die IIte Zahl 8 kr. = der Iten 4 kr. × 2;
b) „ 8 kr. „ 4 kr. „ „ „ „ 4 kr. = „ „ 8 kr. × $\frac{1}{2}$;
c) „ 9 ℔. „ 24 ℔. „ „ „ „ 24 ℔. = „ „ 9 ℔. × $2\frac{2}{3}$;

Diese Eigenschaft zweier gleichbenannten Zahlen heißt ihr Verhältniß; und um anzuzeigen, daß man das Verhältniß zweier Zahlen finden will, setzt man dieselben, getrennt durch das Divisionszeichen (:), nebeneinander an. Man schreibt nämlich „das Verhältniß 4 kr. : 8 kr.“; und liest diesen Ansatz „das Verhältniß von 4 kr. zu 8 kr.“

Dabei heißt die linksstehende Zahl (4 kr.) das erste oder das Vorderglied, die rechtsstehende (8 kr.) das zweite oder Hinterglied, und die Zahl (2), welche angibt, „mit was das erste Glied (4 kr.) multiplicirt werden müsse“, um das zweite Glied (8 kr.) zu geben, heißt der Größe-Anzeiger oder (kurzweg) der Anzeiger des Verhältnisses.

Zusatz. Die nämliche Beziehung oder Eigenschaft, die oben Verhältniß genannt wurde, haben auch: 1) je zwei unbenannte Zahlen (wie z. B. 24 und 9, deren IIte Zahl 9 = 24 × $\frac{3}{8}$ ist); und 2) je zwei gleichartige, obschon ungleichnamige, Zahlen (wie z. B. 3″ Dbz. und 2′, wo die IIte Zahl 2′ = 3″ Dbz. × 8 ist).

Ungleichartige Zahlen (wie z. B. 3'' Ddz. u. 2 fl.) stehen aber in keinem Verhältnisse, indem es z. B. keine Zahl gibt, mit der 3'' zu multipliciren wäre, um 2 fl. als Product zu geben.

Anmerkung. Im Divisionsansatze 8 kr. : 4 kr. wird gesucht, in wie viele Theile, zu 4 kr. jeder, sich die Zahl 8 kr. theilen läßt; und man findet 2 als die Anzahl dieser Theile. Beim Verhältnißansatze 8 kr. : 4 kr. aber wird gesucht, wie aus der ersten Zahl 8 kr. die zweite 4 kr. durch Multiplication entstehen kann; und man findet die Zahl $\frac{1}{2}$, welche die bezügliche Größe der Zahlen 8 kr. und 4 kr. angibt. Um beide Ansätze nicht zu verwechseln, wird dem letztern das Wort „Verhältniß" vorangeschrieben.

§. **160.** Berechnung I) des Verhältniß=Anzeigers, und II) des zweiten Verhältnißgliedes, wenn das erste Glied und der Anzeiger bekannt sind.

Regel zu I.) Um den Anzeiger eines Verhältnisses zu finden, **dividire man das zweite Glied durch das erste;** der gefundene Quotient ist der gesuchte Verhältniß=Anzeiger.

So z. B. ist a) vom Verhält. 5 fl. : 20 fl., der Anzeiger $= \frac{20 \text{ fl.}}{5 \text{ fl.}} = 4$

b) „ „ 20 fl. : 5 fl., „ „ $= \frac{5 \text{ fl.}}{20 \text{ fl.}} = \frac{1}{4}$

Denn dieser Quotient (4 bei a) gibt (n. §. 32. Anm.) an, mit was das Ite Glied (5 fl.) zu multipliciren ist, um das IIte Glied (20 fl.) zu geben.

Beispiele. Man finde die Anzeiger folgender Verhältnisse:

a) 7' : 14'. (Antw. d. Anz. $= 2$)	e) 1 Krthlr. : 1 prß. Thlr. (Anz. $= \frac{35}{54}$)
b) 15 fl. : 9 fl. (Anz. $= \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$)	f) 12 : 30 (Anzeiger $= \frac{30}{12} = 2\frac{1}{2}$)
c) 7 kr. 2 pf. : 45 kr. (Anz. $= 6$)	g) $\frac{1}{2}$: $\frac{3}{8}$ (Anzeiger $= \frac{3}{4}$);
d) 5' : 2° 3' 7'' Dz. (Anz. $= 4{,}74$)	h) $5\frac{1}{4}$: $\frac{7}{8}$ (Anzeiger $= \frac{1}{6}$).

Regel II. Um das zweite Glied eines Verhältnisses zu finden, dessen erstes Glied (z. B. 5 fl.) und Anzeiger (z. B. 4) gegeben sind, **multiplicire man das erste Glied mit dem Anzeiger; das erhaltene Product** (5 fl. $\times$ 4 $=$ 20 fl.) **ist das gesuchte zweite Glied.**

Beispiele. Wie groß ist das zweite Verhältnißglied, wenn gegeben ist:

a) Das erste Glied 12℔. u. der Anz. 4? (Antw. das IIte Glied $=$ 48℔.)

b) „ „ „ 3℔. 4 Lth., „ $\frac{1}{16}$? (Ant. das IIte Glied $=$ 6 Lth. 1 Qt.)

c) „ „ „ 8 Stund., „ $3\frac{1}{2}$? (Ant. das IIte Glied $=$ 28 Stund.)

d) „ „ „ $2\frac{1}{3}$ u. der Anz. $2\frac{1}{3}$? (Ant. das IIte Glied $= 5\frac{4}{9}$).

Anmerkung. Zur Uebung sind viele solche Beispiele zu rechnen, und sich dabei jedesmal die Bedeutung des gefundenen Anzeigers anschaulich zu machen (§. 159).

Zusatz 1. Der Anzeiger jedes Verhältnisses ist eine unbenannte Zahl (§. 33. II.); das zweite Glied aber ist immer dem ersten Gliede gleichnamig.

Zusatz 2. Bei jedem Verhältnisse kommen 3 Zahlen in Betrachtung: das Ite Glied, das IIte Glied und der Anzeiger. Sobald zwei von diesen bekannt sind, so kann man die 3te Zahl durch Rechnung finden. Den Anzeiger und das IIte Glied findet man nach

den beiden vorstehenden Regeln; soll aber z. B. aus dem bekannten „IIten Gliede und dem Anzeiger“ das Ite Glied gefunden werden, so dividire man das IIte Glied durch den Anzeiger; der erhaltene Quotient ist das gesuchte Ite Glied; was sich auf §. 32 Anmerkung gründet.

§. 161. Eigenschaften der Verhältnisse.

I.) **Verhältnisse mit gleichen Anzeigern** (wie z. B. 3 ℔. : 6 ℔. und 27 kr. : 54 kr.) **sind einander gleich.**

Denn in beiden entsteht das zweite Glied aus seinem ersten auf völlig gleiche Art (im obigen Beispiel durch Verdopplung), sie haben daher jene Eigenschaft, welche Verhältniß heißt, von gleicher Größe, d. h. sie sind gleich.

Hieraus folgt: 1) daß die Größe eines Verhältnisses nur von der bezüglichen (relativen) Größe seiner Glieder abhängt, nicht aber von deren unmittelbaren (absoluten) Größe.

So z. B. ist das Verhältniß „1 kr. : 6 kr.“ dreimal größer, als jenes der viel größern Zahlen „200 fl. : 400 fl.“, denn in diesem ist das IIte Glied nur das Doppelte seines Iten, während im Verhältnisse 1 kr. : 6 kr. das IIte Glied das $2 \times 3 = 6$fache seines Iten Gliedes ist.

Ferner folgt 2), daß die Glieder gleicher Verhältnisse verschiedenartige Zahlen seyn können, wenn nur die Glieder ein und desselben Verhältnisses von gleicher Art sind.

So z. B. ist das Verhältniß 3 ℔. : 6 ℔. dem Verhältniß 27 kr. : 54 kr. (siehe oben I) gleich, ungeachtet im ersten Verhältnisse Gewicht, im zweiten Münze vorkömmt.

Beispiele. Welche der Verhältnisse a) 4 kr. : 12 kr., b) 42 : 7, c) 9 ℔. : 27 ℔. und d) 2 hl. : 1 fl., sind einander gleich? welches ist das größte, und welches ist das kleinste?

Antw. Die Verhältnisse bei a) und c) sind einander gleich, da ihre Anzeiger 3, also gleich sind; das Verhältniß b) mit dem Anzeiger $\frac{1}{6}$ ist das kleinste, und d) mit dem Anzeiger 240, das größte.

II.) **Wenn man beide Glieder eines Verhältnisses mit gleichem multiplicirt, so bleibt das Verhältniß von gleicher Größe.**

So z. B. ist das Verhältniß „2 : 4“ noch gleich dem Verhältnisse „$2 \times 3 : 4 \times 3$“, d. i. gleich 6 : 12. Denn durch diese Multiplication beider Glieder wird der Anzeiger des Verhältnisses (§. 159) nicht verändert (§. 33. VI).

Folgerung aus der IIten Eigenschaft. Sind in den Gliedern eines Verhältnisses Brüche oder gemischte Zahlen (wie z. B. im Verhältniß $\frac{3}{4} : 1\frac{5}{6}$), so können diese weggebracht und also das Verhältniß, ohne seine Größe zu ändern, in ganzen Zahlen angegeben werden, indem man „beide Verhältnißglieder mit ihrem kleinsten allgemeinen Nenner multiplicirt.“

So ist a) das Verhältniß $\frac{3}{4} : \frac{5}{6}$ gleich $\frac{3}{4} \times 12 : \frac{5}{6} \times 12$, beide Glieder mit 12 (als ihrem kleinsten gem. Nenner) multiplicirt, d. i. gleich 9 : 10

b) Das Verhältniß $5\frac{1}{4} : \frac{7}{8}$ gleich $\frac{21}{4} \times 8 : \frac{7}{8} \times 8$, d. i. gleich 42 : 7.

III.) Wenn beide Glieder eines Verhältnisses durch gleiche Zahlen dividirt werden, so bleibt das Verhältniß auch von gleicher Größe, und ist in kleinern Zahlen dargestellt.

So z. B. ist das Verhältniß 12 : 18 gleich dem Verhältniß $\frac{12}{2} : \frac{18}{2}$ (d. i. 6 : 9), gleich $\frac{12}{3} : \frac{18}{3}$ (d. i. 4 : 6) und auch gleich $\frac{12}{6} : \frac{18}{6}$ (d. i. = 2 : 3), was aus §. 33. VI., §. 160 und §. 161 I. als richtig erkannt wird.

Folgerungen aus III.) 1) dividirt man durch ein gemeinschaftliches Maaß beider Glieder, so wird das Verhältniß in kleinern ganzen Zahlen angegeben, wie im obigen Beisp. „12 : 18 = 2 : 3;"

2) dividirt man durch das Ite Verhältnißglied, so wird dieses auf die Einheit gebracht; so z. B. ist das Verhältniß 3 : 14 gleich dem Verhältniß $1 : 4\frac{2}{3}$.

3) Dividirt man, bei einem Verhältnisse, dessen Glieder einfach benannte Zahlen sind, diese durch die Einheit des Namens, so erkennt man, daß sich ein Verhältniß gleich bleibt, wenn man den gleichen Namen seiner Glieder wegwirft. So z. B. ist das Verhältniß 7 fl. : 28 fl. noch gleich 7 : 28.

Zusatz. Sehr oft können auch mehrere der obigen Vereinfachungen am nämlichen Verhältniß vorgenommen werden. So z. B. ist das Verhältniß $5\frac{1}{4} : \frac{7}{8}$ gleich dem Verhältniß $\frac{21}{4} . 8 : \frac{7}{8} . 8$, d. i. 42 : 7 (n. II) und dieses ist gleich 6 : 1 (n. III), also $5\frac{1}{4} : \frac{7}{8}$ gleich 6 : 1.

Uebungsbeispiele.

1044) Man gebe die folgenden Verhältnisse in den möglich kleinsten ganzen Zahlen an: a) $\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$; b) $2\frac{5}{6} : 34$; c) $9\frac{2}{15} : 8$; d) $3\frac{3}{4} : 7\frac{1}{2}$; e) $4\frac{4}{5} : 2,38$; f) $2,2\overline{27}27$…… : $1,0\overline{18}18$…….

1045) Man gebe die folgenden Verhältnisse so an, daß ihr erstes Glied die Einheit ist, a) 4 : 6; b) $5\frac{3}{8} : 3\frac{5}{12}$; c) 2,05 : 14,284.

1046) In Bayern ist das Handelspfund so schwer als 560 französische Grammen, das Zollgewichts-Pfund = 500 fr. Gr., und das Apotheker-Pfund = 360 fr. Gr.; man finde das Verhältniß von je zwei dieser Pfunde in möglich kleinsten ganzen Zahlen.

Man sagt bei 1046) 1 Handels-Pf.: 1 Zoll-Pf. gleich wie 560 fr. Gr. : 500 fr. Gr.
" : " " 56 : 50 (n. III. 1. u. 3.)
Antw. 1 Handels-Pf. : 1 Zoll-Pf. gleich wie 28 : 25 (n. III.) u. s. f.

1047) Aus dem Münzpfund feinen Silbers werden in Preußen 30 Thaler, in Bayern $52\frac{1}{2}$ fl. geprägt. Wie verhält sich daher der pr. Thlr. zum bayer. fl.?

1048) Zwei Arbeiter vollendeten, während der nämlichen Zeit, der 1te $13\frac{8}{9}$ Fuß, der 2te $15\frac{5}{12}$ Fuß einer Rasenbekleidung. Man finde in den einfachsten ganzen Zahlen das Verhältniß ihrer Arbeitskräfte.

1049) Bei jedem Kreis verhält sich der Durchmesser zum Umfang, wie 113 : 355; man gebe dieses Verhältniß so an, daß das 1te Glied 1 und das 2te Glied als Decimalbruch mit 6 Decimalen ausgedrückt ist.

§. 162. Erklärung von steigenden, fallenden und von verkehrt gleichen Verhältnissen.

I.) **Ein Verhältniß heißt steigend, wenn sein IItes Glied größer ist als sein erstes,** wie z. B. im Verhältnisse „4 Tag : 12 Tag". **Ist hingegen das zweite Glied kleiner als das erste,** wie im Verhältnisse „27 Mann : 9 Mann", **so heißt es fallend. Der Anzeiger jedes steigenden Verhältnisses ist größer als 1; im fallenden aber ist er kleiner als 1, also ein eigentlicher Bruch.**

II.) **Zwei Verhältnisse heißen verkehrt gleich, wenn das eine steigend, das andere aber gleichmäßig fallend ist.**

So z. B. sind die Verhältnisse „4 Tag : 12 Tag" u. „27 Mann : 9 Mann" einander verkehrt gleich; denn im steigenden „4 Tag : 12 Tag" ist das zweite Glied das dreifache des ersten, und im fallenden Verhältnisse „27 Mann : 9 Mann" ist das zweite Glied nur das Drittel des ersten Gliedes.

Beispiel. Welche von den Verhältnissen:
a) 5 : 10; ‖ b) 3 : 15; ‖ c) $\frac{1}{2}$: 1; ‖ d) 6 : 11 und e) 110 : 22 sind einander 1) gleich? und 2) verkehrt gleich?

Antwort. 1) Die Verhältnisse bei a) und c) haben gleiche Anzeiger (nämlich 2), sind also einander gleich; 2) jene bei b) und e) hingegen sind einander verkehrt gleich; denn bei b) ist der Anzeiger = 5 und bei e) ist er $\frac{22}{110} = \frac{11}{55} = \frac{1}{5}$.

§. 163. Erklärung, was eine Proportion ist, und Ansatz derselben.

Verbindet man 2 gleiche Verhältnisse durch das Gleichheits=Zeichen wie z. B. 3 fl. : 6 fl. = 27 kr. : 54 kr., so nennt man diesen Ansatz eine Proportion, und liest denselben entweder „das Verhältniß 3 fl. zu 6 fl. ist dem Verhältniß 27 kr. zu 54 kr. gleich", oder kürzer „3 fl. (verhält sich) zu 6 fl., wie 27 kr. zu 54 kr."

Eine Proportion ist daher der Ansatz, in welchem zwei Verhältnisse mit gleichen Anzeigern durch das Gleichheitszeichen verbunden sind; und man kann daher: 1) mit je zwei gleichen Verhältnissen eine Proportion ansetzen, indem man nur zwischen beide Verhältnisse das Zeichen = setzt; 2) kann man auch mit je zwei verkehrt=gleichen Verhältnissen (z. B. mit „4 Tag : 12 Tag" und „27 Mann : 9 Mann") **eine Proportion ansetzen, indem man, vor dem Anschreiben, in dem einen dieser Verhältnisse** (z. B. im ersten „4 Tag : 12 Tag") **die Glieder unter sich verwechselt;** nämlich schreibt „12 Tag : 4 Tag", u. also die Proport. „12 Tag : 4 Tag = 27 Mann : 9 M." erhält, deren Richtigkeit einleuchtet, da ihre beiden Verhältnisse einerlei Anzeiger, nämlich $\frac{1}{3}$, haben.

Beispiel. Welche Proportionen können mit den Verhältnissen a, b, c, d u. e des Beispiels §. 162 angesetzt werden, und warum?

Antw. Nach den in der Antwort des vorigen §. angegebenen Anzeigern, die hier zu wiederholen sind, erhält man die Proportionen „5 : 10 = ½ : 1 und 15 : 3 = 110 : 22."

§. 164. Anzahl und Namen der Glieder jeder Proportion.

Da jedes Verhältniß zwei Glieder hat, so muß die Proportion (n. §. 163) vier Glieder haben. Man nennt sie entweder:

a) der Ordnung nach, **erstes, zweites, drittes** u. **viertes** Glied,
od. b) das 1te u. 4te „**die äußern,**" das 2te u. 3te „die **innern Glieder**"
od. c) 1tes u. 2tes Gl. des 1ten Verh., und desgleichen des 2ten Verh.

Die Glieder einer Proportion können wie die jedes einzelnen Verhältnisses benannte Zahlen oder unbenannte seyn. Wenn sie benannt sind, so muß zwar das vierte Glied mit dem dritten einerlei Namen haben, und eben so auch das zweite mit dem ersten; aber es muß nicht die Benennung im letzten Verhältniß einerlei mit jener im ersten seyn (sieh' §. 161. I. 2.), und man kann sogar die gleichen Namen der Glieder des nämlichen Verhältnisses wegwerfen (§. 161. III. 3).

Zusatz. Obgleich bei jedem Verhältnisse 3 verschiedene Zahlen vorkommen (sieh' §. 160. Zus. 2), so kommen deren bei der Proportion doch nur 5 (und nicht 2 × 3 = 6) vor; nämlich: die 4 Glieder, und der einerlei Anzeiger der beiden gleichen Verhältnisse. Wenn von diesen 5 verschiedenen Zahlen drei bestimmte gegeben sind, so können die beiden andern durch Rechnung gefunden werden, wie dieß der folgende §. erläutert.

§. 165. Um zu drei gegebenen Gliedern einer Proportion (z. B. zu „5 fl. : 20 fl. = 12 C. : ?") das vierte unbekannte Glied durch Rechnung zu finden, bezeichne man dieses vorerst durch (?) oder durch x, und verfahre dann nach einer der zwei folgenden Regeln:

Regel A. Man suche vom ersten Verhältniß (z. B. „5 fl. : 20 fl.") den Anzeiger (4, n. §. 160.), und multiplicire mit diesem Anzeiger (4) das gegebene dritte Glied (12 C.). Das erhaltene Product ist das gesuchte vierte Glied der Proportion. Z. B.

Rechnung. 5 fl. : 20 fl. = 12 C. : x
: (5) .... × 4
48 C.

Beweis zu A. Die beiden Verhältnisse jeder Proportion (z. B. „5 fl. : 20 fl. = 12 C. : x") haben einerlei Anzeiger (§. 163).

Nun ist im ersten Verhältniß (5 fl. : 20 fl.) der Anzeiger = $= \frac{\text{2tes Glied}}{\text{1tes Glied}} = \frac{20\text{ fl.}}{5\text{ fl.}} = 4$ (n. §. 160. I); folglich ist dieß auch der Anzeiger des zweiten Verhältnisses („12 ℔. : x").

Da vom letztern überdieß das erste Glied, nämlich das IIIte Proportionsglied (12 ℔.), gegeben ist, so ergibt sich (n. §. 160. II) dessen zweites Glied, nämlich das IV. Proportions-Glied = IIItes Glied $\times \frac{\text{2tes Glied}}{\text{1tes Glied}}$ (oder für obiges Beispiel x = 12 ℔. $\times \frac{20\text{ fl.}}{5\text{ fl.}}$ = 12 ℔. × 4 = 48 ℔.) wie es die Regel A angibt.

Regel. B. **Man multiplicire das dritte Glied** (12 ℔. Siehe hierunten die Rechnung) **mit der Zahl** (20) **des IIten Gliedes** (20 fl.), **und dividire das Product** (12 ℔. × 20 = 240 ℔.) **durch die Zahl** (5) **des Iten Gliedes** (5 fl.)

Rechn. nach Regel B. 5 fl. : 20 fl. = 12 ℔. : x
× 20
240 ℔. = 48 ℔. (wie bei A.)
(: 5)

Beweis zu B. Mit der Proportion 5 fl. : 20 fl. = 12 ℔. : x
ist (n. §. 160 III. 3) gleichbedeutend die Proport. 5 : 20 = 12 ℔. : x

In dieser ist der Anzeiger des ersten Verhältnisses = $\frac{20}{5}$; und da dieß zugleich der Anzeiger des 2ten Verhältnisses seyn muß (n. §. 163), so ist das 4te Glied x = 12 ℔. × $\frac{20}{5}$ (n. §. 160. II) = $\frac{12\text{ ℔.} \times 20}{5}$ (n. §. 113.), d. h. es ist (mit Rückblick auf die anfängliche Proportion) in jeder Proportion das IVte Glied = $\frac{\text{dem IIIten Glied} \times \text{der Zahl des IIten}}{\text{getheilt durch die Zahl des Iten Gliedes}}$.

Uebungsbeispiele.

Man finde x aus den folgenden Proportionen.

1050) 31 Ell. : 14 Ell. = 12 fl. : x
1051) 3 Stund. : 8 St. = 2 : x
1052) 5 Mann : 24 M. = 11½ St. : x
1053) ¾ : 2 = 6 $\frac{9}{16}$: x.

Zusatz. Wenn im Iten oder IIten oder in beiden Gliedern des ersten Verhältnisses mehrfach benannte Zahlen vorkommen, so muß man diese (n. §. 91.) zur Berechnung des Anzeigers auf einen einzigen Namen bringen, u. wähle hiebei immer jenen Namen, wodurch die Rechnung am kürzesten wird (§. 126 C. Zus. II.); diesen gemeinschaftlichen Namen kann man sodann ganz weglassen (§. 160 III. 3). Das dritte Glied aber kann mehrfach benannt bleiben, und mit diesem ist das gesuchte vierte Glied (x) jederzeit gleichnamig (§. 160. Zus. 1.).

Beispiele. Man finde in den folgenden Proport. das IVte Glied (x)

a) 2 fl. 17 kr. : 6 fl. = 5 ℔. : x
× 60
137 kr. : 360 kr. = 5 ℔. : x
× 5
1800 ℔. = $13\frac{19}{137}$ ℔.
: (137)
430
19 × 32 L. (= 8 × 4)
× 8
152
× 4
608 L. = 4 L. $1\frac{103}{137}$ Qt.
: 137
60 × 4 Qt.
240 Qt.
(: 137)
103

Antwort. x = 13 ℔. 4 Lth. $1\frac{103}{137}$ Qt.

b) 5 Mtz. : 2 Schfl. 4 Mtz. = 7 fl. 30 kr. : x
× 6
5 Mtz. : 16 Metzen = 7 „ 30 „ : x
× 16
120 fl. = 24 fl.
: (5)

Antwort. x = 24 fl.

Erläuterung. Die Glieder des 1ten Verhältnisses wurden auf ihren niedersten Namen gebracht,
d. i. bei a) auf Kreuzer,
„ b) „ Metzen; und
diese Namen sodann ganz aus der Rechnung weggelassen.

c) 100 fl. : 492 fl. 42 kr. = 3 fl. 30 kr. : x
100 : $492\frac{42}{60}$ = $3\frac{1}{2}$ fl. : x
100 : 492,7 = 3,5 fl. : x
× 3,5
246 3 5
1478 1
1724,4 5 fl. = 17,2445 fl.
: (100)
× 60
14,6700 kr.
× 8
5,36 hl.

Antwort. x = 17 fl. 14 kr. 5 hl.

Erläuterung zu c. Die mehrfach benannten Zahlen sind auf ihre höchsten Namen fl. gebracht. Die hiebei erhaltenen Brüche $\frac{42}{60}$ in $\frac{7}{10}$ und $\frac{30}{60}$ in $\frac{1}{2}$ abgekürzt, und sodann, der kürzern Rechnung wegen, als Decimalbrüche angesetzt (nämlich $492\frac{7}{10}$ = 492,7 u. $3\frac{1}{2}$ = 3,5). Hierauf ist 492,7 mit 3,5 fl. multiplicirt (n. §. 143) und deren Product 1724,45 fl. durch 100 dividirt (nach §. 140. III.). Man erhält 17,2445 fl., die nach §. 146 auf fl., kr. und hl. gebracht sind.

Zusatz 2. Wenn der Anzeiger des 1ten Verhältnisses eine ganze Zahl ist, oder ein Bruch dessen Nenner viele Factoren hat, so geschieht die Ausrechnung des IVten Gliedes kürzer nach der Regel A, als nach B. Ist dann das IIIte Glied mehrfach benannt, so rechne man wie im §. 124 C. Beisp. 3. — Man finde x aus:

d) 16 ℔. : 1 Ztr. 25 ℔. = 481 fl. 22 kr. 3 pf. : x

Rechnung. 16 ℔. : 125 ℔. = 481 fl. 22 kr. 3 pf. : x
× $7\frac{13}{16}$

		fl.	kr.	pf.
	das 7fache	3369	39	1
($\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$)	Die Hälfte	240	41	$1\frac{1}{2}$
($\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$)	Das 4tel	120	20	$2\frac{3}{4}$
($\frac{1}{16}$)	Das 16tel	30	5	$\frac{11}{16}$
	Das $7\frac{13}{16}$fache	3760 fl.	46 kr.	$1\frac{15}{16}$ pf.

Antwort. x = 3760 fl. 46 kr. $1\frac{15}{16}$ pf.

Erläuterung. Der Anzeiger des ersten Verhältnisses ist $\frac{125}{16} = 7\frac{13}{16}$. Man multiplicire mit ihm d. 3te Glied „481 fl. 22 kr. 3 pf.", so erhält man den Werth von x (nach Regel A). Diese Multiplicat. siehe §. 124 C. 3.

Uebungsbeispiele.

1054) 36 Ztr. 25 ℔. : 28 Ztr. 75 ℔. = $38\frac{1}{2}$ Meile : x.
1055) 5 fl. 45 kr. : 4 fl. 18 kr. 3 pf. = 112 Tage : x.

1056) $5\frac{2}{3}$ Ztr. : 72 ℔. 24 Loth. = 26 fl. 38 kr. : x.
1057) 24 Ellen : 65 Ellen = 70 fl. 38 kr. 3 pf. : x.

Anmerkung 1). Ist anstatt des 4ten Verhältnißgliedes eines der andern Glieder aus den übrigen 3 gegebenen zu finden, so suche man 1) den Anzeiger des vollständig gegebenen Verhältnisses (§. 160. I.), sodann 2) mit diesem und dem bekannten Glied des andern Verhältnisses dessen zu findendes Glied (n. §. 160 II u. Zus. 2).

Man finde z. B. aus den folgenden 3 Proport. das unbekannte Glied:

5 : x = 12 : 48	5 : 20 = x : 48	x : 20 = 12 : 48
(: 12) = 4	(: 5) ...... (: 4)	= 4
× 4	= 12; als	(: 4)
20; als ges. 2tes Glied.	gesuchtes 3tes Glied.	= 5, als ges. 1tes Glied.

Anmerkung 2). Außer der in der Regel B ausgesprochenen Haupteigenschaft jeder Proportion, daß das IVte Glied immer gleich ist „dem IIIten × der Zahl des IIten, dividirt durch die Zahl des Iten Gliedes", haben die Proportionen noch andere wesentliche Eigenschaften, von denen jedoch nur die unentbehrlichen hier folgend aufgeführt sind.

§. 166. Einige Haupteigenschaften der Proportionen.

A. In jeder Proportion ist das Product der beiden äußern Glieder gleich dem Producte der beiden innern Glieder.

So z. B. in der Proportion .... 3 : 6 = 5 : 10 ist wirklich 3×10 = 6×5, indem jedes dieser Producte gleich 30 ist.

Beweis. Um sich von der Nothwendigkeit dieser Eigenschaft jeder Proportion zu überzeugen, überlege man wie folgt:

Die beiden Verhältnisse jeder Proportion (z. B. 3 : 6 = 5 : 10) haben (n. §. 163) einerlei Anzeiger (im hier obensteh. Beisp. d. Anz. 2),

und es ist in jeder Proportion (n. §. 160. II.) { das IIte Glied = dem Iten × dem Anzeiger, (6 = 3. 2)
das IVte Gl. = dem IIIt. × d. näml. Anz., (10 = 5. 2),

so daß man jede Proportion anschreiben könnte:

Ites Glied : Ites Glied × Anzeiger = IIItes : IIItes × Anz., (3 : 3. 2 = 5 : 5. 2).

In dieser allgemeinen Proportion ist { das Prod. der äuß. Gl. = Ites × IIItes × Anz., (3. 5. 2)
das „ „ innern Gl. = Ites × Anz. × IIItes, (3. 2. 5)

und also diese beiden Producte offenbar einander gleich, da sie aus den nämlichen drei Factoren „Ites Glied (3), IIItes Glied (5) und einerlei Anzeiger (2) zusammengesetzt sind.

B. Das vierte Glied jeder Proportion bleibt unverändert, wenn man die Zahlen der beiden innern Glieder unter sich verwechselt.

So z. B. findet man aus der Proport.
12 ℔. : 11 ℔. = 3 kr. : x
$x = \frac{11 \times 3 \text{ kr.}}{12}$ (n. §. 165 B.)

Verwechselt man die Zahlen der innern Glied. nämlich 12 ℔. : 3 ℔. = 11 kr. : x
so folgt nun $x = \frac{3 \times 11 \text{ kr.}}{12}$ (n. §. 165.)

Es ist aber 11 × 3 kr. einerlei mit 3 × 11 kr. (n. §. 25 II.). Daher ist auch .... $\frac{11 \times 3 \text{ kr.}}{12}$ einerlei mit $\frac{3 \times 11 \text{ kr.}}{12}$, d. h. es sind die IVten Glieder obiger zwei Proportionen von einerlei Größe.

Da allgemein $x = \frac{\text{IItes Glied} \times \text{IIItes}}{\text{Ites Glied}}$ (n. §. 163. B.) $= \frac{\text{IIItes} \times \text{IItes}}{\text{Ites}}$ (n. §. 25 II.), so folgt auch hieraus allgemein die Richtigkeit der Eigenschaft B.

Anmerkung. Wollte man nicht nur die Zahlen der innern Glieder (11 ℔. und 3 kr.) verwechseln, sondern auch ihre Namen, und also schreiben „12 ℔. : 3 kr. = 11 ℔. : x“, so würde zwar dadurch für das gesuchte vierte Glied (x) kein Rechnungsfehler entstehen, indem man wieder x = 2 kr. 3 pf. finden könnte, es kämen aber hiedurch ℔. und kr. in ein Verhältniß, die doch in keinem Verhältnisse stehen können (n. §. 159).

C) Das vierte Glied jeder Proportion bleibt ungeändert, wenn man ihr erstes Glied und eines der beiden innern Glieder mit einerlei Zahl multiplicirt oder dividirt.

Beweis. Das 1te und 2te Glied jeder Proportion sind Glieder des nämlichen Verhältnisses, und dieses bleibt (n. §. 161.) unverändert, indem man seine beiden Glieder mit gleichem multiplicirt oder dividirt.

Da man ferner (n. B. §. 166.) die Zahlen der innern Glieder jeder Proportion verwechseln, also das 3te an die Stelle des 2ten Gliedes setzen darf, so stehen sodann das 1te und 3te Proportionsglied im ersten Verhältnisse, und es dürfen daher auch diese Glieder durch einerlei Zahl multiplicirt oder dividirt werden (n. §. 161.).

Zusatz. Abkürzung der Rechnung. Die Eigenschaft C dient wesentlich zur Vereinfachung der Berechnung des unbekannten Gliedes einer Proportion; indem man mit ihr Brüche und gemeinschaftliche Maaße aus den 3 ersten Gliedern jeder Proportion wegbringen kann, wie aus den Gliedern einzelner Verhältnisse. (Siehe §. 161. Folgerung.)

Beispiele. Man suche x aus den folgenden Proportionen:

a) 24 ℔. : 108 ℔. = 4 fl. 10 kr. : x | b) $\frac{1}{4}$ Klafter : $5\frac{7}{8}$ Klftr. = $3\frac{2}{3}$ fl. : x
c) 15 ℔. : 45 ℔. = 31 fl. 16 kr. : x | d) 48 Ztr. : 55 Ztr. = 550 fl. 35 kr. : x
e) 0,820849 Fuß : 0,06805307 Fuß = 23,75372 fl. : x

Rechnung zu a.

24 ℔. : 108 ℔. = 4 fl. 10 kr. : x
:12) 2 ℔. : 9 ℔. = 4 fl. 10 kr. : x
:2) 1 ℔. : 9 ℔. = 2 fl. 5 kr.
× 9
Antwort. x = 18 fl. 45 kr.

Erläuterung zu a) Zuerst sind das 1te und 2te Glied durch ihr größtes gemeinschaftliches Maaß 12 dividirt, und sodann das nunmehrige 1te Glied (2) und das 3te durch 2 (n. C).

Rechnung zu b.

×8 $\frac{1}{4}$ Kl. : $5\frac{7}{8}$ Kl. = $3\frac{2}{3}$ fl. : x
×3 2 : 47 = „ : x
6 : 47 = 11 : x
×11
517
(:6) = $86\frac{1}{6}$ fl.
Antwort. x = 86 fl. 10 kr.

Erläut. zu b.) Das 1te u. 3te Glied sind mit ihrem kleinsten gemeinschaftlichen Nenner 8 multiplicirt, u. sodann noch das 1te Glied (2) und 3te Glied ($3\frac{2}{3}$) mit ihrem kl. gemeinsch. Nenner 3.

Die fernere Rechnung (bei a und b) ist dann völlig nach §. 165 geführt. Bei c) findet man x = 93 fl. 48 kr.; bei d) ist x = 630 fl. 52 kr. $4\frac{5}{6}$ hl. Bei e) ist x = 1 fl. 58 kr. 1 hl. (Die Rechnung zu e siehe §. 153 Beispiel d).

Anmerkung. Die im vorstehenden Zusatze und im §. 165 Zus. 2 angegebenen Abkürzungen sind die wesentlichsten, die bei der Berechnung des unbekannten Proportionsgliedes vorkommen.

Uebungsbeispiele.

1058) 28 : 35 = 16 fl. 12 kr. : x	**1059)** 39 : 26 = 1 Ztr. 8 ℔. : x
1060) $1\frac{3}{4}$ Ell. : $1\frac{7}{8}$ Ell. = $26\frac{7}{16}$ fl. : x	**1061)** $3\frac{4}{3}$: 25 = 15 fl. 20 kr. : x
1062) $9\frac{3}{16}$ fl. : 96 fl. 50 kr. = $27\frac{3}{4}$ ℔. : x	**1063)** $31\frac{2}{3}$: $7\frac{3}{5}$ = $159\frac{3}{8}$: x

1064) $3\frac{2}{5}$ Ztr. : $11\frac{1}{3}$ Ztr. = 54 fl. 39 kr. 3 pf. : x

1065) 0,0719 ℔. : 2,4653888.. ℔. = 0,54236 fl. : x

Zusatz. Niemals darf man die beiden innern Glieder gegeneinander heben, oder mit gleichem multipliciren (wenn gleich hiedurch die Rechnung einfacher werden könnte), denn weil diese beiden Glieder zugleich Factoren vom Werthe des gesuchten 4ten Gliedes sind (§. 165. B), so würde dieses hiedurch verändert werden (§. 25. IV.).

§. 167. Zusammensetzung von Verhältnissen und Proportionen.

A.) Wenn man 2 (oder mehr) Verhältnisse untereinander setzt wie z. B. {I) 4 : 12, II) 11 : 22} und dann deren übereinander stehende Glieder multiplicirt, so nennt man das neue Verh. III) 44 : 264 ein zusammengesetztes, und es ist dessen „Anzeiger das Product der Anzeiger aller einfachen Verhältnisse."

Denn (n. §. 160) ist vom Verhält. 4 : 12, d. i. von 4 : 4×3, der Anzeiger 3,
ferner ist „ „ 11 : 22, „ „ 11 : 11×2, „ „ 2,
u. dah. ist (n. §. 160.) „ „ 44 : 264 „ „ 44 : 44×6, „ „ 6, d. i. 2×3
also wirklich wie oben gesagt wurde, „das Product der Anzeiger der einfachen Verhältnisse."

B.) Wenn man zwei (oder mehr) Proportionen untereinander setzt, und dann die über einanderstehenden Glieder multiplicirt, wie z. B. {I) 4 : 12 = 5 : 15, II) 11 : 22 = 7 : 14} „so geben die vier erhaltenen Producte auch eine Proportion" III) 44 : 264 = 35 : 210, die eine zusammengesetzte heißt.

Denn (n. §. 163) haben die beiden Verh. der Proport. I) einerlei Anz. 3,
ferner „ „ „ „ „ II) „ „ 2,
folglich haben (n. A.) die beiden Verhältnisse der Proportion III) den Anzeiger 3×2, d. i. 6, sind also einander gleich (n. §. 161. I), und bilden demnach eine Proportion (n. §. 163), die hier 44 : 264 = 35 : 210 ist.

Welche Anzeiger aber auch immer die zwei oder mehrere zusammenzusetzenden einfachen Proportionen haben mögen, so werden doch die durch Multiplication ihrer Glieder entstandenen zwei zusammengesetzten Verhältnisse immer gleiche Anzeiger haben (n. A.), folglich eine Proportion, d. i. „den richtigen Ansatz zweier gleichen Verhältnisse" bilden.

§. 168. Anwendung der zusammengesetzten Proportion.

Wenn man zwei oder mehr Proportionen zusammensetzt, in welchen „das 4te Glied einerlei ist mit dem 3ten Gliede der folgenden Proportion", wie z. B. in

$$\text{in}\left\{\begin{array}{l}\text{I) } 9 : 27 = 4 : \mathbf{12} \\ \text{II) } 2 : 1 = \mathbf{12} : \mathbf{6} \\ \text{III) } 7 : 49 = \mathbf{6} : 42\end{array}\right\} \text{ oder in } \left\{\begin{array}{l}9 : 27 = 4 : \mathbf{a} \\ 2 : 1 = \mathbf{a} : \mathbf{b} \\ 7 : 49 = \mathbf{b} : x\end{array}\right\},$$

so verhält sich

1tens. Das Product ihrer ersten Glieder (d. i. hier $9 \times 2 \times 7$ od. 126), zum Product all ihrer zweiten Glieder (d. i. hier $27 \times 1 \times 49$ od. 1323), wie das dritte Glied (4) der 1ten Proportion, zum vierten Gliede (42 oder x) der letzten Proportion. Es ist nämlich:

IV) $126 : 1323 = 4 : 42$; und auch $126 : 1323 = 4 : x$

Beweis. Setzt man die Proportionen (n. vor. §.) zusammen, indem man vorerst die Multiplication der Glieder nur anzeigt, nämlich

$$(9 \times 2 \times 7) : (27 \times 1 \times 49) = (4 \times 12 \times 6) : (12 \times 6 \times 42),$$

und auch $(9 \times 2 \times 7) : (27 \times 1 \times 49) = (4 \times a \times b) : (a \times b \times x)$,

so bemerkt man sogleich, daß sich beide Glieder des zweiten Verhältnisses durch 12×6, (oder wie immer diese Zahlen a und b, wenn sie unbekannt sind, heißen mögen) dividiren lassen. Hiedurch aber bleibt (n. §. 161 III.) der Anzeiger dieses Verhältnisses unverändert, und folglich (n. §. 163.) die Proportionen richtig:

V) $(9 \times 2 \times 7) : (27 \times 1 \times 49) = 4 : 42$, und $(9.2.7) : (27.1.49) = 4 : x$

d. i. $126 : 1323 = 4 : 42$, und $126 : 1323 = 4 : x$.

2tens. Hat man daher in Proportionen der oben (§. 168) angegebenen Art, in denen überdieß alle 3ten Glieder, bis auf eines, und alle 4ten Glieder unbekannt sind, „nur das 4te Glied (x) der letzten Proportion zu finden", so multiplicire man (n. §. 165. B.) das bekannte 3te Glied (4) und alle 2ten Glieder miteinander, und dividire dieses Product ($4 \times 27 \times 1 \times 49$) durch das Product aller ersten Glieder ($9 \times 2 \times 7$). Der erhaltene Quotient ist das gesuchte vierte Glied der letzten Proportion.

Man findet nämlich x aus den Proportionen $\left\{\begin{array}{l}9 : 27 = 4 : a \\ 2 : 1 = a : b \\ 7 : 49 = b : x\end{array}\right\}$, in welchen auch a und b unbekannt, aber nicht zu finden sind, indem man sagt

$$x = \frac{4 \times 27 \times 1 \times 49}{9 \times 2 \times 7} \overset{:2.9.7}{=} \frac{2.3.1.7}{1.1.1} = 42.$$

Die Richtigkeit ist oben bei 1tens u. §. 165. nachgewiesen.

Anmerkung. Man könnte auch das 4te Glied (x) der letzten Proport. finden, indem man (nach §. 165) aus I) die unbekannte $a = \frac{4.27}{9} = 12$ findet, sodann diesen Werth in die 2te Proportion setzt, und aus ihr die unbekannte $b = 6$ (n. §. 165.) sucht, diesen hierauf in III) setzt, u. endlich (wieder nach §. 165.) $x = 42$ findet.

Weit kürzer (namentlich bei größern Zahlen und bei vielen Proportionen) als dieses Verfahren ist aber das oben angegebene „durch Zusammensetzung der einfachen Proportionen."

§. 169. Abkürzung der Rechnung bei zusammengesetzten Proportionen (Säulenansatz).

Bei der Ausrechnung des letzten Gliedes mehrerer wie oben zusammenzusetzenden einfachen Proportionen, bedient man sich häufig des (seiner Gestalt wegen sogenannten) Säulenansatzes; da nämlich, wie in jeder Proportion, auch in der

zusammengesetzten $9 \times 2 \times 7 : 27 \times 1 \times 49 = 4 : x$

das Product der äußern Glieder $\left\{ \text{d. i. } x \times 9 \times 2 \times 7 = 4 \times 27 \times 1 \times 49 \right\}$ d. i. dem Product der innern Gl. gleich ist,

so schreibt man, um die im §. 166. Zus. angegebenen Abkürzungen übersichtlich vorzunehmen, „die Factoren des erstern Productes „links eines aufrechten Striches untereinander, und die Factoren „des andern rechts davon" (wie hier unterhalb); wenn sodann

1tens) irgend eine der Zahlen links des Striches mit irgend einer rechts ein Maaß gemein hat (Kennzeich. §. 98.), so hebe man beide damit, durchstreiche die gehobenen Zahlen, und schreibe neben sie die erhaltenen kleinern Zahlen (Quotienten) an.

Sobald sich aber nichts mehr heben läßt, multiplicire man die nicht durchstrichenen Zahlen links des Striches miteinander, dann auch jene rechts unter sich, und dividire mit dem Producte links in jenes rechts. Der herauskommende Quotient ist dann der Werth der gesuchten Zahl (x)

Beispiel zu I.

Man finde x aus der Proportion:

$9.2.7 : 27.1.49 = 4 : x.$

Rechnung.

x	~~4~~ ; 2
1 ; ~~9~~	~~27~~ ; 3
1 ; ~~2~~	1
1 ; ~~7~~	~~49~~ ; 7
1 . x	$= \frac{42}{1} = 42.$

Erläuterung.

Nachdem man links eines aufrechten Striches die äußern, und rechts die innern Glieder der Proportion angeschrieben hat, sieht man 1) daß sich links 9 und rechts 27 mit 9 heben; es bleibt links 1 und rechts 3; sodann 2) daß links 2 und rechts 4 sich durch 2 heben, und endlich 3) daß links 7 und rechts 49 sich durch 7 heben.

Hierauf wird rechts multiplicirt; man erhält $2 \times 3 \times 7$, d. i. 42; und da das Product links nur 1 gibt, also nicht theilt, so ist $x = 42$ (wie schon §. 168. gefunden).

Anmerkung. Da 1 im Multipliciren und Dividiren nichts ändert, so läßt man im Säulensatz gewöhnlich die Einser gleich weg.

2tens) Wenn auf der linken oder rechten Seite Brüche stehen, so streiche man ihre Nenner aus, und schreibe diese auf die andere Seite des Striches. Gemischte Zahlen muß man dabei vorerst oder zugleich einrichten (also anstatt $6\frac{3}{7}$, setzen $\frac{45}{7}$). Hierauf aber verfahre man dann wieder wie bei I.

Beispiel zu II.

Man hat zwei gleiche Producte $x \times \frac{2}{3} \times 11 = 9 \times 1 \times 6\frac{3}{7}$ von denen ein Factor (x) unbekannt ist, und soll diesen durch Rechnung finden.

Rechnung.	links	rechts
	x	9
	2	1 ; 3
	~~3~~	
	7 ; 11	~~6~~ $\frac{~~3~~}{~~7~~}$; 45
	$\frac{77}{154} \times 2$	135 d. i. 3×45
		$\times 9$
		$1215 = 7\frac{137}{154}$
		:(154)

Antwort. $x = 7\frac{137}{154}$

Erläuterung.

Das Product mit x ist links, das andere rechts vom Striche angeschrieben. Dann ist vom linksstehenden Bruche $\frac{2}{3}$ der Nenner (3) weggestrichen, und derselbe rechts als Factor angesetzt. Ferner ist rechts die gemischte Zahl $6\frac{3}{7}$ in $\frac{45}{7}$ eingerichtet, aber nur der Zähler 45 rechts gelassen, der Nenner 7 hingegen links geschrieben.

Da sich nichts heben läßt, so ist rechts 45 mit 3, und noch mit 9 multiplicirt, was 1215 gibt. Dann ist links 7 mit 11 und noch mit 2 multiplicirt, was 154 gibt; und dann ist mit letzterm Product (154) in jenes rechts (1215) dividirt.

Man erhält $7\frac{137}{154}$ als Werth von x.

3tens) Kommen mehrfach benannte Zahlen vor, so bringe man diese sogleich auf einen einzigen Namen, und zwar auf jenen, den man am schnellsten im Kopfe finden kann. Die fernere Rechnung geht dann völlig so wie bei I und II.

Beweis der Richtigkeit des Verfahrens beim Säulenansatz.

Daß in jeder Proportion das Product der äußern Glieder, jenem der innern gleich ist, wurde bereits §. 166. A. bewiesen.

Dabei ist es aber einerlei, ob die Factoren untereinander oder nebeneinander geschrieben sind, und ob man die gleichen Producte durch das Zeichen (=) oder durch einen aufrechten Strich trennt, wenn man nur die Bedeutung dieses Striches (als Stellvertreter von =) sich merkt.

Nun ist (aus §. 98. C. Beweis c) bekannt, daß ein Product multiplicirt (oder dividirt) wird, indem man nur einen der Factoren multiplicirt oder dividirt.

Indem man daher im obigen Beispiele bei I) einen der linksstehenden Factoren (nämlich 9) mit 9 dividirte, und auch rechts einen mit 9 (nämlich 27), so wird zwar jedes dieser beiden Producte 9mal kleiner; sie bleiben aber offenbar einander gleich, denn von gleichen Zahlen sind

auch die 9ten, oder überhaupt die gleichen Theile gleich; indem man ferner links und rechts mit 2 × 7 dividirte, wurden beide Producte 14mal kleiner, blieben also gleich, so daß man 1 x d. i. x = 7.3.2. = 42 findet.

Indem man ferner (im Beispiel bei II) bei einem links stehenden Bruche ($\frac{2}{3}$) den Nenner (3) ausläßt, wird dieser Bruch (3mal) größer (n. §. 106 IV), mithin auch das Product links gleichvielmal (d. i. hier 3mal) größer. Schreibt man nun den Nenner (3) als Factor auf die rechte Seite, so wird auch das rechtsstehende Product gleichvielmal (hier 3mal) größer, und es bleiben daher die beiden Producte noch gleich; was sie auch noch bleiben, wenn man vom rechtsstehenden Bruche $\frac{4}{7}$ den Nenner auf die linke Seite setzt, indem hiedurch beide Producte 7mal größer werden. Nun findet man hierauf im Beispiel bei II), daß das Product links 154 x = 1215 rechts ist; dividirt man beide mit 154, also mit Gleichem, so erhält man wieder zwei gleiche Zahlen, nämlich $x = \frac{1215}{154} = 7\frac{137}{154}$, wodurch also das Verfahren beim Säulenansatz als richtig nachgewiesen ist.

Uebungsbeispiele.

Man finde aus den folgenden zusammengehörenden Proportionen den Werth des letzten Gliedes x.

$$1066)\ \left\{\begin{array}{r} 32 : 25 = 16 : y \\ 7 : 6 = y : z \\ 37000 : 100000 = z : x \end{array}\right\} \qquad 1067)\ \left\{\begin{array}{l} 19\frac{1}{2} : 30\frac{3}{4} = 6 : a \\ 1\frac{10}{13} : 2\frac{1}{2} = a : b \\ 5 : 80 = b : x \end{array}\right\}$$

Zweiter Abschnitt.

Anwendung der Proportionen zur Ausrechnung practischer Aufgaben.

§. 170. Erkennungszeichen, ob die Zahlen einer Aufgabe in geradem oder in verkehrtem Verhältnisse stehen.

Jede vier Dinge, welche paarweise gleichnamig sind, wie z. B. „1000 Patronen u. 1870 Pat." dann 12 Mann u. x Mann", geben zwei Verhältnisse, nämlich „1000 Pat. : 1870 Pat.", dann „12 M. : x M."

Jede zwei solche Verhältnisse können dann seyn, entweder 1) einander gleich (§. 161. I.), oder 2) einander verkehrt gleich, (§. 162.) oder 3) einander ganz ungleich.

Um nun zu erkennen, in welcher von diesen drei Beziehungen die Zahlen einer Aufgabe stehen, bei der zwei paar gleichartige Dinge vorkommen, stelle und beantworte man sich die folgenden Fragen:

„Wenn das Hinterglied des einen Verhältnisses das „**doppelte** seines Vordergliedes wäre, müßte dann im andern „Verhältnisse das Hinterglied 1) **auch das doppelte** seines „Vordergliedes seyn? oder könnte es dann 2) **nur halb** so

„groß werden? oder könnte vielleicht 3) keines von beiden „Statt finden?" Im Falle man sich schon die erste Frage mit „ja" beantworten muß, so sind die beiden vorkommenden Verhältnisse einander **gleich** (§. 161. 1.), und man kann mit ihnen ohne weiters eine Proportion ansetzen, indem man sagt: „Das eine „Paar Dinge steht mit dem andern Paar im **geraden** „Verhältnisse" oder „ist ihm gehörig proportionirt."

Kann man sich aber nur die zweite Frage bejahen, so sind die Verhältnisse einander verkehrt gleich (§. 162.), es ist nämlich das eine steigend und das andere gleichmäßig fallend, und man muß daher vor dem Ansatze der Proportion, das eine Verhältniß z. B. das erste, **umkehren** (§. 163. 2), indem man sagt: „das eine Paar Dinge steht mit dem „andern Paar in verkehrt gleichem Verhältnisse."— Im 3ten Falle endlich kann man gar keine Proportion ansetzen, sondern man muß auf längerm Wege, und zuweilen nach Regeln rechnen, die im vorliegenden Lehrbuche nicht aufgenommen werden können (siehe §. 126. C. Anmerk. 2).

Die eigentliche Beurtheilung und Entscheidung aber, ob, dem Sinne der Aufgabe gemäß, „ein Paar gleichnamiger „Dinge einem andern Paar gerade, oder verkehrt, oder „gar nicht proportionirt sey", muß jedesmal der gesunden Vernunft des Rechners überlassen bleiben.

Die Anleitung zu dieser Beurtheilung ist im §. 126. A. Anm. 3, B. Anm. 4, u. C. Anmerk. 2. enthalten, die hier zu wiederholen sind; indem man nur dort an die Stelle von „gerader und umgekehrter Beziehung zu setzen hat: „gerades oder umgekehrtes Verhältniß." Man sagt z. B. (Siehe Seite 179.)

I. Im geraden Verhältnisse stehen:

1.) „Waaren" und deren „Werth" oder Kaufspreis; denn doppelt so viel Waare kostet auch doppelt so viel. 2) u. s. f.

II. Im verkehrt gleichen Verhältnisse stehen:

1.) „Anzahl der Arbeiter" u. „Arbeitszeit", denn doppelt so viel Arbeiter brauchen, zur nämlichen Arbeit, nur halb so viel Arbeitszeit &c.

III. Weder in geradem noch in verkehrt gleichem Verhältnisse stehen:

1.) „Größe" und „Preis" von Dingen, deren Schwierigkeit der Anfertigung mit der Größe außergewöhnlich zunimmt &c.; siehe Seite 190.

§. 171. Bestimmung und Eintheilung der Aufgaben, deren Ausrechnung durch Proportionen geschehen kann.

Es kömmt sehr oft vor, daß man mittelst einer gemachten Erfahrung (oder unter gegebenen Bedingungen) in einem andern ähnlichen Falle, der jedoch nicht vollständig bekannt ist,

die noch unbekannten Zahlen durch Rechnung finden soll, und kann. So z. B. in der Aufgabe: „47 Mann haben einen Graben von „213 Fuß Länge (in einer Nacht) vollendet; wie viele Mann werden „nöthig seyn, um einen solchen Graben von 325 Fuß Länge (in gleicher „Zeit) zu vollenden?" unterscheidet man deutlich zwei Fälle:

1) den Erfahrungs- oder bekannten Fall: 47 Mann vollenden 213' Länge;
2) den gesuchten oder Fragefall: Wie viele Mann werden nöthig seyn, um eine Länge von 325 Fuß zu vollenden?

Solche Aufgaben können, mit aller Einsicht in die Gründe der Rechnung, mittelst Proportionen ausgerechnet werden, und man unterscheidet dabei die folgenden Arten:

Ite Art. **Wenn (wie im obigen Beispiele) in jedem der beiden Fälle nur zwei verschiedenartige Zahlen vorkommen, von denen die eine des Fragefalls durch Rechnung zu finden ist. — Aufgaben dieser Art heißen einfache Proportions-Aufgaben, weil sie durch eine einzige Proportion ausgerechnet werden können.**

Die bei diesen Aufgaben vorkommenden verschiedenartigen Zahlen heißen die Glieder oder Sätze, u. zwar zusammengehörige, jene, die zum nämlichen Falle gehören. Jeder Satz (od. Glied) kann eine mehrfach benannte Zahl seyn; man muß daher Acht geben, die verschiedenen Benennungen ein und desselben Satzes (oder Gliedes) nicht als eben so viel verschiedene Sätze anzusehen. So z. B. hat in der Aufgabe: „was kosten 80 ℔. einer Waare, von „der 1 Ztr. 17 ℔. zu 85 fl. 43 kr. 3 hl. bezahlt wurden?" das eine Glied (85 fl. 43 kr. 3 hl.) des bekannten Falles drei, und dessen anderes (1 Ztr. 17 ℔.) zwei Benennungen.

Anmerkung 1.) Die Ausrechnung dieser 1ten Art Aufgaben, die auch Dreisatz-Aufgaben (§. 126. C. Anmerk. 1.) heißen, ist zwar schon im §. 126. C. ohne Hülfe der Proportionen geschehen, und man wird hier keine andere Resultate als dort erhalten können. Die nämlichen Aufgaben auf verschiedene Weise berechnen lernen, gewährt aber den Vortheil verschiedenartiger Prüfung der gefundenen Resultate, gibt Gewandtheit im Rechnen, u. immer größere Einsicht in das Rechnungs-Verfahren.

IIte Art. **Wenn die Aufgaben wieder, wie bei der Iten Art, einen bekannten Fall und einen Fragefall haben, in diesen zusammen aber mehr als drei bekannte Glieder vorkommen, und zwar so, daß von denselben im Fragefall jedesmal eines weniger als im bekannten Falle steht;** wie im Beispiel:

(Bekannter Fall.) 25 Mann haben in 16 Tagen, zu täglich 6 Arbeitsstunden, 3700 Infanterie-Patronen angefertigt;
(Fragefall.) Wie viele Tage(?) werden 32 Mann zur Anfertigung von 100 000 solchen Patronen brauchen, bei täglich 7 Arbeitsstunden.

Die Aufgaben dieser Art heißen zusammengesetzte Proportions-Aufgaben, weil sie mittelst mehrerer Proportionen ausgerechnet werden können.

Anmerkung 2.) Auch sind alle Aufgaben des §. 129. C. von dieser IIten Art, und man bemerke hier, was oben in Anmerkung 1. gesagt ist. Im §. 126. C. Anmerk. 1. ist auch bereits erwähnt, daß diese Aufgaben zusammengesetzte Dreisatz- oder zusammengesetzte Regeldetri-Aufgaben genannt werden.

Anmerkung 3.) Häufig findet man in Rechenbüchern auch noch „gerade" und „verkehrte" Proportions- oder Regeldetri-Aufgaben unterschieden; da der Unterschied aber nur in der Beurtheilung (siehe §. 170) liegt, und es für diese keine mechanische Regel gibt, so erscheint jene Ausscheidung zwecklos.

In dieser Eintheilung der Aufgaben nach der Anzahl ihrer Frage- und bekannten Fälle sollen auch hier noch die folgenden zwei Arten angeführt werden, obgleich deren Berechnung ohne Anwendung der Proportionen einfach geschehen kann:

IIIte Art. Wenn der bekannte Fall wieder nur (wie bei I) zwei Glieder hat, mit welchen aber mehrere Fragefälle auszurechnen sind, wie bei der Vertheilungsrechn. siehe §. 134.

IVte Art. Wenn die Aufgabe mehrere bekannte Fälle von nur zwei Gliedern enthält, hingegen nur einen Fragefall mit einem bekannten Glied. Wie z. B. i. d. Aufg.:

(Fragefall.) Wie viele Kreuzer, nach bayerischem Gelde, kostet das bayerische Pfund Pulver, wenn von diesem Pulver
(1ter bekannt. Fall.) 3 ält. preußische Pfund einen preußischen Thlr. kosten,
(2ter „ „) 4 preuß. Thlr. 7 fl. nach bayer. Gelde geben,
(3ter „ „) 10000 ält. pr. ℔. nur 8352 bayer. ℔. wiegen, und
(4ter „ „) 60 kr. einen Gulden (n. bayer. Gelde) ausmachen.

Die Ausrechnung dieser letztern Art Aufgaben geschieht nach der zusammengesetzten Verwandlungsregel (auch Kettenregel genannt), welche der folgende fünfte Abschnitt enthält.

§. 172. Einfache Proportions-Aufgaben.

Regel.	Beispiel. (Siehe die Angabe §. 171.I.)
1) Man schreibe (wie im §. 126 C) den Fragefall in eine Zeile, und darunter den bekannten Fall, so, daß nur Gleichartiges untereinander steht.	Länge — Mann 1) Fr.-Fall. Zu 325′ braucht man x. Bek. Fall. „ 213 „ „ 47
2) Setze hierauf das Verhältniß der Fragezahl (x) so an, daß diese Hinterglied wird.	2) . . . . . . 47 Mann : x Mann
3) Links vor dieses Verhältniß schreibe man sodann die beiden andern gleichartigen Zahlen (213′ u. 325′) in ein Verhält-	3) Beurtheilung. Wenn der Graben anstatt 213′ die zweifache Länge (2 × 213′) erhalten sollte, würde dann auch die zweifache Arbeiter-Zahl (anstatt 47 Mann) nöthig seyn?

niß, nachdem man zuvor beurtheilte, ob dieses dem bereits angesetzten (47 M.: x M.) gerade oder verkehrt gleich ist; im Fall der geraden Proportionirung schreibe man „gerade so wie im Verhältniß „der Fragezahl (47 M.: x M.) „auch die **untere** Zahl (213′) „links voraus"; im Fall der verkehrten Proportionirung aber schreibe man umgekehrt d. **obere** Zahl (325′) links voraus.

4) In der so angeschriebenen Proportion wird nun das 4te Glied (x) nach §. 165 gesucht; indem man die beiden innern Glieder (325 u. 47) miteinander multiplicirt, sodann deren Product (15275) durch die Zahl des Iten Gliedes (213) dividirt, und dem erhaltenen Quotienten die Benennung des IIIten Gliedes gibt.

5) Die Probe endlich besteht entweder darin, daß man die ganze Aufgabe nochmals rechnet (ohne Rückblick auf die bereits geführte Rechnung), oder indem man die Aufgabe vorerst umkehrt, oder n. §. 126. C. rechnet.

oder nur die Hälfte? — Da doppelte Arbeit auch die doppelte Anzahl Arbeiter (bei im Uebrigen gleichen Umständen) verlangt, so sind offenbar die beiden Verhältnisse dieser Aufgabe einander gerade gleich. Man schreibe daher, gerade so wie im bereits angesetzten Verhältnisse „47 M. : x M.", auch beim andern Paar gleichartiger Dinge die **untere** Zahl (213′) voran, nämlich:

4) 213′ : 325′ = 47 M. : x Mann.

```
   325
 × 47
 -----
  2275
 1300
 -----
 15275 = 71 152/213 Mann.
:(213)
 -----
   365
 -----
   152
```

Antwort. Man braucht 72 Mann, (abgekürzt nach §. 150. Anm. 3) um einen Graben von 325′ Länge (in einer Nacht) zu vollenden, wenn 47 M. 213′ Länge vollenden konnten.

5) **Probe.**

Fragef. zu x′ Länge br. m. $71\frac{152}{213}$ M.
Bek. F. „ 213 „ „ „ 47 Mann,

und rechnet nun diese Aufgabe völlig nach der links stehenden Regel. Man muß 325′ Länge erhalten, wenn weder in der Haupt- noch Probe-Rechnung gefehlt ist.

Beweis. Diese Rechnung ist in §. 159, 163 und 165 einfach begründet. Es stehen nämlich je zwei gleichartige Dinge (47 Mann und x Mann, dann 213′ Länge und 325′ Länge) im Verhältniß (§. 159); ferner gibt jedes Paar gerade oder verkehrt gleicher Verhältnisse eine Proportion (§. 163), aus welcher endlich (n. §. 165) das unbekannte vierte Glied gefunden werden kann.

Anmerkung 1.) Das Untereinanderschreiben der beiden Fälle, u. auch das zuerst Anschreiben des Fragefalls und Frage-Verhältnisses, geschieht zur Erleichterung des Ueberblicks. Der Geübte wird kürzer die beiden Fälle so anschreiben, wie sie beim Lesen der Aufgabe vorkommen, oder auch sogleich die Verhältnisse aus den Angaben der Aufgabe entnehmen. Der Mindergeübte aber halte sich an die bei der Regel angegebene Ordnung.

Anmerkung 2.) Die Proberechnung ist zwar oben schon angegeben; ehe man aber diese ansetzt, prüfe man, ob das gefundene Resultat vernunftgemäß sey. Letzteres wird nie der Fall seyn, wenn die gerade und verkehrte Beziehung miteinander verwechselt wurden (welches zu den größten Fehlern gehört), und dieß zeigt sich dadurch, daß für die Fragezahl ein größerer (oder kleinerer) Werth gefunden wurde, als die ihr gleichartige gegebene Zahl ist, während die Vernunft sagt, daß das Umgekehrte hätte gefunden werden sollen.

2tes Beispiel. Ein Detachement ist so mit Brod versehen, daß, 5 Tage hindurch, jedem Manne täglich $1\frac{1}{2}$ ℔. abgegeben werden können. Wegen eingetretener Hindernisse kann aber erst nach 8 Tagen neuer Vorrath ankommen. Wie viel Brod trifft nun täglich den Mann?

Rechnung 1.) Fragefall. 8 Tage x Pfund täglich;
Bek. Fall. 5 „ $1\frac{1}{2}$ „ „

2.) Ansatz des Verhältnisses der Fragezahl. . $1\frac{1}{2}$ ℔. : x ℔.

3.) Beurtheilung des Verhältnisses der Zahlen 5 Tag und 8 Tag: „Wenn das Detachement anstatt 5 Tage, zweimal so lange (d. i. „2×5 Tage) reichen sollte, könnte dann dem Mann täglich auch zwei„mal so viel Brod ($2 \times 1\frac{1}{2}$ ℔.) abgegeben werden?" — Ganz gewiß nicht, sondern nur halb so viel; das Verhältniß der Tage ist daher hier dem Verhältnisse der täglichen Portionen verkehrt gleich, und da man im Verhältniß $1\frac{1}{2}$ ℔. : x ℔. die Zahlen des Ansatzes „von unten hinauf" anschrieb, so muß man ins andere Verhältniß die Zahlen von „oben herunter" also „8 Tage : 5 Tage" anschreiben. Man erhält sodann die Proportion

8 Tage : 5 Tage = $\frac{3}{2}$ ℔. : x ℔. (woraus x n. §. 165 folgt.)

Die ganze Ausrechnung ohne die Erläuterung steht demnach:

Fragefall. 8 Tage x Pfund täglich.
Bek. Fall. 5 Tage $1\frac{1}{2}$ Pfund täglich.

Verk. gl. Verh. $8 : 5 = \frac{3}{2} : x$
$16 : 5 = 3 : x$
$\times 3$
$15 = \frac{15}{16}$ ℔. = 30 Loth.
:(16)

Um den Bruch zu entfernen, ist (nach §. 166 C.) das erste u. 3te Glied mit 2 multiplicirt, und dann nach §. 165 gerechnet.

Antw. die tägliche Portion darf nur 30 Loth wiegen, wenn man 8 Tag reichen muß.

Anmerkung. Man berechne nach obiger Regel die Beispiele §. 126 C. Die Rechnung des siebenten Beispiels jenes §. folgt hier:

3tes Beispiel. 5 ℔. einer Waare kosteten 2 fl. 17 kr.; wie viel erhält man von dieser Waare für 6 fl.?

Rechnung.	Erläuterung.
Fr.-Fall. Für 6 fl. erhält man x ℔. Bek. „ „ 2 fl. 17 kr. erhält man 5 ℔. 2 fl. 17 kr. : 6 fl. = 5 ℔. : x	Beurtheil. Für das doppelte Geld würde man doppelt so viel Waare erhalten. Dem zuerst angesetzten Verhältnisse „5 ℔. : x" ist daher jenes der

Preise „2 fl. 17 kr. und 6 fl." gerade gleich. Da nun in jenem „5 ℔. : x" die Zahl des bekannten Falles (5 ℔.) Vorderglied ist, so muß auch im Verhältniß der Preise, jener des bekannten Falls (2 fl. 17 kr.) Vorderglied werden.

Die fernere Rechnung ist vollständig im Beispiel a. §. 165 geführt, und gibt die **Antw.:** Für 6 fl. erhält man 13 ℔. 4 Lth. $1\frac{103}{137}$ Qt.

4tes Beispiel. Jemand hat ein Capital von 492 fl. 42 kr. zu $3\frac{1}{2}$ Prct. ausgeliehen; was sind dessen jährliche Zinsen?

Rechnung.

Fr. $492\frac{42}{60}$ fl. Cap. tragen x fl. Zins.
Bek. 100 fl. „ „ $3\frac{1}{2}$ fl. „

$$100 : 492\frac{7}{10} = 3\frac{1}{2} : x$$

Erläuterung.

Der angegebene Zinsfuß ist der bek. Fall (sieh' §. 133. B.)

Beurtheilung. Doppeltes Capital (2 × 100 fl.) würde auch doppelte Zinsen (2 × $3\frac{1}{2}$ fl.) bringen. Es ist daher dem zuerst angesetzten Verhältnisse „$3\frac{1}{2}$: x" das Verhältniß der Capitale gerade gleich; so daß man in beiden Verhältnissen die Zahlen des bekannten Falls ($3\frac{1}{2}$ u. 100) als Vorderglieder setzen muß. Die fernere Rechnung (siehe §. 165 Beisp. c.) gibt die Antw.

Antwort: Die jährlichen Zinsen von 492 fl. 42 kr. zu $3\frac{1}{2}$ Procent betragen 17 fl. 14 kr. 5 hl.

5tes Beispiel. Die Heizkraft des Fichtenholzes verhält sich zu jener des Birkenholzes wie 73 zu 82. Wie viel Birkenholz braucht man daher a) anstatt einer Klaft. Fichtenholz, u. b) anstatt 150 Klafter Fichtenholz?

Rechnung zu a.)

Heizkraft. Klafter.
Fr.-Fall. Bei 82 sind nöthig x Birken.
Bek. „ „ 73 „ „ 1 Ficht.

Verk. gleich. $82 : 73 = 1$ Klftr. : x Klft.

$\frac{73}{82}$ Klafter = x.

Antw. zu a.) Man braucht $\frac{73}{82}$ Klftr. Birkenholz anstatt einer Klf. Fichtenholz.

Rechnung zu b.)

Man rechne entweder ähnlich wie bei a, oder mit Benützung der Antwort bei a) einfacher wie folgt:

1 Kl. Fichten $= \frac{73}{82}$ Kl. Birk. i. Heizkr.
150 „ „ $= 150 \times \frac{73}{82}$ Kl. „
$= \frac{10950}{82}$ „ „
$= 133\frac{22}{41}$ Klf. Birkenh.

Antw. zu b.) Man braucht nur $133\frac{22}{41}$ Klft. Birkenholz anstatt 150 Kl. Ficht.

Erläuterung.

Enthält eine Aufgabe, wie diese, zwei (oder mehrere) Fragen, so rechne man jede derselben einzeln aus.

a) Das Birkenholz steht in Frage, u. da dessen Verhältnißzahl „der Heizkr. 82" und die Klafteranzahl x ist, so hat man den Fragefall: „bei einer durch die Zahl 82 „angegebenen Heizkraft, br. „man x Klft."; bekannt aber ist beim Fichtenholz, daß „bei einer durch die Zahl „73 angegebenen Heizkraft, „1 Klft. nöthig ist.

Nachdem nun das Verhältniß „1 : x" angesetzt ist, urtheilt man: Wenn eine Holzgattung die doppelte Heizkraft hat, so braucht man, um gleiche Heizung zu erhalten, nur die halbe Anzahl Klafter; dem Verhältniß der Klafteranzahl ist daher jenes der Heizkraft verkehrt gleich; die übrige Rechnung, so wie auch jene bei b, bedarf keiner fernern Erläuterung.

Anmerkung. Man kann das 5te Beispiel auch in folgender Art ausrechnen:

Die Heizkraft von 1 Klft. Fichten : Heizkr. von 1 Klf. Birken = 73 : 82, daher ist nach §. 166 A) die Heizkr. v. 82 Klft. Fichten = Hkrft. v. 73 Kl. Birk.
u. Antw. zu a.) " " " 1 " " = " " $\frac{73}{82}$ " "
" " b.) " " " 150 " " = " " 150 $\times \frac{73}{82}$
rc. rc., wobei die nämlichen Resultate erhalten werden, wie oben.

6tes Beispiel. A hat von B 230 fl. zu fordern, jedoch erst nach Verlauf von 12 Jahren, und zwar bis dahin unverzinslich. A wünscht aber das Geld sogleich zu erhalten; was ist nun der jetzige oder baare Werth seiner Forderung, wenn die Zinsen zu 5 Procent gerechnet werden?

Rechnung.

	fl. nach 12 J. zahlbar.		baare fl.
Fr.-Fall.	230	sind	x
Bek. "	160	"	100

Ger.-V. 160 : 230 = 100 : x
woraus x = 143 fl. 45 kr.

Antw. Der jetzige Werth der Forderung ist 143 fl. 45 kr.

Erläuterung.
Der bekannte Fall bedarf einer Vorbereitungs-Rechnung (sieh §. 133. E. II. Beisp. 1), indem man sagt:
Da 100 fl. jährlich 5 fl. tragen, so geben 100 fl. in 12 Jahren 60 fl. Zins, und 100 baare fl. sind daher nach 12 Jahren werth 160 fl.

Anmerkung. Will man die Probe machen, und sucht deßwegen die Zinsen, welche die 143 fl. 45 kr. dem A. in 12 Jahren tragen, so sage man: 100 fl. geben in 12 J. zu 5 Prct. 60 fl. Zins
143 fl. 45 kr. in 12 J. zu 5 Prct. x fl. "
und findet dann x = 86 fl. 15 kr. (nach der Regel §. 172).
A hat also nach 12 Jahren empfangen 143 fl. 45 kr. + 86 fl. 15 kr. d. i. zusammen 230 fl., mithin seine volle Forderung.

7tes Beispiel. Wenn von einer bestimmten Sorte Blei beim Spitzgeschoßgießen 4 Procent verloren gehen, wie viel Blei ist daher nöthig, um 486 ℔. solcher Geschoße zu gießen?

		℔. Kugeln.		℔. Blei.
Rechnung.	Fr.	Zu 486	sind nöthig	x
	Bek.	" 96	" "	100; denn 100 ℔. verl. 4 ℔.

Gerades Verh. 96 : 486 = 100 : x
woraus (nach §. 165) x = $506\frac{1}{4}$ ℔. Blei gefunden wird.

Antw. Um also bei 4 Procent Feuerabgang 486 ℔. Geschoße zu erhalten, braucht man $506\frac{1}{4}$ ℔. Blei.

Anmerkung. Die Probe kann ähnlich jener des vorigen Beispiels gerechnet werden.

Uebungsbeispiele.

Man rechne die Uebungsbeispiele Nr. 775 mit 816 der §. 127 u. 128.

1068) Eine bestimmte Anzahl Spitzgeschoße soll in $5\frac{1}{4}$ Tagen angefertigt seyn. 12 Mann könnten damit erst in $9\frac{5}{8}$ Tagen fertig werden; um wie viel Mann muß man daher mehr nehmen?

1069) Neun Mann haben in $6\frac{1}{2}$ Tagen die Hälfte einer Arbeit vollendet. Man nimmt zur andern Hälfte der Arbeit 4 Arbeiter mehr; in welcher Zeit wird diese fertig werden?

1070) Jemand, der wöchentlich 4 fl. 18 kr. 3 pf. ausgibt, reicht mit seinem Gelde 112 Tage. Ein anderer, welcher die nämliche Summe Geldes besitzt, verbraucht wöchentlich 5 fl. 45 kr.; wie lange reicht er mit seinem Gelde?

1071) Wie viel beträgt die Fracht von 72 Pfund 24 Loth, wenn von $5\frac{2}{3}$ Zntr. die Fracht 26 fl. 38 kr. kostete?

1072) Wie viele Ellen Tuch von $1\frac{3}{4}$ Ellen Breite braucht man zu einem vollständigen Anzuge, zu dem man $26\frac{7}{16}$ Ellen bei $1\frac{7}{8}$ Ellen Breite nöthig hatte?

1073) Zu einem gewissen Garnisonswechsel würde ein Regiment 21 Tage brauchen, wenn es täglich $3\frac{1}{2}$ Meilen zurücklegt; wie viel Tage sind ihm hingegen nöthig, wenn es täglich $4\frac{5}{8}$ Ml. Wegs macht?

1074) Einer Compagnie von 150 Mann ist eine solche Belohnung zugedacht, daß jeder Mann 8 fl. 45 kr. erhalte. Vor der Vertheilung vermindert sich die Kopfzahl der Compagnie um 27 Mann. Wenn nun unter die noch bleibende Mannschaft die vorige Summe vertheilt werden soll, was trifft sodann den Mann?

1075) Aus Erfahrung ist bekannt, daß der Schall in einer Secunde 1168 bayer. Fuß zurücklegt; und jemand kennt aus Beobachtung seiner Taschenuhr, daß sie $4\frac{4}{5}$ Spindelschläge in einer Secunde macht. Wenn nun dieser zwischen dem gesehenen Blitze und dem gehörten Knalle einer in der Entfernung abgefeuerten Kanone $11\frac{1}{2}$ solche Spindelschläge zählen kann, wie weit ist er vom abgefeuerten Geschütze entfernt?

1076) Das Einstandscapital eines Mannes beträgt 445 fl., und ist zu $4\frac{1}{4}$ Prct. ausgeliehen. Was sind die jährl. Zinsen?

1077) Wenn aus Erfahrung bekannt ist, daß beim Gießen von Bleigeschoßen höchstens 6 Procent Blei verloren gehen, was ist dann der höchste Feuerabgang bei 24 Ztr. 39 ℔. 20 Lth. Blei?

1078) Wie viel Blei braucht man zur Herstellung von 10000 Spitzgeschoßen des Infanterie-Gewehrs Must. 1858, von denen jedes Geschoß 1 Lth. $2\frac{2}{3}$ Qt. Blei wiegt, wenn beim Gießen der zugehörigen cylindrischen Stangen ꝛc. $3\frac{3}{4}$ Prct. Blei verloren gehen?

1079) Bei einem Versuche gaben 24 Pfund $29\frac{1}{2}$ Loth Brodteig 20 Pfund 25 Loth gut ausgebackenes Brod. Wie viel Teig muß daher zu einem Laib Brod genommen werden, der nach dem Ausbacken noch 3 Pfund wiegen soll?

1080) Eine Rechnung von 536 fl. 32 kr. soll mit 12% Rabatt (in hundert) bezahlt werden; was beträgt die Zahlung?

1081) Wenn aber der Rabatt auf hundert gerechnet werden soll; was beträgt dann die Zahlung?

1082) Ein Detachement von 125 Mann ist so mit Proviant versehen, daß es sich bei kleinstmöglichen Portionen 14 Tage halten kann. Es erhält Ordre, sich 20 Tage zu halten, und die Mannschaft, welche nicht verproviantirt werden kann, fortzuschicken. Wie viele Mann müssen entfernt werden?

1083) Die Holzgebühr einer Compagnie betrug für ein Quartal $25\frac{761}{1600}$ Klftr. Gebührholz, d. i. Fichten von $3\frac{1}{2}$ Fuß Scheiterlänge. Der Empfang kann aber nur in Buchenholz von 3 Fuß Scheiterlänge geschehen; wie viel darf sie von diesem empfangen, da sich (nach Vorschrift) eine solche Klftr. Buchenholz zu einer Klftr. Gebührholz verhält wie 4 zu 3.

1084) Die Heizkraft des Weißbuchenholzes verhält sich zu jener des Eichenholzes wie 105 zu 86. Wie viel Klafter Eichenholz haben demnach gleiche Heizkraft mit $243\frac{5}{8}$ Klftr. Weißbuchen?

1085) Als das Schäffel Korn 10 fl. kostete, wurden 2 Pfund Kornbrod zu 6 kr. verkauft. Nun aber kosten 2 Pfund 10 kr. und die Bäcker gewinnen dabei dennoch um 2 Pfennige weniger als beim ersten Preis. Was kostet demnach jetzt das Schäffel Korn?

1086) Wenn der Transport von 28 Ztr. 75 ℔. auf $38\frac{1}{2}$ Meilen um einen bestimmten Preis accordirt wurde; wie weit sind 36 Ztr. 25 ℔. um den nämlichen Lohn zu fahren?

1087) Man soll Jemand 2340 fl. portofrei zusenden. Das Porto kann jedoch nicht vorausbezahlt werden, und beträgt $\frac{3}{4}$ Prct. Wie viel muß man senden?

1088) Ein Lieferant hatte $\frac{6}{4}$ bayer. Ellen breites Tuch, die bayer. Elle zu 4 fl. 12 kr. in Lieferung übernommen. Er liefert Tuch, was um einen bayer. Ddz. Zoll schmäler ist. Wie viel kann ihm — da das Tuch noch brauchbar ist — deßwegen per Elle abgezogen werden?

Dritter Abschnitt.

Zusammengesetzte Proportions-Aufgaben.

(Siehe §. 171 die IIte Art und das Beispiel hiezu.)

§. 173. Regel. — Anwendung auf d. Beisp. §. II.

	Mann.		Tag.		Stund.	Patronen.
1) Man schreibe den Fragefall..	„32	in	x	zu	7	100000"
u. (wie i. §. 172) darunter d. bek. Fall	„25	„	16	„	6	37000"

2) schreibe dann (auch wie §. 172) das Verhältniß der Fragezahl an;

3) beurtheile hierauf (wie im §. 172.) das Verhältniß von je zwei im Ansatze unter einander stehenden Zahlen, ob es dem Verhältniß der Fragezahl (16 Tag : x Tag) gerade oder verkehrt proportionirt ist, und schreibe es demgemäß links (von 16 : x) gerade oder umgekehrt an.

Anmerk. 1.) Bis hieher ist das Verfahren bei zusammengesetzten Proportions-Aufgaben völlig einerlei mit dem im §. 172. für einf. Prop. Aufgab. angegebenen, nur daß hier mehrere erste Verhältnisse zu beurtheilen u. links vom Frageverh. (16 : x) untereinander anzuschreiben sind.

4) Ziehe ferner längs der Verhältnißzeichen der übereinander stehenden Verhältnisse einen aufrechten Strich, schreibe links davon das IVte Glied (x) und rechts daneben das IIIte Glied (16) der Proportion, und rechne diesen Säulenansatz nach §. 169. aus.

Die Probe endlich geschieht nach einer im §. 172. angegebenen Art.

2.) . . . . . = 16 Tag : x Tag.

Beurtheilung.

3.) Man sagt bei den ersten Zahlen: „die 2fache Mannschaft (2 . 25 Mann) „würde nur die halbe Zeit brau„chen." Es ist daher dem bereits angesetzten Verhältniß (16 Tag : x Tag) jenes der Mann umgekehrt gleich; da nun im erstern die untere Zahl (16) voran steht, so muß im Verhältniß der Mann umgekehrt die obere Zahl (32 M.) voraus, also

„32 M. : 25 M.", geschrieben werden. In gleicher Weise urtheilt und schreibt man bei den folgenden Zahlen „6 Stund. u. 7 St. ꝛc." wodurch man den Ansatz erhält:

Umg. Verh.	32 M. : 25 M.	= 16 : x
„ „	7 St. : 6 St.	
Ger. „	37000 : 100000	

4.) Die Ausrechnung wird daher:

x	16
2; 32	: 25 = 16 : x
7	: 6; 3
37000	: 100000
259	7500 = $28\frac{248}{259}$ Tag.
	(:259)
	518
	2320
	2072
Rest	248

Antw. Die 32 Mann werden $28\frac{248}{259}$ Tage, bei täglich 7 Arbeitsstunden, zur Anfertigung der 100000 Patronen brauchen.

Oder, da in diesem Beispiele der Arbeitstag 7 Stunden zählt, so ist auch der Bruch $\frac{248}{259}$ Tag $= \frac{248}{259} \times 7$ Stund. $= \frac{248}{37}$ Stund. $= 6\frac{26}{37}$ St. daher die Antwort: 28 Tag u. $6\frac{26}{37}$ Stund.

Anmerkung. Der Beweis der obigen Regel, der im §. 174 folgt, kann schon hier vorgenommen werden.

Zweites Beispiel. Wie viel Stücke Zeug, jedes zu $19\frac{1}{2}$ Ellen Länge und $1\frac{10}{13}$ Ellen Breite, wird man zu 80 Zelten brauchen, wenn zu 5 derselben 6 Stücke von $30\frac{3}{4}$ Ell. Länge jedes und einer Breite von $2\frac{1}{2}$ Ellen nöthig waren.

Ansatz.

	Stücke Zeug.	Ellen Länge.	Ellen Breite.	Zelte.
Fragefall.	x	$19\frac{1}{2}$	$1\frac{10}{13}$	80
Bekannter Fall.	6	$30\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{2}$	5

Beurtheilung.

Mit der Anzahl der Stücke ist

		Stücke.	Stücke.
1.) Die Länge im umgek. Verh.	$19\frac{1}{2} : 30\frac{3}{4}$	= 6	: x
2.) „ Breite „ „ „	$1\frac{10}{13} : 2\frac{1}{2}$		
3.) „ Anz. d. Zelte i. ger. „	5 : 80		

denn 1.) bei halber Länge der Stücke würde man die doppelte Anzahl St. brauchen; desgleichen 2.) bei halber Br. u. 3.) bei doppelter Anzahl der Zelte braucht man auch doppelt so viel Stücke.

Rechnung.

x	
	6 ; 2
3; 4; 39	123 ; 2
2; 23	5 ; 13
5	80 ; 20
23	123 × 40

$4920 = 213\frac{21}{23}$.

:(23)
32
90
21

„Zum deutlichern Ueberblick für Ungeübte, ist sodann der Säulenansatz hier nochmals unterhalb angeschrieben, dabei sind jedoch zugleich die Brüche eingerichtet, und ihre Nenner auf die andere Seite des Striches geschrieben (§. 169. 2tens.) Dann ist (n. §. 169 I.) gehoben, u. zwar die 2 und 5 links gegen 2 und 5 rechts; die 4 links und 80 rechts; die 39 links und 13 rechts, und die von 39 bleibenden 3 gegen die 6 rechts; alles, wie auch die folgenden Multiplicationen und Divisionen, n. §. 16.

Antw. Man braucht $213\frac{21}{23}$ Stücke Zeug, jedes zu $19\frac{1}{2}$ Ell. Länge und $1\frac{10}{13}$ Ell. Breite, um 80 Zelte anfertigen zu lassen. ($\frac{21}{23}$ Stücke $= \frac{21}{23} \times 19\frac{1}{2}$ Ell. $= 17\frac{37}{46}$ d. i. sehr nahe 213 St. $17\frac{36}{48}$ Ell. = 213 St. $17\frac{3}{4}$ Ell.)

Drittes Beispiel. Es hat Jemand ein Capital von 288 fl. bei einer Sparcasse liegen, und erhält hiefür vom 13ten Nov. 1839 bis 8ten Juli 1840 (d. i. für 7 Monat 25 Tag) 6 fl. 16 kr. Zinsen. Man finde hieraus, zu wie viel Procent diese Casse verzinset.

	Capital.	Zeit.	Zins.
Bek. Fall.	288 fl.	7 Mon. 25 Tg.	6 fl. 16 kr.
Fragefall.	100 fl.	1 Jahr	x

Anm. Der bekannte Fall ist voran geschrieben (s. §. 172. Anm. 1).

	x	$6\frac{4}{15}$	
Ger. Verh.	288 :	100	$= 6\frac{4}{15}$ fl. : x
Ger. Verh.	$7\frac{5}{6}$:	12	

Beurtheilung. 2faches Capital bringt 2fachen Zins; und 2fache Zeit auch 2fachen Zins; die

Verhältnisse von Capital u. Zeit sind daher beide dem Verh. „$6\frac{4}{15}$ fl. : x" gerade gleich, und da in diesem die obere Zahl ($6\frac{4}{15}$ fl.) des Ansatzes als erstes Verhältniß-Glied gesetzt wurde, so muß man auch in den andern Verhältnissen die obern Zahlen (288 fl., dann $7\frac{5}{6}$ M.) des Ansatzes als erste Glieder schreiben.

Die mehrfach benannten Verhältnißglieder werden immer gleich beim Ansetzen auf einen einzigen Namen gebracht, und zwar die Glieder des nämlichen Verhältnisses auf einerlei Namen.

Man setzte daher 7 Monat 25 Tag = $7\frac{25}{30}$ M. = $7\frac{5}{6}$ M. und 1 Jahr = 12 Monat, dann auch 6 fl. 16 kr. = $6\frac{16}{60}$ fl. = $6\frac{4}{15}$ fl., u. findet (wieder völlig nach §. 165 Zusatz rechnend) die

Antw. x = $3\frac{1}{3}$ fl., d. h. 100 fl. bringen in 1 Jahr $3\frac{1}{3}$ fl. Zinsen, oder es verzinset diese Casse zu $3\frac{1}{3}$ Procent.

4tes Beispiel. In 15 Tagen vollendeten 80 Mann, indem sie täglich $7\frac{1}{2}$ Stunden arbeiteten, einen Graben von 150′ Länge, 12′ Breite und 8′ Tiefe. In wie viel Tagen werden 45 Mann, welche täglich 6 Stunden arbeiten, einen Graben vollenden, der 127′ lang, 9′ breit und 8′ tief werden soll? bekannt ist noch, daß sich die Härte des erstern Bodens zu jener des zweiten wie 7 zu 9 verhält, und die Stärke jeder der erstern Arbeiter zur Stärke jedes der letztern wie 4 : 5.

Rechnung.

	Tag.	Mann	Stund	Länge	Breite	Tiefe	Boden-Härte	Arbeiter-Stärke
Bek. F.	15	80	$7\frac{1}{2}$	150′	12′	8′	7	4
Fragef.	x	45	6	127	9	8	9	5

Beurth. Mit der **Tagesanzahl** steht:

	x	15
1.) Die Mannschaft im umgek. Verhältniß	3; 45 :	80; 2 = 15 : x
2.) Die Arbeitsstund. „ „ „	2; 2; 6 :	$7\frac{1}{2}$; 15
3.) „ Grabenlängen im geraden „	150 :	127
4.) „ Grabenbreiten „ „ „	4; 12 :	9; 3
5.) „ Bodenhärten „ „ „*	7 :	9; 3
6) „ Arbeiterstärke „ umgekehrt. „*	5 :	4; 2
	35 :	762 = $21\frac{27}{35}$
	:	(35)
		62
		27

*) Denn bei doppelter Härte des Bodens braucht man doppelt so lang, und bei doppelter Stärke der Arbeiter nur halb so lang.

Antw. Die 45 Mann brauchen unter den gegebenen Verhältnissen $21\frac{27}{35}$ Tag, oder 21 Tag $4\frac{22}{35}$ Stunden.

Anmerkung 3.) Jede der in diesem und dem vorhergehenden Abschnitte enthaltenen Aufgaben kann zu mehreren andern ähnlichen Beispielen dienen; so könnte man z. B. in der vorletzten Aufgabe aus den gegebenen Zinsen (6 fl. 16 kr. und $3\frac{1}{3}$ fl.) und der Zeit (7 Monat 25 Tag und 1 Jahr) das eine Capital finden, oder aus dem gegebenen

Capitale und der Zeit den Zins berechnen ꝛc. Jede dieser aus der Haupt-Aufgabe gebildeten Aufgaben kann als Probe für die zuerst gerechneten Aufgaben dienen.

Uebungsbeispiele.

Man rechne hier nach der Regel des §. 173:

I.	Die Beispiele des §. 129. C.	sammt den Uebungs-	Beispielen	Nr. 823 mit 835
II.	„ „ „ §. 132.			
III.	„ „ „ §. 133. B.	u. zwar 4tes bis 9.,		u. Nr. 852 mit 874.
IV.	„ „ „ §. 133. D.	„ „ 2tes Beisp.		„ „ 880 mit 881.

1089) Aus 5 Zentner 16 ℔. Blei wurden wegen des Feuerabganges nur 9200 Kugeln gegossen, von denen 18 auf 1 ℔. gehen; wie viel von der nämlichen Sorte Blei wird man demnach zu 1000 Kugeln brauchen, von denen 30 ein ℔. wiegen?

1090) Wie viel Klafter Birkenholz zu 3 Fuß Scheiterlänge braucht man anstatt 150 Klafter Fichtenholz von $3\frac{1}{2}$ Fuß Scheiterlänge, wenn sich die Heizkraft des Fichtenholzes zu jener des Birkenholzes verhält, wie 0,73 : 0,82.

1091) Die Oeffnungen zweier Brunnenröhren A und B verhalten sich wie 2,84 zu 3,5; die Geschwindigkeiten, mit welcher das Wasser herausfließt wie 1,604 zu 1,37. Bei einem Versuche ergab sich in 25 Minuten 12 Secunden aus der Röhre A 1 Eimer Wasser. Wie viel wird die Röhre B in 24 Stunden liefern?

1092) C legte bei einer Schrittlänge von 2,634 Fuß u. indem er 56 Doppelschritte per Minute machte, den Weg von M nach N in 4 Stunden 38 Minuten zurück. Wie lange wird zu der nämlichen Wegstrecke eine Infanterie-Abtheilung brauchen, die im Feldschritte geht? d. i. bei 108 einfachen Schritten per Minute und 30 Ddz. Zoll Schrittlänge.

1093) Wie lange wird ein Reiter zum Weg des vorigen Beispiels brauchen, wenn er im Schritte reitet, u. aus Erfahrung weiß, daß sein Pferd 62 Doppelschritte in der Minute macht, und 100 dieser Doppelschritte die Länge von 542 Fuß haben?

1094) 5 Mann vollendeten in 8 Arbeitsstunden 11 Wolfsgruben. Wie viel Mann muß man verwenden, damit in 7 Stunden 27 solcher Wolfsgruben in einem Boden fertig werden, dessen Schwere der Bearbeitung sich zu jener des erstern verhält, wie 5 : 8, wenn überdieß die Arbeitsfertigkeit der erstern sich zu jener der letztern Arbeiter wie 7 zu 6, und die Güte ihrer Werkzeuge wie 3 : 2 verhält?

§. 174. Der Beweis der zusammengesetzten Proportions-Regel

wird mittelst den im §. 167 angegebenen Eigenschaften der Proportionen geführt, wie dieß an dem ersten Beispiele des §. 173 hier folgend gezeigt werden soll.

	Mann		Tagen	Stund	Patronen
Der gegeb. Fall:	25 fertigen in		16 zu	6	37000
„ Fragefall:	32 werden in		x zu	7	100000 fert.

Zur Beweisführung schreibe man nun vorerst nur den gegebenen Fall an, und darunter einen Fragefall, der vom eigentlichen Fragefalle nur die erste Zahl (32 Mann), im übrigen aber die Zahlen des gegebenen Falles nimmt. Nämlich:

Gegeb. Fall.	25 Mann	in 16 Tag.	zu 6 Std.	37000 Patr.
1ter Fragefall.	32 „	in y „	zu 6 „	37000 „

wobei jedoch die gesuchte Zahl mit y (oder irgend einem andern Buchstaben t, u, o, ꝛc.) bezeichnet ist, indem sie nicht einerlei seyn kann mit der gesuchten Zahl (x) des eigentlichen Fragefalls, welch letztere angeben soll, in wie viel Tagen die 32 Mann bei täglich 7 Arbeitsstunden 100000 Patronen fertigen.

Unter diesen 1ten Fragefall schreibe man einen 2ten, welcher vom eigentlichen Fragefall wieder nur die folgende noch nicht angesetzte Zahl (7 Stund), im übrigen aber die Zahlen des 1ten Fragefalls nimmt; und fahre in dieser Art fort, bis man den eigentlichen Fragefall erhält, dessen gesuchte Zahl allein mit x bezeichnet wird. Man hat

	Mann		Tagen	Stund	Patronen
a) Gegeb. Fall:	25 fertigten in		16 zu	6	37000;
b) 1ter Fragefall:	32 werden in		y „	6	37000 fertigen;
c) 2ter „	32 „ „		z „	7	37000 „ ;
d) 3ter „	32 „ „		x „	7	100000 „ ;

Betrachtet man nun die ersten zwei Fälle a und b, so erkennt man alsogleich, daß dieselben nur in zwei paar gleichnamigen Zahlen „25 Mann und 32 Mann“, dann „16 Tage und y Tage“ unterschieden sind, und daß demnach (n. §. 172) die gesuchte Anzahl Tage (y) des ersten Fragefalls durch eine einfache Proportion gefunden werden könne. Das nämliche bemerkt man auch bei der 2ten und dritten Zeile (d. i. bei b u. c), u. s. f. bei je zwei aufeinander folgenden Zeilen, und man erhält hiedurch (nach §. 172) die Proportionen

aus a u. b.: I) 32 Mann : 25 Mann = 16 Tag : y Tag; *
„ b „ c.: II) 7 Stund : 6 Stund = y Tag : z Tag; **
„ c „ d.: III) 37000 Patr.: 100000 Patr. = z Tag : x Tag; ***

* Beurtheilung zu I. Eine doppelte Anzahl Arbeiter würde nur die halbe Anzahl Tage brauchen, um die nämliche Arbeit (37000 Patronen) bei einerlei Länge der Arbeitstage (6 Stunden) zu vollenden. Das Verhältniß der Arbeiter (25 : 32) ist daher jenem der Arbeitstage (16 : y) umgekehrt gleich, und es wird daher die untere Zahl (32 Mann) vorausgeschrieben, da im Verhältniß „16 Tag : y Tag“ die obere Zahl (16) voraus steht.

** **Beurtheilung zu II.** Bei **doppelter** Anzahl täglicher Arbeitsstunden (2 × 6) würde eine und dieselbe Arbeiterzahl (von 32 Mann), um die nämliche Arbeit (37000 Patronen) zu verfertigen, nur **halb** so viel Tage brauchen. Also ist auch das Verhältniß der Arbeitstage (6 : 7) dem der Arbeitsstunden (y : z) **umgekehrt** gleich, und wurde also vor dem Anschreiben umgekehrt (in 7 : 6).

*** **Beurtheilung zu III.** Zur **doppelten** Arbeit (2×37000 Pat.) würde man mit der nämlichen Mannschaft (32 Mann) u. einerlei Länge der Arbeitstage (7 Stunden täglich) auch die **doppelte** Anzahl Tage brauchen. Es ist also das Verhältniß der Arbeit (37000 : 100000) dem der Arbeitstage (z : x) **gerade** gleich.

Setzt man diese 3 Proportionen in eine zusammen, so erhält man nach §. 167 die IVte Proportion:

$$\left\{\begin{array}{r} 32 \text{ Mann} \\ \times\ 7 \text{ Stund.} \\ \times\ 37000 \text{ Patr.} \end{array}\right\} : \left\{\begin{array}{r} 25 \text{ Mann} \\ \times\ 6 \text{ Stund.} \\ \times\ 100000 \text{ Patr.} \end{array}\right\} = 16 \text{ Tag} : x \text{ Tag}$$

(in welcher die Factoren der zwei ersten Proportionsglieder gleich übereinander geschrieben stehen), u. es ist demnach bewiesen, daß man, wie es die Regel (§. 173.) angibt, das Verhältniß von je zwei gleichnamigen Zahlen

„des gegebenen Falles	25 M. fertigten	in 16 T.	zu 6 St.	37000 P."
„und des Fragefalles	32 „ „	„ x „	„ 7 „	100000 „

einzeln mit dem Verhältnisse (16 Tag : x Tag) der gesuchten Zahl beurtheilen, und demselben (wie bei den einfachen Proportions-Aufgaben) gerade oder umgekehrt gleich setzen dürfe.

Die Richtigkeit des fernern Säulenansatzes aber (§. 173. Nr. 4 der Regel), in welchen **links hinauf** die gesuchte Zahl (x) u. **rechts** neben sie das dritte Glied (16 Tag) der Proportion gesetzt wird, ist im §. 168 und 169. völlig nachgewiesen, so wie letzterer auch die Gründe des Hebens und der fernern Ausrechnung eines solchen Ansatzes enthält.

x	16 Tage
32 M.	25 Mann
× 7 St.	6 Stund.
× 37000 P.	100000 Pat.

Man findet $28\frac{24}{259}$ Tag, was man auch, jedoch weitläufiger, aus obigen 3 einfachen Proportionen erhalten kann, wie im §. 168. Anm. zu ersehen ist.

Anmerkung. An jedem andern Beispiele von nur 3 oder von 4 oder mehr Sätzen wird die Richtigkeit der Regel in völlig gleicher Art nachgewiesen; und es ist eine besonders anzurathende Uebung, sich diesen Beweis an mehreren Beispielen der §§. 173 u. 174 recht klar und anschaulich zu machen.

Vierter Abschnitt.

Die Vertheilungs-Rechnung.

§. 175. Erklärung und Regel.

Man soll zuweilen eine Zahl in Stücke theilen, die ungleich aber in „bestimmtem Verhältnisse" sind. Dieses ist z. B. in allen Aufgaben des §. 134 der Fall, die jedoch dort mit Umgehung der Wörter „Verhältniß und Proportion" gestellt und ausgerechnet wurden. Das in jenem §. und im §. 157 angegebene Verfahren ist einfach und völlig genügend; da jedoch in den Angaben solcher Aufgaben häufig die Wörter „Verhältniß und Proportion" ausdrücklich vorkommen, so soll in der folgenden Regel angegeben werden, wie die Vertheilung, gestützt auf die Sätze der Verhältnisse und Proportionen, geschehen könne.

Beispiel. Von drei Compagnien ist der Präsentstand der Iten 72 Mann, der IIten 54 und der IIIten 66 Mann. Dieselben haben zusammen 32 Mann auf Dienst zu geben; was trifft jede, da die Vertheilung im Verhältniß ihres Präsentstandes (also im Verhältniß der Zahlen 72 : 54 : 66) zu geschehen hat?

Regel 1.) Man schreibe die Fragefälle unter einander; wobei man die verhältnißmäßigen Antheile der Ordnung nach mit x_I, x_{II}, x_{III}, x_{IV} u. s. f. bezeichnen kann.

2.) Addire die Verhältnißzahlen der Fragefälle, und schreibe ihre Summen als den bekannt. Fall an.

3.) Sage sodann: die Summe aller gegebenen Verhältnißzahlen (192), verhält sich zu jeder einzelnen Verhältnißzahl (Itens 72, dann IItens 54 u. s. f.) wie das ganze zu Vertheilende (32 Mann auf Dienst) zu dem jener Verhältnißzahl zugehör. Antheil (Itens x_I, IItens x_{II} u. s. f.) und berechne aus diesen Proport. (n. §. 165) die Antheile.

4.) Als Probe muß die Summe der gefundenen Antheile die ganze zu vertheilende Zahl geben (wie im §. 134).

Rechnung.	Verhältnißzahl		Antheil
1ter Fragefall.	Auf 72	trifft	x_I
2ter „	Auf 54	„	x_{II}
3ter „	Auf 66	„	x_{III}
2.) Bek. Fall.	Auf 192	„	32;

denn die Summe der ersten Verhältniß-Zahlen ist $72 + 54 + 66 = 192$, und jene der zweiten Verhältniß-Zahlen ist $x_I + x_{II} + x_{III} = 32$, indem die Summen aller Antheile das Ganze zu Vertheilende gibt.

3.) Dieß gibt die Proportionen

I) $192 : 72 = 32 : x_I$
woraus $x_I = 12$ M. folgt, n. §. 165.

II) $192 : 54 = 32 : x_{II}$
woraus $x_{II} = 9$ M. gefund. wird.

III) $192 : 66 = 32 : x_{III}$.
woraus sich $x_{III} = 11$ M. ergibt.

4.) **Antwort und Probe.**

	Präs. Mann		Mann auf Dienst.
Die I. C. mit	72	gibt	12
„ II. „ „	54	„	9
„ III. „ „	66	„	11
Summa	192	geben	32

Beweis. Berücksichtigt man anfänglich nur „den ersten Fragefall mit dem bekannten Fall" (als sollte in obigem Beispiel nur der Dienstantheil

der Iten Comp. gefunden werden), so hat man eine einf. Proport.=Aufgabe.

Nämlich: Fragefall. 72 präs. Mann geben x_I Mann auf Dienst,
Bek. Fall. 192 " " " 32 " " "

beurtheilt man nun nach §. 170: „wenn die Verhältnißzahl (72) „die volle Hälfte der Summe aller Verhältnißzahlen (192) wäre, „so müßte auch der zur ersten Verhältnißzahl zugehörige Antheil (x_I) „die volle Hälfte aller Antheile, d. i. der ganzen zu vertheilenden Zahl „(32 M.), seyn"; so findet man, daß dem Verhältnisse „32 : x_I", d. i. dem Ganzen zu vertheilenden zum ersten Antheil, das Verhältniß „192 : 72", d. i. die Summe aller Verhältnißzahlen zur ersten Verhältnißzahl, gerade gleich ist, und daher die Proportion 192 : 72 = 32 : x_I gibt.

Beurtheilt man hierauf nur den
2ten Fragef. 54 M. geben x_{II} M.
m. d. bk. Fall. 192 " " 32 M.
so erhält man die Proportion
„192 : 54 = 32 : x_{II}";

u. beurtheilt man endlich nur den
3ten Fragef. 66 M. geben x_{III} M.,
m. d. bk. Fall. 192 " " 32 M.,
so erhält man die Proportion
„192 : 66 = 32 : x_{III}."

Hiedurch aber ist nachgewiesen, daß sich: „die Summe aller gegebenen Verhältnißzahlen (in obigem Beisp. 72 + 54 + 66 = 192) zu „jeder einzelnen (72, dann 54 rc.) verhält, wie die ganze zu vertheilende „Zahl (32 M.) zu dem zugehörigen Antheil (x_I, dann x_{II} rc. rc.)" woraus diese Antheile nach §. 165. gefunden werden.

Anmerkungen. Wendet man die im §. 134. gegebene Regel an, um für obiges Beispiel die Antheile zu finden, so ergibt sich:

für 192 Mann treffen 32 Mann auf Dienst
" 1 " " $\frac{32}{192}$ " " "
" 72 " " $72 \times \frac{32}{192}$ " " "

Vergleicht man diesen Antheil mit dem nach der obigen Regel (§. 175) gefundenen $x_I = \frac{72 \times 32}{192}$ was (nach §. 113. auch) $= 72 \times \frac{32}{192}$, so erkennt man die Uebereinstimmung beider Verfahrungsarten §. 134 u. 175.

Anmerkung 2.) Alle bei den Proportionen anwendbaren Rechnungsverkürzungen (§. 166.) sind begreiflicherweise auch bei der Berechnung der Antheile nach Regel §. 175 anwendbar.

Beispiel. Die Zahl 3400 soll in 4 solche Theile getheilt werden, daß sich diese wie die Zahlen 3, 2, 5 und 7 verhalten. Wie groß sind diese Theile?

Rechn. 1ter Fragefall. Für die Verhältnißzahl 3 ist der Antheil x_I
2ter " " " " 2 " " " x_{II}
3ter " " " " 5 " " " x_{III}
4ter " " " " 7 " " " x_{IV}

Bek. Fall. Auf die Summe 17 ist zu vertheil. 3400

daher ist:

1) $17 : 3 = 3400 : x_I$ woraus $x_I = \frac{3 \cdot 3400}{17} = 600$

2) $17 : 2 = 3400 : x_{II}$ „ $x_{II} = 2 . 200 = 400$

3) $17 : 5 = 3400 : x_{III}$ „ $x_{III} = 5 . \frac{3400}{17} = 1000$

4) $17 : 7 = 3400 : x_{IV}$ „ $x_{IV} = 7 . \frac{3400}{17} = 1400$

Probe. Die Summe aller Antheile ist $= 3400$

Zusatz. Kommen bei der Vertheilungsrechnung zur Bestimmung jedes Antheils zwei Verhältnißzahlen vor, z. B. Beitrag und Zeit (§. 134. Erklärung), so heißt die Regel: „Man bilde das Product „von je zwei zusammengehörenden Verhältnißzahlen (Beitrag mit „seiner Zeit), dann verhält sich die Summe dieser Producte zu „jedem einzelnen Producte, wie die ganze zu vertheilende Zahl, „zu dem jenem einzelnen Producte zugehörigen Antheil." Man rechne hier nach dieser Regel die Beispiele des §. 134. II. u. III.

Vermischte Uebungsbeispiele.

1095) Ein Jägerbataillon zu 1174 Mann soll in 4 Dörfern A, B, C und D Winterquartiere beziehen. Die Dislocirung soll nach Verhältniß der Anzahl Feuerstellen dieser Dörfer geschehen. Wie viel Mann treffen daher auf jedes, da A 46, B 35, C 70 und D 52 Feuerstellen zählt?

1096) Die Unterofficiere eines Infanterie-Regiments vereinigten sich zu einem Feste, dessen Kosten für Musik u. dgl. sie unter sich im Verhältniß ihrer Löhnungen vertheilen wollen. Es beliefen sich diese Kosten auf 16 fl. 17 kr., und anwesend waren 11 Feldwebel (mit 36 kr.), 23 Sergeanten (mit 24 kr.) und 45 Corporäle (mit 21 kr. tägl. Löhnung). Man finde nun a) den Kostenantheil jeder Charge (n. §. 175.) und dann b) was hievon jeden Einzelnen trifft (n. §. 36).

1097) Eine Compagnie erhielt 1 Zentner Fleisch und 2 Eimer Bier zur verhältnißmäßigen Vertheilung in ihre 4 Menagen; was trifft jede? da in der ersten Menage 22 Mann, in der zweiten 18 Mann und in jeder der beiden andern 15 Mann beisammen sind.

1098) Zu einem Unternehmen gaben A 2400 fl. auf 6 Jahre, B 6000 fl. auf 1 Jahr und C 8000 fl. auf ½ Jahr. Das ganze Capital ging verloren. Was ist der Verlust jedes Einzelnen, wenn dieser im Verhältniß ihrer Einlage und Zeit vertheilt werden soll, und welche gegenseitige Entschädigung können sie verlangen?

Man rechne auch nach der Regel des vorstehenden §. die Uebungsbeispiele des §. 134.

Fünfter Abschnitt.

Verwandlung der Maaß-, Münz- und Gewichts-Einheiten eines Landes in die eines andern.

Zusammengesetzte Verwandlungs- oder Kettenregel.

§. 176. Erklärung.

In früherer Zeit hatte jeder durch Verkehr und Handel nur einiger Maßen bedeutende Ort eigene Maaß- und Gewichts-Einheiten angenommen. Diese waren von jenen anderer Orte in Namen und in Größe, oder doch, bei einerlei Namen, meistens in Größe verschieden. So z. B. hatten München, Augsburg, Regensburg &c. verschiedene Längen-, Getreide-Maaße &c.

Diesem Hemmnisse des Verkehrs haben in neuerer Zeit die Regierungen in der Art gesteuert, daß nun wenigstens in ein und demselben Lande auch die nämlichen Einheiten gebraucht werden müssen.

Da aber in getrennten Ländern diese Einheiten noch vielfach verschieden sind, so muß Jeder, der in Verkehr mit fremden Ländern kommen kann, oder mit deren Maaß-, &c. Einheiten zu thun hat, 1) die gesetzliche Größe der Münz-, Maaß- und Gewichts-Einheiten der verschiedenen Staaten kennen, und auch 2) mit Hülfe jener bekannten Größe, jede Anzahl Einheiten irgend eines Landes in die eines beliebigen andern Landes verwandeln lernen.

Zu diesem Zwecke sind 1) die nöthigsten Angaben über die Größe der jetzt gesetzlich eingeführten Maaß-, Gewichts- und Münz-Einheiten verschiedener Länder im Iten Anhange zusammengetragen, um sie dort, je nach Bedarf, nachzuschlagen; 2) ist im folgenden §. die Regel angegeben, um, mit Hülfe jener Angaben des Iten Anhangs, die oben erklärte Verwandlung vornehmen zu lernen.

Anmerkung 1. Da in vielen Ländern die Maaß-, &c. Einheiten bei verschiedener Größe doch einerlei Gattungsnamen (z. B. Fuß, Pfund, Gulden &c. &c.) haben, so muß man bei einer Maaß-, &c. Angabe jedesmal das Land beisetzen (z. B. bayer. Fuß, preuß. Pfund &c. &c.), nach dessen gesetzlichen Bestimmungen die Angabe zu verstehen ist.

Anmerkung 2.) Außer den im Iten Anhange zusammengestellten neuern gesetzlichen Einheiten sind in manchen Staaten auch noch ältere Einheiten theils geduldet, theils noch nicht völlig durch die neuern Einheiten verdrängt. — Jene ältern Bestimmungen im gegenwärtigen Unterrichte aufzuführen, würde allein schon ein umfangreiches Buch füllen. Es konnten daher von den ältern Einheiten nur jene aufgenommen werden, die, zur Vergleichung der neuern, noch allgemeine Bedeutung haben.

Wer mehr von den frühern Bestimmungen (wie z. B. die Länge der verschiedenen Augsburger-Ellen, des Salzburger-Metzens rc. rc.) zu wissen nöthig hat, findet sie zusammengestellt in „Noback's Münz-, Maaß- und Gewichtsbuch Leipzig 1858 und 1862" oder in „Nelkenbrecher's Taschenbuch der Münz-, Maaß- und Gewichtskunde, 18te Aufl. Berlin 1858", oder in „Fr. Löhmann's Tafeln" u. m. a.

§. 177. Die zusammengesetzte Verwandlungs- (oder Ketten-) Regel.

Alle zusammengesetzten Verwandlungs-Aufgaben (siehe §. 58. Anm.) enthalten **einen Fragefall** und (meistens) **mehrere bekannte Fälle** (siehe die hiehergehörige Aufgabe §. 171. IV.). Zur Ausrechnung der Fragezahl werden jene Fälle zeilenweise in der folgenden Ordnung angeschrieben:

1.) Man fange mit dem Fragefall an, und schreibe seine gesuchte Zahl (x) links voraus.

2.) Unter diese Zeile schreibe man die gegebenen Fälle so an, daß jeder **folgende** Fall mit der **nämlichen Benennung** anfängt, mit welcher der **nächst vorhergegangene endete**, und schließe diesen Ansatz, sobald, aber nicht früher, als man eine Benennung angeschrieben hat, welche mit der **allerersten Benennung** (d. i. mit jener der gesuchten Zahl x) **einerlei** ist.

3.) Hat man in dieser Art den Ansatz geschlossen, so multiplicire man alle links stehenden Zahlen, ohne Rücksicht auf ihre Namen, miteinander; dann

4.) eben so alle rechter Hand stehenden, und dividire endlich

5.) das Product **rechts** durch **jenes links**. Der herauskommende Quotient ist der Werth der gesuchten Zahl x.

Anmerkung 1. Der Ordnung der Sätze wegen, welche durch ihre **Benennungen** wie die Glieder einer Kette (sogar der letzte rechter Hand mit dem ersten linker Hand) zusammenhängen, heißt dieser Ansatz der **Kettensatz**.

Rechnung des Beispiels §. 171. IV. Art.

	x kr. bayer.	kostet 1 bayer. ℔. . . .
Bekannte Fälle.	8352 bayer. ℔.	wiegen 10000 ält. prß. ℔.
	3 ält. preuß. ℔.	kosten 1 preuß. Thlr.
	4 preuß. Thlr.	gelten 7 bayer. fl.
	1 bayer. fl.	zählt 60 kr. bayer.
	100224	4200000 = 41 kr. 7 hl.
		:(100224)
		400896
		191040 u. s. w.

Erläuterung.

ist der Fragefall; da er mit bay. ℔. endet, so muß die zweite Zeile auch mit dieser Benennung anfangen. Man schreibt deswegen jenen Erfahrungsfall in die zweite Zeile, in welchem die Benennung bayer. Pfund vorkömmt.

Dieser ist „8352 bayer. Pfund wiegen 10000 ält. prß. ℔."

Diese zweite Zeile endet mit ält. preuß. Pfund; man schreibt daher in die dritte Zeile den gegebenen Fall „3 ält. preuß. Pfund kosten 1 preuß. Thaler", und fährt so fort, bis man auf die Benennung „Kreuzer nach bayer. Gelde" kömmt, mit welcher der Ansatz links oben anfing.

Sodann ist multiplicirt; das Product links gibt $8352 \times 12 = 100224$ und jenes rechts $10000 \times 60 \times 7 = 4200000$. Letzteres (4200000) durch ersteres (100224) dividirt, gibt $x = 41$ kr. 7 hl., und dieses ist (als Antw.) der Preis von 1 bay. ℔. Pulver, von dem 3 ält. prß. ℔. 1 preuß. Thaler kosteten.

Anmerkung 2. Als Proberechnung kann man die gefundene Zahl als bekannt annehmen, hingegen eine der gegebenen Zahlen als gesucht (x) setzen, und dann diese nach der obigen Regel suchen. Wenn nirgends gefehlt ist, muß der schon für x gegebene Werth herauskommen. Man kann aber auch statt dessen die Rechnung nochmals, ohne Hinblick auf die erste Rechnung, durchführen.

§. 178. Gebrauch der (im Iten Anhange enthaltenen) Maaß-, Gewichts-, und Münz-Bestimmungen zum Ansatze des Kettensatzes.

Nicht jede Aufgabe enthält wie jene des vorigen §. alle bekannten Fälle, die zum Ansatze des Kettensatzes unentbehrlich sind. „Kömmt man nun an eine solche Lücke, und hat man keinen Fall „gegeben, der mit jener Benennung anfinge, mit welcher die „vorhergehende Zeile endete, so findet man diese im Iten Anhange „unter jenem Lande aufgeführt, von dem oder in welches die „Verwandlung zu geschehen hat." (Zum leichtern Nachschlagen stehen daher dort die Länder in alphabetischer Ordnung.)

So z. B. hätte die obige Aufgabe heißen können:

„Was kostet das bayer. Pfund Pulver nach bayer. Gelde, „wenn von diesem Pulver 3 ält. preuß. Pfund mit 1 preuß. Thaler „bezahlt wurden?"

Ausrechnung. Man hätte angesetzt:

zuerst den Fragefall . . .	x kr. bayer.	kostet 1 ℔. bayer.,
dann (siehe §. 190 Preußen)	0,8352 bay. ℔.	wiegen 1 ält. pr. ℔.,
hierauf den gegebenen Fall	3 ält. pr. ℔.	kosten 1 pr. Thlr.,
dann, (wieder aus §. 190 Preußen)	4 pr. Thlr.	gelten 7 fl. bayer.,
und endlich nach §. 48. . . .	1 fl. bayer.	zählt 60 kr. bayer.

Hiedurch ist aber die Kette geschlossen, da die letzte Benennung (kr. bayer.) einerlei mit der ersten ist, und die Rechnung wird nun wieder wie oben ausgeführt.

Anmerkung 1.) Da 0,8352 bayer. Pfund = 1 ält. preuß. Pfund ist, so wird auch, wenn man beide 10000mal vergrößert, noch

8352 bayer. Pfund = 10000 ält. preuß. Pfund seyn (§. 140 Grundſ. II.), und wer nicht mit Decimalbrüchen rechnen will, kann jedesmal beim Herausschreiben aus den Maaßbestimmungen des §. 190. diese so eben angegebene Veränderung vornehmen.

Zweites Beispiel. Man finde, wie viel bayer. Fuß eine Länge von 10000 rheinischen Fuß gibt, und führe die Rechnung auf Zehntel vom Scrupel (oder $\frac{1}{10}$ Punkt) genau.

Erläuterung.		Rechnung.
Der Fragefall ist . .	x′ bayer.	10000′ rhein.
n. §. 191. ist . . .	1′ rhein.	139,13 par. Linien.
n. §. 191. ist .	129,38‴ par.	1′ bayer. womit die Kette geschlossen ist.
	129,38	13913,00000 = 10753′,59406 b.,

N. §. 153. abgekürzt, auf 5 Decimalen, dividirend, erhält man: :(1,2938) … 97500 u. s. f. n. §. 153.

× 12 = 7″,12872
× 12 = 1‴,5446
× 12 = 6^{IV},535

Antw. 10000′ rhein. = 10753′,594 bay. = 10753′ 7″ 1‴ $6{,}5^{IV}$ Dbz. bay.

Anmerkung 2.) Der §. 191. enthält die gesetzliche (oder durch genaue Versuche gefundene) Größe der Längen- und Gewichts-Einheiten verschiedener Länder. Der §. 190. hingegen die aus den gesetzlichen Bestimmungen auf bayer. Einheiten (nach §. 177.) reduzirte Größe fremder Maaß-, Gewichts- und Münzeinheiten. Die Reduction wurde bei der Mehrzahl nur auf 4 genaue Decimalbruchziffern geführt, indem diese für die meisten gewöhnlichen Rechnungen ausreichen. Wer jedoch mit äußerster Genauigkeit oder in großen Zahlen zu rechnen hat, bediene sich der Angaben des §. 191. In den übrigen Fällen sind jene des §. 190 zeitersparend, indem man mit denselben durch eine einzige Multiplication den Werth fremder Maaße rc. in bayer. Einheiten reducirt. Da z. B. 1 öster. Metzen = 0,2765 bayer. Schäffel, so sind 30 öster. Metzen = 30 × 0,2765 bayer. Schäffel = 8,295 bayer. Schäffel.

Anmerkung 3.) Da oben 10000′ rh. = 10753,59406 Fuß bay. gefunden ist, so findet man hieraus auch 1′ rh. = 1,07535941′ bayer.

§. 179. Wenn in einer Verwandlungs-Aufgabe mehrfach benannte Zahlen vorkommen,

so müssen diese gleich beim Anschreiben des Kettensatzes auf einen einzigen, und zwar jenen, Namen gebracht werden, durch den die Kette der Benennungen nicht unterbrochen wird.

Erhält man dabei (nach §. 119) Brüche, die sich einfach in Decimalbrüche (nach §. 145.) verwandeln lassen, so erleichtert man sich durch diese Verwandlung die Rechnung.

Beispiel. Wie viel betragen 10 Francs 16 Sous französische Münze im sächsischen Gelde (30 Thalerfuß).

Erläuterung.

Zuerst steht der Fragefall ..... in welchem anstatt 10 Fr. 16 Sous geschrieben ist $10\frac{16}{20}$ Fr. (§. 188.) d. i. $10\frac{8}{10}$ Fr. = 10,8 Francs.

Da diese Zeile mit franz. Gelde endet, so entnimmt man aus §. 190 die Größe der franz. Geldeinheit „1 Franc =28,35 kr. bayer." Weil aber nach sächsischem Gelde gefragt wird, so findet man im §. 190 (unter Sachs.), daß 1 fl. 45 kr. bay. = 1 Thl. sächsisch ist. Anstatt jedoch 1 fl. 45 kr. anzusetzen, schreibt man es als (105) Kreuzer, indem die vorige Zeile mit Kreuzer aufhörte. Die fernere Rechnung sieh §. 153 e.

Rechnung.

x Thl. sächs.	10,8 Francs,
1 Franc	28,35 kr.
105 kr.	1 sächs. Thlr.
x =	$\frac{28,35 \times 10,8}{105}$

x = 2 Thlr. 27 Neugr. $4\frac{4}{5}$ pf.

Antw. 10 Frcs. 16 Sous sind 2 Thlr. 27 Neugr. 5 pf. sächsisch.

Anmerkung. Das vorstehende Beispiel gibt auch deutlich zu erkennen, daß man im Kettensatze vorkommende mehrfach benannte Zahlen bald auf den höchsten, bald auf den niedersten Namen bringen muß.

§. 180. Abkürzungen bei der Kettenregel.

Wie im Säulenansatze (§. 169.) gezeigt ist, kann man auch in dem Ansatze der Kettenregel

I) Zahlen links u. rechts des Striches mit einerlei Mß. heben.

II) Die Nenner der Brüche von der einen Seite als Factoren auf die andere Seite des Striches setzen. Nämlich:

Beispiel zu I. Jemand kauft in München 12 Visir-Eimer Bier um 66 fl., und läßt sie nach Speyer führen. Der Transport bis dahin kostete 62 fl. Wie theuer kömmt demnach von diesem Biere der Liter in Speyer zu stehen?

Rechnung.

x kr.	1 Liter
1 Liter	0,9354 bay. Mß.
8; 64 b. Mß.	1 Visir-Eimer
12 Vis.-Eim.	128 fl.; 16; 2
1 fl.	60 kr.; 5
x =	9,354 kr.

$\frac{9,354 \text{ kr.}}{} \times 8$ = 2,832 hl.

Erläuterung.

Der Ansatz geschieht nach der Regel §. 177, indem man die Größe des Liters in den gesetzlichen Maaß-Bestimmungen für die Pfalz (§. 189.) nachschlägt.

Sodann ist links 12 und rechts 60 mit 12 gehoben. Es bleibt links 1 (was nicht angeschrieben wird, da es nicht multiplicirt) und rechts 5. Ferner ist links 64 und rechts 128 mit 8 gehoben, und die erhaltenen Zahlen 8 und 16 nochmals mit 8, wodurch rechts 2 bleibt. — Da sich nun nichts mehr heben läßt, so multiplicirt man. Das Product rechts ist $0,9354 \times 2 \times 5 = 9,354$; jenes links ist 1, und dividirt also nicht, so daß x = 9,354 kr. ist, welches (n. §. 146) 9 kr. 2,832 hl. d. i. 9 kr. 3 hl. gibt.

Antwort. Der Liter des obigen, von München nach Speyer transportirten, Bieres kostet demnach in Speyer 9 kr. 3 hl.

Beispiel zu II. Die bayer. Büchse Must. 1858 wiegt $7\frac{3}{8}$ bayer. Pfund, die preußische Zündnadelbüchse M. 1854 aber 9 preuß. Pfund (beide ohne Bajonet); welche von beiden ist schwerer, und was ist der Unterschied nach preuß. Gewicht? (1 pr. ℔. = 500 fr. Gr., 1 bayer. ℔. = 560 fr. Gramm. n. §. 190.)

Rechnung.

8; x preuß. ℔.	$7\frac{3}{8}$ bayer. ℔. ; 59
1 bay. ℔.	560 fr. Gr. ; 70
500 fr. Gr.	1 pr. ℔.
x =	$\frac{413}{50}$ = 8,26 pr. ℔.

Demnach wiegt die bayer. Büchse 8,26 pr. ℔.
Die preuß. Zündnadelbüchse aber 9,00 „ „

Daher die preuß. Büchse um 0,74 pr. ℔. d. i. um beinahe $\frac{3}{4}$ preuß. Pfund schwerer als die bayer. Büchse.

Erläuterung.

Man verwandelt die $7\frac{3}{8}$ bayer. ℔. in preuß. Gewicht, durch Bildung d. Ansatzes §. 177. Dann wird $7\frac{3}{8}$ in $\frac{59}{8}$ eingerichtet, aber nur der Zähler 59 rechts gelassen, der Nenner 8 hingegen links geschrieben; dann wird links 8 und rechts 560 durch 8 gehoben; 59 mit 7 multiplicirt und durch 50 dividirt.

2. **Beispiel zu II.** Man finde, welchen Werth ein Gulden des $24\frac{1}{2}$ Guldenfußes im $52\frac{1}{2}$ Guldenfuß hat.

Rechnung. Siehe die Angaben im §. 189, wonach jetzt aus dem Münzpfund fein Silber (zu 500 fr. Gramm.) $52\frac{1}{2}$ Guldenstücke geprägt werden, vor 1857 aber aus der Münzmark (zu 233,855 fr. Gr.) fein Silber $24\frac{1}{2}$ fl.

x fl. (im $52\frac{1}{2}$ fl.-Fuß)	= 1 fl. (im $24\frac{1}{2}$ fl.-Fuß)
$24\frac{1}{2}$ fl. (im $24\frac{1}{2}$ fl.- „)	= 1 Mark fein Silber
1 Mark fein Silber	= 233,855 fr. Gramm.
500 franz. Gramm.	= 1 Münz ℔. fein Silb.
1 Münz ℔. fein Silber	= $52\frac{1}{2}$ fl. (im $52\frac{1}{2}$ fl.-Fuß).
x	2·33,855;
7; 49	105 ; 21; 3
100; 500	
x	$= \frac{7,01565}{7} = \frac{1,00224 \text{ fl.}}{1 \text{ fl. } 0,1344 \text{ kr.}} = 1$ fl. 1,0752 hl.

Antw. Ein Gulden des $24\frac{1}{2}$ Guldenfußes ist im jetzigen $52\frac{1}{2}$ Guldenfuß 1 fl. 1,07 hl. werth.

Anmerkung. Der neue Gulden ist daher um $1\frac{7}{100}$ Heller (oder nahezu $\frac{1}{5}$ Procent) leichter als der frühere Gulden. Wegen dieses geringen Unterschieds darf, in den Münzvereinsstaaten gesetzlich bei allen Zahlungen, zwischen den gleichnamigen Münzstücken der frühern Währung und der jetzigen Währung kein Unterschied gemacht werden. (Sieh' §. 189. Erklärung III. c.)

§. 181. Dritte Abkürzung bei der Ausrechnung des Kettensatzes.

Wenn man öfter oder viele Zahlen von Maaß, Gewicht oder

Geld eines Landes in die eines bestimmten andern Landes zu verwandeln hat (z. B. bayer. Geld in französisches, oder rheinisches Längenmaaß in bayerisches rc.), so verwandle man ein für allemal nur die Einheiten (1 fl. dann 1 kr. rc.), bildet von denselben Tafeln des 1 bis 10fachen (§. 43. IV.), und rechnet mit diesen alle nöthigen Producte blos durch Addition aus (§. 43).

Erstes Beispiel. Man soll die 11tägige Löhnung einer Escadron für den auf Seite 330 folgenden Stand zuerst in bayerischem, dann in französischem Gelde ansetzen.

Erläuterung der Rechnung. Zuerst wird die Löhnung nach Gulden, kr. rc. berechnet (§. 62 u. 63). Hierauf wird 1 fl. in Francs verwandelt (n. §. 177). Man findet (Seite 329 bei A) 1 fl. = 2,11640 Fr. auf 5 genaue Decimalen. Da nämlich der Franc 100 Centimes hat, so sind vorerst 2 Decimalstellen nöthig (§. 150), weitere 2 wegen der Multiplication mit 100, welche bei der gemeinen Löhnung von 314 fl. vorkömmt, und eine zum Genaustellen; so daß also 5 Decimalstellen nöthig sind, deren letzte 0 hier wegfällt.

Sodann ist (unten bei B) eine Tafel des 1 bis 10fachen vom Guldenwerthe = 2,1164 Francs aufgestellt (nach §. 43 IV.), und dann unter C eine vom Kreuzerwerthe = $\frac{1}{60}$ fl. = $\frac{2,1164}{60}$ Fr. = 0,0353 Francs.

Mit diesen beiden Tafeln sind dann (Seite 329 bei D.) die Löhnungen in französisches Geld verwandelt, wie an der Gemeinen-Löhnung von 214 fl. 30 kr. gezeigt werden soll.

Um nämlich die 200 fl. zu verwandeln, nimmt man aus der Tafel B den Werth von 2 fl. d. i. 4,2328 Francs 100mal, was durch Versetzung des Comma um zwei Stellen geschieht; daher sind . . . . 200 fl. = 423,280 Frcs.

Ferner hat man auf Tafel B bei 10 fl. den Werth von . . . 10 fl. = 21,164 Frcs.

Sodann auch aus der Tafel B bei 4 den Werth von . . . . 4 fl. = 8,466 Frcs.

Und endlich aus der Tafel C bei 3, durch Versetzung des Comma um eine Stelle, den Werth von . 30 kr. = 1,059 Frcs.

Daher ist die Löhnung der 90 Gemeinen Iter Capitulation = 214 fl. 30 kr. = 453,969 Frcs.

Nachdem in dieser Art alle Löhnungen (Seite 329 D.) verwandelt sind, und die Summe (Seite 330) zu 665 Francs 16 Sous 3 Cent. gefunden ist, verwandelt man noch zur Probe die Summe von 314 fl. 36 kr. in Francs. Man findet 314 fl. 36 kr. = 665 Fr. 16 Sous 2 Cent. (nach §. 177), also um 1 Centim. kleiner als

die zuerst (Seite 330) gefundene Summe von 665 Fr. 16 S. 3 Cent. Dieser Fehler aber ist zulässig; denn weil die Summe aus 12 Posten gezogen ist, von denen jeder einzelne um beinahe $\frac{1}{2}$ Cent. (§. 150), alle zusammen um also beinahe $12 \times \frac{1}{2}$ Cent. d. i. 6 Cent. = 1 Sou 1 Cent., fehlen können, so rührt dieser Fehler von 1 Cent. daher, daß es keine kleinere Geldeinheit gibt, als der Centime.

Endlich ist in der letzten Rubrik der obigen (auf Seite 330) folgenden Löhnungs-Uebersicht noch die 11tägige Gebühr jedes einzelnen Mannes eingetragen; diese ist durch Division n. §. 94 oder §. 144 gefunden. So erhält man z. B. die 11tägige Löhnung jedes Gemeinen erster Capitulation zu 453,97 Fr. : 90 = 5,044 Fr. = 5 Fr. 4 Centimes.

A.

x Francs	1 fl. bayer.
$52\frac{1}{2}$ fl. bay.	500 Gramm. f. Silb.
$4\frac{1}{2}$ G. f. S.	1 Franc.
x	2
21; ~~105~~	~~500~~; 100
9	2
x	=400 Fr. = 2,11640 Fr.
	:(189)
	378
	220
	u. s. w.

Gulden.	B. Beträgt Francs.	Kreuzer.	C. Beträgt Francs.
1	= 2,1164	1	0,0353
2	4,2328	2	0,0706
3	6,3492	3	0,1059
4	8,4656	4	0,1412
5	10,5820	5	0,1765
6	12,6984	6	0,2118
7	14,8148	7	0,2471
8	16,9312	8	0,2824
9	19,0476	9	0,3177
10	21,1640	10	0,3530

D.

1 Erst. Wachtmstr.
12,698
1,765
0,282
14,75 Frcs.

2 zweite Wachtm.
19,048
1,059
0,071
20,18 Frcs.

7 Corporäle
42,328
19,048
1,059
0,035
62,47 Frcs.

2 Vice-Corp.
14,815
0,706
15,52 Frcs.

1 Trompt. 1. Cl.
8,466
1,412
0,212
10,09 Frcs.

1 Tromp. 2. Cl.
6,349
1,412
7,76 Frcs.

1 Sattler
10,582
1,059
11,64 Frcs.

1 Schmied
wie der Sattler.

8 Gefreite.
42,328
4,233
46,56 Frcs.

1 Gem. III. Cap.
4,233
1,412
0,177
5,82 Frcs.

1 Gem. II. Cap.
4,233
1,059
0,141
5,43 Frcs.

90 Gem. I. Cap.
423,280
21,164
8,466
1,059
453,97 Frcs.

Präsent-Stand.	Chargen.	Tägl. Löhnung per Mann. kr.	Löhnung für 11 Tage nach fl.	kr.	hl.	Löhnung für 11 Tage nach Franc.	Sou.	Cent.	11täg. Gebühr jedes Mannes Franc.	Sou.	Cent.
—	Offiziers	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
1	Erster Wachtmeister	38	6	58	.	14	15	.	14	15	.
2	Zweiter "	26	9	32	.	20	3	3	10	1	4
7	Corporäle	23	29	31	.	62	9	2	8	18	2
2	Vice-Corporäle	20	7	20	.	15	10	2	7	15	1
1	Tromp. erster Classe	26	4	46	.	10	1	4	10	1	4
1	" zweiter Classe	20	3	40	.	7	15	1	7	15	1
1	Schmied	30	5	30	.	11	12	4	11	12	4
1	Sattler	30	5	30	.	11	12	4	11	12	4
8	Gefreite	15	22	—	.	46	11	1	5	16	2
1	Gemeiner III. Capit.	15	2	45	.	5	16	2	5	16	2
1	" II. Capit.	14	2	34	.	5	8	3	5	8	3
90	" I. Capit.	13	214	30	.	453	19	2	5	—	4
116	Summe	. . .	314	36	.	665	16	3			

Zweites Beispiel.

Jemand, der öfter rheinisches Maaß (Fuß und zwölftheilige Zoll) in bayer. Längenmaaß (Fuß zu 12″, zu 12‴, zu 12^{IV}) bis auf genaue Zehntel vom Scrupel (oder $\frac{1}{10}$ Punkt) zu verwandeln hat, will sich zu diesem Zwecke eine Reductions-Tafel anfertigen, mittelst welcher er, bis zu 10000 rhein. Fuß, die Verwandlung durch einfache Addition vornehmen kann. — Man berechne eine solche Tafel, und verwandle mit derselben die folgenden Längen bis auf genaue Zehntel Odz. Scrupel bayerisch. A.) 75″,21867 Odz. rheinisch; B.) 2853′ 7″,4289 Odz. rhein.

Rechnung.

Man verwandle die Länge von 10000 Fuß. rhein. in bayer. Maaß mit der verlangten Genauigkeit. Man findet (s. Beisp. 2. §. 178.)

10000 rhein. Fuß = 10753,59406 bayer. Fuß, so daß
a) 1 rhein. Fuß = 1,075359406 bay. Fuß. = 1′ 0″ 10‴ 10^{IV},221054 b.
b) 1 rh. Odz. Zoll = 1,075359406 „ Odz. Zoll = 1″ 0‴ 10^{IV},85175 b.

Mit a) und b) sind sodann (n. §. 43. IV.) die in den §§. 194. u. 196 enthaltenen Tafeln II angelegt, aus der jede Länge bis zu 10000 rh. Fuß, auf Zehntel vom Odz. Scrupel (Punkt) genau, mittelst Addition (n. §. 43. IV.) entnommen werden kann. Nämlich:

Beispiel A.

6′ rheinisch	=	6′	5″	5‴	1,33^IV	Ddz.	bay.
3″ „	=	.	3	2	8,56	„	„
0,2 „	=	.	.	2	6,97	„	„
0,01 „	=	.	.	.	1,55	„	„
0,008 „	=	.	.	.	1,24	„	„
0,0006 „	=	.	.	.	0,09	„	„
0,00007 „	=	.	.	.	0,01	„	„
6′3″,21867 „	=	6′	8″	10‴	7,75^IV	Ddz.	bay.

Antw. Es sind demnach 75″,21867 Ddz. rhein. = 6′ 8″ 10‴ 7,75^IV Ddz. bayer.

Erläut. zur Anwendung der im §. 196 zusammengestellten Tafeln.

75″ Ddz. rh. = 6′ 3″ Ddz. rh.

Deren Größe, in bay. Ddz. Mß. ausgedrückt, wird aus Tafel II. §. 196 abgeschrieben; desgleichen jene von 0,2″; 0,01″; und 0,008″ rh. Für 0,0006″ ist bei 0,006″ der Tafel II §. 196 das Comma um eine, und bei 0,00007″ um zwei Stellen versetzt. Die Addition geschieht n. §. 64.

Anmerkung. In gleicher Art legt man sich für irgend ein Maaß, Gewicht oder eine Münze, mit welcher man häufig Verwandlungen vorzunehmen hat, Tafeln an, indem man entweder den Werth der Einheit aus dem §. 190 oder aus den gesetzlichen Bestimmungen §. 191 entnimmt, und den Werth der Einheit nach §. 177 auf die nöthige Genauigkeit berechnet.

Beispiel B.

Rheinisch.		Bayerisch.
2000′	=	2150′,71881
800′	=	860′,28753
50′	=	53′,76797
3′	=	3′,22608
7″	=	0′,62729
0″,4	=	0′,03585
0″,02	=	0′,00179
0″,008	=	0′,00072
0″,0009	=	0′,00008
2853′7″,4289	=	3068′,66612

7″	2‴	4^IV	,8
	8	7	,68
		10	,37
		0	,17
		0	,03

2853′7″,4289 = 3068′7″11‴11^IV,05

Erläuterung zur Anwendung der Tafeln des §. 194 u. 195.

Für 2000′ rhein. schreibt man aus der Tafel des §. 194 die den 2′ entsprechende Zahl 2,150718.. heraus, indem man zugleich (n. §.140) das Comma um 3 Stellen zur Rechten versetzt, also 2150,71881 anschr.

In gleicher Art verfährt man bei dem Herausschreiben für die 800′ rhein., dann für die 50′ rh. und die 3′ rhein.

Die rheinischen Zoll findet man sodann in Tafel II. des §. 196, nämlich 7″ rh. = 0′,62729 bayer.; 0″,4 rh. = 0′,03585 bayer., indem man bei 4″ rhein. das Comma um eine Stelle links rückt (n. §. 140). In ähnlicher Art verfährt man beim Herausschreiben für die 0″,02 u. s. f.

Hat man nun in der angegebenen Art aus den Tafeln der §§. 194 u. 196 die nach rheinischem Maaße gegebenen Längen in bayerischem Maaße angesetzt, so addirt man dieselben, und findet dann 2853′ 7″,4289 rhein. = 3608′,66612 bayerisch.

Die Decimalen vom bayer. Fuß werden nun noch in Ddz. Zoll 2c. ausgedrückt, mit Hülfe der Tafel A. des §. 195, aus welcher man abliest 0′,6 bay. = 7″ 2‴ 4^IV,8 Ddz. bay. u. s. herunter fort.

Zuletzt sind noch die Ddz. Zoll, Linien und Punkte addirt, und man findet, daß 2853′ 7″,4289 rhein. = 3068′ 7″ 11‴ 11^IV,05 bayer. ist.

Anmerkung 2. Die vorstehenden Aufgaben des 4ten Abschnittes könnten auch, anstatt nach der Kettenregel, durch einfache Proportionen ausgerechnet werden. Die Rechnung wäre jedoch mühsamer.

§. 182. Uebungsbeispiele.

1099) Für den bayerischen Karabiner und die Pistole sind Kugeln vorgeschrieben, von denen 18 auf ein Pfund des ehemaligen Nürnberger-Gewichtes gehen. Wie viele von diesen Kugeln gehen auf 1 bayer. ℔.? (Siehe §. 189.)

1100) Was ist der Werth von 1 Franc nach bayer. Gelde, da der Franc 4½ franz. Gramme reines Silber enthält, das bay. Münzpfund 500 franz. Gramme wiegt, und aus diesem Pfund reinen Silbers 52½ bayer. Gulden geprägt werden?

1101) Im Frühjahre 1840 betrug in Frankreich der Mittelpreis des Hektoliters Weizen 22 Francs 62 Centimes. Was würde demgemäß das bayer. Schäffel nach bayer. Gelde kosten? (Die nöthigen Angaben siehe im Iten Anhang.)

1102) Man gebe folgende nach rheinischen Duodezimal-Zollen gemessenen Maaße der bayer. Infanteriefeuerwaffen Muster 1858 im bayer. Maaß, Fuß, Ddz.-Zoll u. s. f. bis auf genaue Zehntel des Ddz.-Scrupels an, nämlich:

		Infanteriegewehr.	Büchse.
a)	Durchmesser des Geschoßes	0,52	0,52
b)	„ der Bohrung (Normalkaliber)	0,53	0,53
c)	Länge des Laufs	36,00	32,00
d)	Länge der ganzen Waffe ohne Bajonet . . .	50,80	46,80
e)	Länge der ganzen Waffe mit Bajonet . . .	70,80	66,80

Bekannt ist 1 bayer. Fuß = 129,38 Pariser Linie, 1 rhein. Fuß = 139,13 Par. Linie.

1103) Man finde, ob und mit welchem Spielraume die folgenden Musketen-Kugeln aus der bayer. Muskete geschossen werden können, da der Durchmesser

a) der franz. Musk.-Kugel = ist 7‴ 1ᴵⱽ zwölfth. Par.-Mß.;
b) „ österr. „ „ = ist 0,618 Wiener 12th. Zoll;
c) „ preuß. „ „ = ist 0,640 rhein. 12theil. Zoll;
d) „ bayer. „ „ = ist 0,634 rhein. Ddz.-Zolle.

1104) In der russischen Armee erhält jährlich der Gemeine 12 Silberrubel, der Unteroffizier 24 Silber-Rubel. Was beträgt dieses täglich nach bayerischem Gelde?

1105) 13 Schäffel 5 Simri würtemberg. Getreidemaaß, wie viel beträgt es nach badischem Getreidemaaß? (§. 190 enthält die nöthigen Angaben.)

1106) Wie viel wiegt die Kugel des bayerisch. Karabiners nach bayer. Gewichte (Loth, Quint und Zehntel-Quint), da 18 dieser Kugeln auf das ehemalige Nürnberger-Pfund gehen? (Der §. 189 enthält die gesetzlichen Angaben.)

1107) In Berlin wurde i. J. 1862 der Zentner Leder für 29 preußische Thaler angekauft. Was wird von diesem Leder der Zentner bayer. Handelsgewicht in bayer. Gelde kosten, wenn die Fracht des preuß. Zentners 1 preuß. Thaler betrug?

1108) Wenn die Krone (Goldmünze sieh' §. 48 u. 189) zu 16 fl. Silberwerth gerechnet wird, was ist dann

a) das Werthverhältniß des Goldes zum Silber?

b) der Silberwerth der Ducaten, die $23\frac{2}{3}$ karätig fein sind, und von denen 67 auf die rauhe Kölner Mark (1 Köln. Mk. = 233,8123 franz. Gram.) gehen?

1109) Wie viele bayer. Ellen hält der franz. Mètre, da die bayer. Elle 2′ $10\frac{1}{4}$″ Ddz. Mß. bayer. hält, der franz Mètre = 443,296 Pariser-Linien ist, u. der bayerische Fuß eine Länge von 129,38 Pariser-Linien hat?

1110) Das mittlere Gewicht von 1 Hektoliter Weizen ist 75 Kilogramme (nach Angabe des Annuaire du Bureau des Longitudes). Wie viel wiegt nach dieser Angabe das bayerische Schäffel Weizen nach bayer. Gewichte?

Bekannt ist: 1 bayer. ℔. = 560 Gramme, 1 Liter = 0,935431 bayer. Maaßkannen, 1 bayer. Metzen = $34\frac{2}{3}$ bayer. Maaß.

§. 183. Beweis der Kettenregel.

1) Man kann im Ansatze des §. 177 (siehe das 1ste Beispiel §. 178) zwischen die beiden benannten Zahlen jeder Zeile das Gleichheitszeichen setzen, denn es ist:

a) x kr. bayer. im Werthe = 1 bayer. ℔. Pulver; indem die Waare mit ihrem Preise einerlei Werth haben muß;

b) 0,8352 bayer. ℔. Pulv. = 1 ält. prß. ℔. Pulver, nach den in diesen beiden Staaten gesetzlichen Gewichtsbestimm.;

c) 3 ält. prßische ℔. Pulver = 1 preuß. Thaler im Werthe;

d) 4 preußische Thaler = 7 bayer. fl. im Silbergehalt; und

e) 1 bayerischer Gulden = 60 Kreuzer bayer.

Da nun jede benannte Zahl (wie z. B. 7 fl.), ein Product der benannten Einheit (1 fl.) mit der unbenannten Zahl (7) ist, so kann man die 10 Zahlen des obigen Ansatzes wie folgt zerlegen:

a) 1 bayerischer Kreuzer × x = 1 × 1 bayer. ℔. Pulv.;

b) 1 bayer. ℔. Pulver. × 0,8352 = 1 × 1 ält. prß. ℔. Pulv.;

c) 1 ält. preuß. ℔. Pulver × 3 = 1 × 1 preuß. Thaler;

d) 1 preußischer Thaler × 4 = 7 × 1 bayer. Gulden;

e) 1 bayerischer Gulden × 1 = 60 × 1 bayer. Kreuzer.

Da ferner jede der links vom Gleichheitszeichen stehenden Größen der rechts neben ihr stehenden gleich ist, so ist auch das Product aller Größen links dem Producte aller Größen rechts gleich, indem Gleiches mit Gleichem multiplicirt, offenbar wieder Gleiches gibt (Grundſ.). Man hat daher

$$\left\{\begin{array}{l} 1 \text{ bayerischer Kreuzer} \times x \\ \times 1 \text{ bayer. G. Pulver} \times 0{,}8352 \\ \times 1 \text{ ält. preuß. G. Pulv.} \times 3 \\ \times 1 \text{ preußischer Thaler} \times 4 \\ \times 1 \text{ bayerischer Gulden} \times 1 \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{l} 1 \times 1 \text{ bay. G. Pulver.} \\ \times 1 \times 1 \text{ ält. pr. G. Pulv.;} \\ \times 1 \times 1 \text{ preuß. Thaler;} \\ \times 7 \times 1 \text{ bayer. fl.;} \\ \times 60 \times 1 \text{ bayer. kr.} \end{array}\right\}$$

Ferner geben gleiche Zahlen durch gleiches dividirt wieder gleiche Zahlen (was ebenfalls ein Grundsatz ist). Da nun jede Maaßeinheit, die im links stehenden Producte als Factor erscheint, auch einen Factor des Productes rechts ausmacht, indem im Kettensatze jede Zeile mit jener Benennung links anfängt, mit welcher rechts die vorhergehende Zeile endete, und auch die letzte Zeile mit derselben Benennung rechts enden mußte, mit der die oberste Zeile links anfing; so kann man in den obigen Producten links und rechts dividiren:
a) mit 1 bayer. kr. links „in der 1ten" und rechts „i. d. letzt. Zeile",
b) mit 1 bayer. G. Pulver „in der 2ten" und „1ten Zeile",
c) mit 1 ält. preuß. G. Pulver „in der 3ten und 2ten Zeile",
d) mit 1 preuß. Thaler „in der 4ten und 3ten Zeile",
e) mit 1 bayer. Gulden „in der 5ten und 4ten Zeile", und es bleiben den beiden Producten nur noch die unbenannten Zahlen

$$\left\{\begin{array}{r} x \\ \times 0{,}8352 \\ \times 3 \\ \times 4 \\ \times 1 \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{r} 1 \\ \times 1 \\ \times 1 \\ \times 7 \\ \times 60 \end{array}\right\}$$
$$x \times 10{,}0224 = 420$$
$$x = \frac{420}{10{,}0224}$$

Multiplicirt man wirklich, so ist $x \times 10{,}0224 = 420$.

Dividirt man diese zwei gleichen Producte mit 10,0224, also mit Gleichem, so erhält man wieder zwei gleiche Zahlen, nämlich $x = \frac{420}{10{,}0224}$, wodurch also das Verfahren bei der Kettenregel (§. 177) vollständig bewiesen ist.

Die bei der Ausrechnung dieses Säulenansatzes anwendbaren Abkürzungen (§. 169.) als das Heben durch gemeinschaftliche Maaße, und das Hinwegbringen der Nenner von Brüchen ist vollständig im §. 169. nachgewiesen, so wie die IIIte Abkürz. §. 181. auf §. 43. IV. beruht.

Sechster Abschnitt.

Auflösung von Aufgaben durch Schlüsse.

§. 184. Erklärung.

Wenn sich in einer Aufgabe, wie in jenen der voranstehenden 5 Abschnitte, Erfahrungs- und Fragefälle ausscheiden lassen, so hat man nur noch zuerst aus der Anzahl derselben (§. 171) die Regel (§. 172 oder §. 173 od. 175 od. 177)

zu erkennen, durch welche die Ausrechnung geschehen kann, und dann diese anzuwenden. Wenn sich aber solche Fälle nicht unterscheiden lassen, was auch zuweilen in zusammengesetzten Aufgaben (§. 45) des gewöhnlichen Lebens vorkömmt, so muß man trachten, aus dem Sinne der Aufgabe jene Rechnungsarten zu erkennen, die eine nach der andern anzuwenden sind, um die gesuchte Zahl heraus zu finden. Diese Ausrechnungsart nennt man die Auflösung der Aufgaben durch Schlüsse; sie erfordert mehr Nachdenken, als bei dem Verfahren nach einer Regel nöthig ist, übt aber eben deßwegen den Verstand um so mehr. Das im §. 126 angegebene Schließen auf den Werth der Einheit und von diesem auf den Werth jeder Mehrheit bildet auch hier die Grundlage für viele dieser Rechnungen; und es soll dieß im folgenden §., wie überhaupt das Verfahren bei solchen Aufgaben, an mehreren Beispielen gezeigt werden.

Anmerkung. Auch die Aufgaben der vorangegangenen 5 Abschnitte der 6ten Abtheilung können durch Schlüsse aufgelöst werden.

§. 185. Aufgaben.

1) Zwei Couriere A u. B gingen beide zugleich von einerlei Ort nach der nämlichen Richtung ab. A legt täglich 9, B 12 Meilen zurück. Wie weit ist B dem A in 8 Tagen vor?

Auflösung. B kömmt dem A in 1 Tag vor um „12 — 9" d. i. um 3 Ml. daher (n. §. 126. A.) in 8 Tag um 8×3 Meilen = 24 Meilen.

2) Zwei Regimenter C und D liegen 51 Meilen von einander entfernt, und sollen einander entgegenmarschiren. C macht täglich $3\frac{1}{2}$, und D täglich 5 Meilen. Wann und wo treffen sie zusammen?

Auflös. C und D brauchen zu $3\frac{1}{2} + 5$ d. i. zu $8\frac{1}{2}$ Meilen .. 1 Tag;
„ „ „ „ daher zu 1 Meile nur $1 : 8\frac{1}{2}$ d. i. $\frac{2}{17}$ Tag;
„ „ „ „ folglich zu 51 Ml. $51 \times \frac{2}{17} = 3 \times 2 = 6$ Tag.
C ist dann vom Abgangsort entfernt um $6 \times 3\frac{1}{2}$ Ml. = 21 Ml.
D „ „ „ „ „ „ 6×5 Ml. = 30 Ml.

Probe. Die Summe beider Entfernungen ist .... 51 Ml. und da dieses die ganze Entfernung ist, so ist das Resultat richtig.

Andere Auflösungsart. C und D nähern sich täglich um $3\frac{1}{2} + 5$ d. i. um $8\frac{1}{2}$ Meilen; in so viele Theile zu $8\frac{1}{2}$ Meilen sich nun die 51 Meilen theilen lassen, so viele Tage sind bis zum Zusammentreffen nöthig. Man erhält 51 Meilen : $8\frac{1}{2}$ Meile = 6 Tage. C ist dann $3\frac{1}{2}$ Meilen × 6 = 21 Meilen, und D 5 Meilen × 6 = 30 Meilen vom Abgangspunkte entfernt. Die Probe ist wie oben.

3) Ein feindliches Corps ist schon vor 11 Tagen von A abgegangen, und macht täglich 3 Meilen. Demselben soll von dem nämlichen Orte A nachgesetzt werden. Wie viele

Tage sind zum Einholen nöthig, wenn die Nachsetzenden täglich $5\frac{1}{2}$ Meilen machen?

Auflösung. Das feindliche Corps hat in 11 Tagen 11×3 Meil. d. i. 33 Meilen Vorsprung gewonnen.

Die Nachsetzenden vermindern diesen Vorsprung täglich um $2\frac{1}{2}$ Meilen.

„ „ brauchen dah. um $2\frac{1}{2}$ Ml. Vorsprung einzuholen . . . 1 Tag.
„ 1 „ „ „ $1 : 2\frac{1}{2} = \frac{2}{5}$ Tag.
„ 33 „ „ „ $33 \times \frac{2}{5}$ T. $= 13\frac{1}{5}$ T.

Antw. Nach $13\frac{1}{5}$ Tagen oder am 14ten Tag, vom Tage des Abgangs der Nachsetzenden an gerechnet, haben diese das feindliche Corps eingeholt.

Probe. Der Weg des Feind. in $11 + 13\frac{1}{5}$ Tag beträgt $24\frac{1}{5} \times 3$ Ml. $= 72\frac{3}{5}$ Ml.
„ „ der Nachsetz. in $13\frac{1}{5}$ Tag ist $13\frac{1}{5} \times 5\frac{1}{2}$ M. $= \frac{66}{5} \times \frac{11}{2} = 72\frac{3}{5}$ M.
u. da beide Wege einerlei Länge haben, so ist das feindl. Corps eingeholt.

4) Zwei Arbeiter A und B sollen gemeinschaftlich einen Graben von 275 K'. ausheben. Wie lange brauchen sie dazu, da A allein stündlich 12 K'. und B allein stündlich 10 K'. ausheben kann?

Auflösung. A und B gemeinschaftlich heben in jeder Stunde $12 + 10$ d. i. 22 K'. aus.

Man hat daher (wie im §. 126 C.) die

1.) Frage: Zu 275 K'. brauchen A u. B gemeinschaftlich ? St.
2.) u. Bel. „ 22 „ „ „ „ „ „ 1 „

Aus 2.) „ 1 „ „ „ „ „ „ . . . . . $\frac{1}{22}$ „
Aus 1.) Zu 275 „ „ „ „ „ „ $275 \times \frac{1}{22}$ St. $= 12\frac{1}{2}$ St.

Probe. In $12\frac{1}{2}$ St. hebt der A allein aus $12\frac{1}{2} \times 12 = 150$ K'.
„ „ „ „ „ B „ „ $12\frac{1}{2} \times 10 = 125$ „
Dieses gibt richtig zusammen . . . . 275 „

5) Die Gräben vor einer Verschanzung können durch 3 Schleusen in folgender Art gefüllt werden; durch die erste allein in 8 Stunden, durch die zweite in 5 u. durch die dritte in 10 Stunden. Wie lange dauert die Füllung, wenn alle drei Schleusen zugleich geöffnet sind?

Auflösung. In 1 Stunde füllt die erste Schleuse $\frac{1}{8}$, die zweite $\frac{1}{5}$, die dritte $\frac{1}{10}$ der Gräben.

In 1 Stunde füllen daher die 3 Schleusen zusammen $\frac{1}{8} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}$ d. i. $\frac{17}{40}$ der Gräben.

Frage. Zur ganz. Füllung der Gräb. br. die 3 Schleusen gemeinsch. ? Stunden.
Bek. Zu $\frac{17}{40}$ der Füll. „ „ „ 3 „ „ . 1 Stunde.

Zu $\frac{1}{40}$ „ „ „ „ „ „ „ „ . $\frac{1}{17}$ Stund.
Zu $\frac{40}{40}$ „ „ d. i. zur ganz. Füllung, br. „ „ $40 \times \frac{1}{17} = 2\frac{6}{17}$ St.

6) Ein Wasserbehälter mit Zu- und Abfluß-Röhre könnte durch erstere allein in 9 Stunden gefüllt, und durch letztere allein in 12 Stunden entleert werden. Nachdem die erstere schon 3 Stunden geöffnet war, wird es auch die Abflußröhre. In welcher Zeit wird der Behälter voll werden?

Auflösung. Die Zuflußröhre füllt stündlich $\frac{1}{9}$ des Behälters;
die Abflußröhre leert " $\frac{1}{12}$ " " ;

sobald daher beide Röhren geöffnet sind, so wird in 1 Stunde nur $\frac{1}{9}-\frac{1}{12}$ d. i. $\frac{1}{36}$ des Behälters gefüllt.

Die 3 Stunden, während welchen die Zuflußröhre allein geöffnet war, füllte diese $3\times\frac{1}{9}$ d. i. $\frac{1}{3}$ des Behälters, so daß nach Oeffnung der Abflußröhre nur noch $\frac{2}{3}$ des Behälters zu füllen sind. Man hat daher

1.) die Frage. $\frac{2}{3}$ Behält. werden von beiden Röhren vereint gefüllt in x Stund.
2.) Bekannt. $\frac{1}{36}$ " " " " " " " " 1 "

Aus 2.) $36\times\frac{1}{36}$ d. i. d. ganz. Behält. wird v. beid. Röhr. vereint in 36 St. gef.
" 1.) $\frac{2}{3}$ des Behälters werden von beid. Röhren vereint in $\frac{2}{3}\times 36$ d. i. in 24 Stunden gefüllt. Die **Antwort** ist daher: „In 24 Stunden „nach Oeffnung der Abflußröhre, oder in 27 Stunden nach Oeffnung „der Zuflußröhre ist der Behälter gefüllt.“

Probe. Der Zufluß in 27 Stunden $= 27\times\frac{1}{9} = 3$ Behälter;
der Abfluß in 24 " $= 24\times\frac{1}{12} = 2$ "

und da der Unterschied $3-2=1$ voller Behälter, so ist das Resultat richtig.

7) Fünf Schäffel Gerste wurden mit 12 Schäffel Hafer zur Fütterung vermengt. Wie viel Hafer und Gerste ist in einem Schäffel dieser Mengung?

		Gerste.		Haber.
Aufl. Man hat 5+12 d. i. 17 Schffl. Mengung, wobei		5 Schffl.	u.	12 Schffl.
Antw. Es sind daher in 1 "	Mengung . . .	$\frac{5}{17}$ "	u.	$\frac{12}{17}$ "

8) Es wurden zusammen geschmolzen a) 12 Zntr. Kanonenmetall, der Zntr. zu 10 Pfund Zinn und 90 Pfund Kupfer; b) 37 Zntr. Metall 18 Proct. Zinn enthaltend, und c) 31 Zntr. reines Kupfer. Wie viel Proct. Zinn hält die neue Legirung?

			Zntr. Zinn.		Zntr. Kupfer.
Aufl. a) die 12 Zntr. enthalt.	$12\times\frac{10}{100}$	d. i.	1,2	u. daher	10,8
b) " 37 " "	$37\times\frac{18}{100}$	d. i.	6,66	u. "	30,34
c) " 31 " "	—		—	. .	31
die ganze Legir. v. 80 " enthält zusammen			7,86	auf	72,14
daher 1 " Legirung . . .			0,09825	"	0,90175

daher enthalten 100 ℔. Legirung 9,825 ℔. Zinn u. 90,175 ℔. Kupfer.

Antw. Die neue Legirung enthält 9,825 Prct. Zinn u. 90,175 Prct. Kpf.

Anmerkung. Diese Resultate stimmen nur dann mit der Wirklichkeit völlig überein, wenn beim Schmelzen das Zinn nicht mehr Feuerabgang als das Kupfer hat.

9) Wie viel reiner Weingeist muß zu 30 Maaß Branntwein, der nur $\frac{1}{4}$ Weingeist enthält, gegossen werden, wenn in der Mischung $\frac{1}{3}$ Weingeist seyn soll?

Aufl. Die 30 Mß. enthalt. $\frac{3}{4} \times 30$ Mß., d. i. $22\frac{1}{2}$ Mß. Wasser u. daher $7\frac{1}{2}$ Mß. Weingeist.

Die neue Mischung soll enthalten } auf $\frac{2}{3}$ Maaß Wass. $\frac{1}{3}$ Maaß Weingeist.
also auf 1 " " $\frac{1}{3} : \frac{2}{3}$ d. i. $\frac{1}{2}$ Mß. "
somit " $22\frac{1}{2}$ " " $22\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 11\frac{1}{4}$ Mß. Weingeist.
die gegeb. Mischung hält auf $22\frac{1}{2}$ " " nur $7\frac{1}{2}$ " "

Antw. Also müssen zugesetzt werden $11\frac{1}{4} - 7\frac{1}{2} = 3\frac{3}{4}$ Mß. Weingeist.

10) Ein Wirth hat 64 Maaß Wein zu 36 kr. die Maaß; er will hiezu so viel Wein die Maaß zu 24 kr. schütten, daß er, ohne hiedurch zu gewinnen noch zu verlieren, die Maaß um 28 kr. geben kann. Wie viel muß er vom 24 kr.-Wein hiezu schütten?

Auflösung.

Der 36 kr. Wein ist um 36—28 d. i. um 8 kr. besser } als die verlangte
" 24 " " " " 28—24 " " 4 " schlecht. } Mischung.

1.) Für jede od. 1 Mß. des 36 kr.-Weins wird dah. die Misch. um 8 kr. zu gut,
2.) " " " 1 " " 24 " " " " " " " 4 kr. zu schlecht,
Aus 1.) Für $\frac{1}{8}$ Mß. des 36 kr.-Weins " " " " " 1 kr. zu gut,
Aus 2.) " $\frac{1}{4}$ " " 24 kr.- " " " " " " 1 kr. schlechter.

Nimmt man daher immer $\frac{1}{8}$ Mß. vom bessern u. $\frac{1}{4}$ Mß. vom schlechtern zusammen, so erhält diese Mischung genau die verlangte Güte. Man hat daher die Frage. Auf 64 Mß. des bessern treff. (?) Mß. des schlechtern
Bekannt. " $\frac{1}{8}$ " " " " $\frac{1}{4}$ " " "

woraus man n. §. 126 findet: Auf 1 " " " " $8 \times \frac{1}{4} = 2$ Mß. "
" 64 " " " $64 \times 2 = 128$ " "

Antw. Man muß 128 Mß. des 24 kr.-Weines zu den 64 Mß. des 36 kr.-Weines schütten, damit die Maaß der Vermischung 28 kr. Werth sey.

Probe. 64 Maaß des 36 kr. Weins kosten 384 Sechser;
128 " " 24 kr. " " 512 " ;

Die 192 Maaß Vermischung kosten daher 896 Sechser;
1 " " kostet daher $\frac{896}{192} = 4\frac{2}{3}$ Sechs. $= 28$ kr.

11) $16\frac{1}{2}$ Mark Silber im Gehalt $8\frac{2}{3}$ löthig (siehe §. 189) sollen durch Verbindung mit fein-, d. i. mit 16 löthigem Silber so verbessert werden, daß die Legirung 12 löthig wird. Wie viel Mark fein Silber müssen hinzu geschmolzen werden?

Die feinst. Sorte hält 16 Lth. fein. p. Mark " Mittelsorte " 12 " " " "	Die Mit.-Sorte hält 12 Lth. fein p. Mark " schlechtere " " $8\frac{2}{3}$ " " " "
Der Unterschied ist 4 Lth. im Feing.	Der Unterschied ist $3\frac{1}{3}$ " im Feingehalt.

1 Mark des 16löth. ist daher um 4 Lth. zu fein, u. 1 Mk. des $8\frac{2}{3}$löth. ist um $3\frac{1}{3}$ L. zu gering;
$\frac{1}{4}$ „ „ „ „ „ „ 1 „ zu fein, u. 1 : $3\frac{1}{3}$ d. i. $\frac{3}{10}$ M. „ „ 1 L. zu gering.

Nimmt man daher zu jedem $\frac{1}{4}$ Mark des 16löthigen $\frac{3}{10}$ Mark des $8\frac{2}{3}$löth., so erhält man genau die verlangte Legirung, und man hat die:

1.) Frage. Zu $16\frac{1}{2}$ Mk. des $8\frac{2}{3}$ löth. Silber sind zu nehmen x Mk. des 16löth.
2.) Bek. Zu $\frac{3}{10}$ „ „ „ „ „ „ „ „ $\frac{1}{4}$ „ „ „

Aus 2.) Zu 1 Mark „ „ „ „ ist „ „ $\frac{1}{4} : \frac{3}{10} = \frac{5}{6}$ Mk. 16löth.
Aus 1.) Zu $16\frac{1}{2}$ „ „ „ „ „ „ „ „ $16\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6} = \frac{55}{4} = 13\frac{3}{4}$ Mk. 16löth.

Antw. Es müssen daher $13\frac{3}{4}$ Mark fein Silber zu den $16\frac{1}{2}$ Mark $8\frac{2}{3}$löthiges Silber zugeschmolzen werden, um 12löthiges Silber zu erhalten; und die erhaltene Legirung wiegt $16\frac{1}{2} + 13\frac{3}{4} = 30\frac{1}{4}$ Mark.

12) Von zwei Brandröhrensätzen brannte der erste, in ein Brandrohr geschlagen, 45 Secunden, der andere, in ein gleiches Brandrohr geschlagen, nur 20 Secunden. Man soll von diesen 2 Sätzen 12 Pfund mischen, wovon das nämliche Brandrohr geschlagen 30 Secunden brennt. Wie viel muß von jedem genommen werden?

Aufl. Der 45Sec.=Satz brennt um 45—30 d. i. um 15 Sec. schnell. } als der verlangte
„ 20 „ „ „ „ 30—20 d. i. um 10 „ träger } 30 Sec.=Satz.

Nimmt man 1 ℔. des 45Sec.=Satzes, so brennt der Satz um 15 Sec. zu schnell,
„ „ $\frac{1}{15}$ „ „ „ „ „ „ „ „ „ um 1 „ „ „
„ „ 1 ℔. „ 20 „ „ „ „ „ „ um 10 „ zu träge,
„ „ $\frac{1}{10}$ „ „ „ „ „ „ „ „ „ um 1 „ „ „.

Mengt man daher $\frac{1}{15}$ ℔. des 45=Sec.=Satzes u. $\frac{1}{10}$ ℔. des 20=Sec.=Satzes zusammen, so brennt die erhaltene Menge von $\frac{1}{15} + \frac{1}{10} = \frac{2+3}{30} = \frac{1}{6}$ ℔., genau mit der verlangten Geschwindigkeit; indem diese wegen dem $\frac{1}{15}$ ℔. schnellern Satzes um eben so viel zu schnell, als sie wegen des $\frac{1}{10}$ ℔. trägern Satzes zu langsam brennt. Man hat daher

	30=Sec.=Satz.		45=Sec.=Satz.	20=Sec.=Satz.
1.) die Frage.	Zu 12 ℔.	braucht man	x_I ℔.	und x_{II} ℔.
2.) Bekannt.	„ $\frac{1}{6}$ „	„	„ $\frac{1}{15}$ „	„ $\frac{1}{10}$ „
Aus 2.)	Zu 1 ℔. Misch. „	„	$\frac{6}{15}$ ℔.	„ $\frac{6}{10}$ ℔.
Mit 1.)	Zu 12 „ „ „	„	$12 \times \frac{6}{15}$ ℔. „	$12 \times \frac{6}{10}$ ℔.
	d. i. zu 12 ℔. Misch. „	„	$4\frac{4}{5}$ ℔.	„ $7\frac{1}{5}$ ℔.

Antw. Man braucht $4\frac{4}{5}$ ℔. vom 45=Secundensatz und $7\frac{1}{5}$ ℔. vom 20=Secunden=Satz, um 12 ℔. Brandrohrsatz zu erhalten, welcher eine mittlere Brenngeschwindigkeit von 30 Secunden per Brandrohr hat.

Anmerkung. In allen Vermischungsaufgaben, deren verschiedene Arten in den vorstehenden Beispielen 7 mit 12 und §. 135 vorgetragen sind, muß die zu findende Sorte eine mittlere seyn, wie einfach begreiflich ist. — Aus der Lösung dieser Aufgaben lassen sich auch unschwer

Vermischungsregeln bilden, deren Classificirung und Aufstellung zur Uebung empfohlen wird.

13) Von der Mannschaft einer Escadron waren $\frac{1}{3}$ auf Commando, $\frac{1}{4}$ in Urlaub, $\frac{2}{9}$ auf Dienst und die übrigen 21 Mann beim Verlesen gegenwärtig. Was ist demnach der Stand dieser Escadron?

Aufl. Abwesend sind $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{2}{9}$ d. i. $\frac{87}{108}$ vom Stand. Es können daher nur gegenwärtig seyn $\frac{108}{108} - \frac{87}{108}$ d. i. $\frac{21}{108}$. Diese $\frac{21}{108}$ des ganzen Standes sind 21 Mann, daher ist $\frac{1}{108}$ des Standes $=$ 1 Mann, und der ganze Stand ist $=$ 108 Mann.

Probe. Commandirt sind . . . . $\frac{108}{3}$ d. i. 36 Mann;
beurlaubt " . . . . $\frac{108}{4}$ d. i. 27 " ;
auf Dienst " 108 × $\frac{2}{9}$ d. i. 24 " ;
gegenwärtig " . . . . . . 21 " ;
daher ist die Summe . . . . . . 108 Mann, also richtig.

14) Der Kubikfuß trocknes Tannenholz hat, im Wasser liegend, ein Tragvermögen von 12,7 Pfund. Im Fall nun ein Floß aus 2460 K'. Tannenholz besteht, wie viele Infanteristen kann es tragen, wenn das Gewicht des ausgerüsteten Infanteristen zu 160 Pfund, und das halbe Tragvermögen des Floßes als Belastung zu rechnen ist?

Aufl. Die 2460 K'. haben 12,7 × 2460 ℔. Tragvermögen; hievon die Hälfte ist 15621 ℔. Auf jede 160 ℔. Tragvermögen kömmt ein Infanterist, also auf 15621 ℔. treffen 15621 : 160 $=$ 98 Mann (sehr nahe).

§. 186. Vermischte Uebungsbeispiele zur VI. Abtheilung.

1111) Es soll ein Floß von frischen Fichtenstämmen gebaut werden, zum Uebersetzen von 30 Reitern. Wie viel Kubikfuß Holz muß man hiezu nehmen, da der Kubikfuß frisches Fichtenholz 7,3 Pfund Tragvermögen hat, der Reiter sammt Pferd im Durchschnitte zu 8 Zntr., und nur das halbe Tragvermögen als Belastung anzunehmen ist?

1112) Zwei Compagnien erhalten eine Arbeit, welche die 1te allein in 24 und die zweite allein in 16 Tagen vollenden könnte. Wie viele Tage werden beide gemeinschaftlich damit zu thun haben?

1113) Das preußische Zündnadelgewehr (Must. 1841) wiegt 10 ℔. 3 Lth. preuß. Gewicht (Zoll=℔.); das bayer. Infanteriegewehr (Must. 1858) 8 ℔. 6 Lth. bay. Handelsgew., beide mit Bajonet. Welches ist schwerer, und was ist der Unterschied im bay. Gewicht?

1114) Der ausbedungene Jahreslohn eines Bedienten betrug 55 fl. und eine Livree. Der Bediente blieb nur 8 Monate im Dienste, und erhielt für diese Zeit die ganze Livree und noch 30 fl. an Geld. Wie theuer wurde die ganze Livree gerechnet?

1115) Einem Bataillon, welches Morgens 6 Uhr von A abmarschirt war, und in 6 Stunden 7 Säulen-Stunden zurücklegt, soll um 9 Uhr eine reitende Ordonanz nachgeschickt werden, welche das Bataillon um 11 Uhr eingeholt haben soll. In wie viel Minuten muß sie die Stundensäule reiten?

1116) Ihrer zwei miethen eine Wiese für 30 fl.; der eine läßt 7 Pferde 8 Wochen lang, der andere 10 Pferde 4 Wochen lang darauf weiden; was muß jeder an der Miethe bezahlen?

1117) Zusammengeschmolzen wurden 12 Mark 10 karätiges-, 8 Mark 20 karätiges-, und 6 Mark reines Gold. Wie viel karätig ist die Legirung? (§. 189. Erklärung.)

1118) Jemand hat 80 Maaß Wein zu 12 kr. die Maaß; wie viel Wein zu 20 kr. die Maaß muß er dazu schütten, damit vom vermischten Weine die Maaß 15 kr. werth sey?

1119) Der Unteroffizier N ist für 230 fl. auf 3 Jahre 7 Monate und 20 Tage eingestanden. Was wäre demnach die Einstandssumme auf eine sechsjährige Dienstzeit?

1120) Jemand kaufte in Griechenland 100 Okka Tabak um 367 Drachmen; überdieß kostete ihn der Transport ꝛc. 38 fl. 27 kr.; wie theuer kömmt demnach das bayerische Pfund von diesem Tabak nach bayerischem Gelde?

1121) Drei Arbeiter sollen einen Graben von 1200 Kubikfuß ausheben. Der erste kann allein 13 Kubikfuß in 2 Stunden, der zweite 15 K'. in 3 Stunden, und der dritte $4\frac{1}{3}$ K'. in 1 Stunde ausheben. Wie lange werden sie brauchen, wenn sie gemeinschaftlich arbeiten?

1122) Ein Truppencorps ging vor 5 Tagen von A. ab, und macht täglich 7 Stunden Wegs; ihm soll von dem 16 Stunden weiter rückwärts gelegenen Orte M. nachgeeilt, und zu diesem Zwecke sollen täglich 18 Stunden gemacht werden. An welchem Tage nach dem Abgange der Nacheilenden ist das Corps eingeholt?

1123) Eine Gemeinde hatte gegen eine bestimmte Vergütung die Fütterung von 400 Remont-Pferden auf 16 Monate übernommen. Es trafen jedoch anfänglich nur 200 Pferde ein, sodann 7 Monate später 250 mehr, und wieder 8 Monate darauf 150 Pferde mehr. Wie lange muß die Gemeinde die sämmtlichen nun vorhandenen 600 Remonten noch ferner füttern, um ihren Accord zu erfüllen?

1124) Das Infanterie-Regiment W. war früh 6 Uhr von U. nach dem 5 würtembergische Meilen entfernten B. abgegangen. Um wie viel Uhr konnte es dort eintreffen, da es im Feldschritt, 100 Schritte per Minute, gehen, und unterwegs eine Rast von nur $\frac{3}{4}$ Stunden halten sollte? Bekannt ist: 1 würt. Meile = 26000 würt. Fuß à 127 Pariser-Linien, 1 bayer. Fuß = 129,38 Par. Linien, und daß 1 Schritt = 28 Duodz. Zoll bayerisch war.

1125) Aus 6 Ztr. 20 ℔. schlechtem Blei wurden wegen des Feuerabganges nur 11040 Kugeln gegossen, von denen 41 auf 2 ℔. gehen. a) Wie viel von solchem Blei wird man bei verhältnißmäßig gleichem Feuerabgang brauchen, um 3500 Kugeln zu gießen, von denen $31\frac{1}{4}$ aufs Pfund gehen? und b) wie viel Procent beträgt, bei dem genommenen Blei, der Feuerabgang?

1126) Der Präsentstand der 6 Compagnien eines Jäger-Bataillons war am 1ten Dez. wie folgt: Ite Comp. 30; IIte 28; IIIte 31; IVte 34; Vte 27 und VIte 29 Mann. Das Bataillon hat diesen Tag den Wachtdienst mit 56 Mann zu geben. Was trifft hievon jede Comp., u. was bleibt jeder Gut oder Schuld für den folgenden Tag? — Die Vertheilung hat per Comp. auf $\frac{1}{10}$ Mann genau zu geschehen.

1127) In einem Pulvermagazine liegen zwei Pulversorten von verschiedener Güte aber gleicher Körnung; von der einen Sorte kostet das Pfund 40 kr., von der andern das ℔. 24 kr. — Es sollen zum Verkaufe 1 Ztr. und 12 ℔. so zusammengemengt werden, daß das Pfund der Mengung, ohne Gewinn noch Schaden, zu 28 kr. abgegeben werden könne. Wie viel ist von jeder Sorte zu nehmen?

1128) Durch engl. Parlamentsacte vom 17ten Juni 1824, die am 1ten Januar 1826 in den 3 vereinigten Königreichen in Kraft getreten ist, sind 39,37079 englische Zoll (bei $13\frac{1}{3}$° Reaum.) gleich einem französischen Meter (bei 0° Reaum.). Wie viele Pariserlinien (Dbz.) muß demnach die engl. Yard und der engl. Fuß messen, da 1 Yard = 3 engl. Fuß = 36 engl. Zoll, u. 1 Meter = 443,296 Pariser-Linien mißt? Man rechne auf 5 genaue Decimalstellen.

1129) 12 Zentner Pulver wurden an 3 Batterien in der Art abgegeben, daß jede gleich viel Schuß erhielt. Die erste Batterie bestand aus 6 12℔er Kanonen, die zweite aus 6 6℔er Kanonen, und die dritte aus 4 7℔er langen Haubitzen. Die Patrone des 12℔ers hatte 3 Pfund Pulver, jene des 6℔ers $1\frac{1}{2}$ Pfund, und die der 7℔er Haubitze 40 Loth, wie war das Pulver vertheilt?

1130) Auf dem Atlas von Bayern sind die Entfernungen im $\frac{1}{50000}$tel der wahren Größe dargestellt. a) Welche wahre Länge muß man daher auf dieser Karte auftragen, damit die Entfernung 100 Doppelschritte zu 5′ bayer. betrage? und b) wie lange braucht Jemand, der 60 solcher Doppelschritte per Minute macht, um einen Weg zurückzulegen, den die Karte zu 0,689 bayer. Fuß der natürlichen Größe angibt.

1131) Wie viel rhein. Fuß gibt, auf 12 genaue Decimalbruchziffern, eine Pariserlinie? Mit dem gefundenen Werthe ist eine Tafel für 1 mit 10 Pariserlinien zu bilden, und damit zu finden, wie viele rhein. Fuß mißt: a) der Meter, der gleich ist 443,296‴ Paris.; b) der Wienerfuß = 140,126867‴ Par.

1132) Ein Plan von 18 Pariser Dbz. Zoll Länge u. ebensoviel Breite, der ein Terrain von 1200 Pariserfuß Länge und Breite verjüngt darstellt, soll auf ein Blatt Papier nachgezeichnet werden, das nur 8 bayer. Dz.-Zoll Länge und ebensoviel Breite hat. In welcher Verjüngung wird die neue Zeichnung das Terrain darstellen, oder wie viel wird man vom bayer. Maaße für jeden verjüngten Fuß des neuen Plans nehmen müssen? 1 bayer. Fuß = 129,38 Pariserlinien.

Erster Anhang.

I. Innerer Zusammenhang der Maaß-, Gewichts- und Münzeinheiten ein und desselben Landes.
II. Vergleichung derselben in verschiedenen Ländern.
III. Angabe der Schwere und Dichte einiger Körper.
IV. Vermischte Notizen.

(Siehe die Erklärung und Anmerkungen §. 176.)

I. Von dem innern Zusammenhange der Maaß-, Gewichts- und Münzeinheiten ein und desselben Landes.

§. 187. Erklärung.

Wenn in einem Lande eine Längen-Maaßeinheit (Normal-Maaß genannt) bestimmt angenommen ist, dann können davon alle übrigen Maaße, Gewichte und Münzen so abhängig gemacht werden, daß sie auch völlig bestimmt sind. Dieser gesetzlich bestimmte Zusammenhang wird das Maaß- (oder metrische) System eines Landes genannt.

Um die Möglichkeit eines solchen Zusammenhanges darzuthun, ist hier unten das metrische System von Frankreich vollständig angegeben, und dieses vorzugsweise hiezu gewählt, weil gesetzlich einige der bayerischen Haupteinheiten von jenem abhängig bestimmt wurden.

§. 188. Das neue Maaß- (oder metrische) System von Frankreich. (Eingeführt seit 1795.)

Die frühere Haupt-Längeneinheit war der Pariserfuß (Pied de Roi $= \frac{1}{6}$ der Toise de Pérou), und wurde in 144 Pariserlinien abgetheilt. Da dieser Fuß sehr bekannt ist, so dient er noch jetzt als Normal-Vergleichungsmaaß und auch zur gesetzlichen Bestimmung der Haupt-Längen-Einheiten anderer Länder. So z. B. ist der bayerische Fuß zu 129,38 Ddz. Pariserlinien festgesetzt (§. 189).

1.) Längenmaaß. (Normalmaaßeinheit.)

Der zehnmillionste Theil vom Viertel des durch Paris gehenden Mittagskreises der Erde (= ein Zehnmilliontel vom Erdmeridianquadrant) ist als Haupt- oder Normalmaaßeinheit angenommen, und Mètre genannt.

Von dieser, aus der Natur abgenommenen Längeneinheit gehen daher 40 Millionen auf den Erdumfang, und im Vergleich mit dem ältern

französischen Normalmaaß (den Pariserfuß zu 144 Linien) ist ein Mètre = 443,296 Pariser Ddz. Linien bei der Temperatur 0 Grad Réaum. *)

2.) Flächenmaaß.

Die Haupteinheit ist ein Viereck (Quadrat) „von 1 Mètre Länge und 1 Mètre Breite", und heißt **Quadratmeter.**

100 □Meter heißen Are, und dieß ist die Haupteinheit zum Ausmessen der Felder.

3.) Körpermaaße.

Die Haupteinheit ist ein Würfel (Cubus), „der 1 Mètre lang, 1 Mètre breit u. 1 Mètre hoch ist", u. heißt **Kubikmeter.**

Beim Messen des Brennholzes heißt dieser Kubikmeter Stère.

Hohlmaaß. Als Haupteinheit der Hohlmaaße, für trockne sowohl als für flüssige Dinge, ist „der 1000ste Theil des Kubikmeters" festgesetzt u. Litre genannt; so daß der Liter so groß ist, „als der innere Raum eines Würfels, dessen Seite oder Kante „im Lichten, d. h. in der Höhlung, ein Zehntelmeter lang ist."

4.) Gewicht.

Die Haupteinheit der Gewichte ist die Schwere von so viel reinen (destillirten) Wassers (bei $3\frac{1}{5}$ Grad Réaum. im leeren Raum gewogen) als in einen hohlen Würfel geht, dessen Seite (Kante) in der Höhlung „ein Hundertelmeter" lang ist, und diese Schwere heißt Gramme.

Das Gramme ist daher auch die Schwere eines Kubik-Centimeters, oder von $\frac{1}{1000}$ Liter, reinen Wassers, oder es wiegt der Liter reinen Wassers „1000 Gramme" (= 1 Kilogramme).

5.) Geld.

Die Haupteinheit des Geldes heißt Franc. In Silbermünzen enthält der Franc „$4\frac{1}{2}$ Grammen reines Silber" und $\frac{1}{2}$ Gramme Kupfer, so daß der Silberfranc 5 Grammen wiegt, mit $\frac{9}{10}$ Silbergehalt und $\frac{1}{10}$ Kupfer.

In Goldmünzen treffen auf ein Franc „$\frac{9}{31}$ Grammen reines Gold" und $\frac{1}{31}$ Gr. Kupfer, so daß in Frankreich Gold gesetzlich $15\frac{1}{2}$ mal ($4\frac{1}{2} : \frac{9}{31} = 15\frac{1}{2}$) höher im Werthe steht als Silber.

Anmerkung 1.) Im Vorstehenden ist nun gezeigt, wie Flächenmaaß, Körpermaaß, Gewicht und auch das Geld von der Normal-Längen-Einheit abhängig gemacht werden können.

Aus den so erhaltenen Grund- oder Haupt-Einheiten (Seite 2. c.) „Mètre, Are, Litre, Gramme" werden die höhern und niedern Einheiten „zehntheilig" (wie in der allgemeinen Zählungsart §. 2. u. §. 137.)

*) Bei der Vermessung ergab sich die Länge des, auf die Meeresfläche reduzirten, Erdmeridianquadranten zu 5130740 Toisen d. i. zu 30784440 Pariser-Fuß, daher die Länge des Meters (als des 10 Millionten Theils hievon) zu 3,078444 Par.-Fuß = 3′ 11‴,295936 = 443,295936 Par.-Linien. Es wurde jedoch (durch Gesetz vom Jahre 1799) die Länge des Meters bei 0° Temperatur (Mètre vrai et définitif) zu 443,296 Pariser Linien (der Toise de Pérou bei 16,25° Centes.) festgesetzt.

gebildet; und dabei ist bestimmt, daß mit Beibehaltung des Namens dieser Haupteinheiten Métre, Are, ꝛc. die höhern und niedern Einheiten zu bezeichnen sind, wie folgt:

Jedes	10fache der Haupteinh. durch Vorsetzung des	griechischen Zahlwortes	**Deka**;
„	100 „ „ „ „ „ „	„ „	**Hekto**;
„	1000 „ „ „ „ „ „	„ „	**Kilo**;
„	10000 „ „ „ „ „ „	„ „	**Myria**;
„	0,1 (od. $\frac{1}{10}$) „ „ „ „ „	lateinischen „	**Deci**;
„	0,01tel „ „ „ „ „ „	„ „	**Centi**;
„	0,001tel „ „ „ „ „ „	„ „	**Milli**.

So daß z. B.

1 Myriameter = 10000 Meter	1 Kilogramme = 1000 Gramme u. s. f. wie beim Meter
1 Kilometer = 1000 Meter	1 Hektare = 100 Are;
1 Hektometer = 100 Meter	1 Kilare = 1000 „ ꝛc.
1 Dekameter = 10 Meter	1 Kiloliter = 1000 Liter;
1 Decimeter = 0,1 Meter	1 Hektoliter = 100 Liter;
1 Centimeter = 0,01 Meter	1 Dekaliter = 10 Liter, u. s. f.
1 Millimeter = 0,001 Meter	

Anmerkung 2.) Bei der Geldeintheilung jedoch ist der Name der Haupteinheit nicht beibehalten, sondern „der Franc“ ist eingetheilt in 10 Decimes zu 10 Centimes, so daß 1 Franc=10 Dec.=100 Centimes ist.

5 Centimen heißen gewöhnlich 1 Sou, u. 1000 Millionen Franc eine Milliarde. 100 Kilogrammen heißen 1 metrischer Zentner, und 1000 Kilogrammen sind eine Schiffstonne (tonneau de Mer d. i. die Schwere von 1 Cubikmeter rein. Wassers).

§. 189. Gesetzlicher Zusammenhang der Haupteinheiten in Bayern. (Die Eintheilungen sieh' §. 48 u. f.)

A. Für alle Kreise mit Ausnahme der Pfalz.

1.) Längenmaaße. a) Die Haupteinheit ist **der alte bayerische Fuß**; seine Länge ist gleich 129,38 Pariserlinien (bei 13° Réaum.) Die **Klafter** hält 6, die geometrische Ruthe 10 bayer. Fuß.

b) Die **bayerische Elle** hält 2 Fuß $10\frac{1}{4}$ Zoll Ddz. bayer.

c) Der **Schritt** = 30 bayer. Ddz. Zoll = $2\frac{1}{2}$ Fuß bayer., als Feldschritt (Manövrirschritt) aller Waffengattungen, so wie für die Schußweiten der Handfeuerwaffen, und bei den topographischen Aufnahmen.

d) Die **Faust** = 4 Ddz.-Zoll rheinisch (= 4″ 3‴ 7^{IV} Ddz. bayer.), zur Bestimmung der Größe der Pferde.

e) Die **Meile** = 25 406 bayer. Fuß (topogr. Atlas von Bayern). Die geograph. Meile = 25 421,5963 = 25 421,6 bayer. Fuß, als der 15te Theil von 1 Grad, oder als der 5400te Theil des Erdäquators, wobei dessen Radius zu 21848252,7 bayer. Fuß angenommen ist (nach den Vorschr. für top. Zeichnungen).

f) Die bay. **Post-** od. **geometrische Stunde** = 12703′ bayer.

g) Der **rhein. Fuß** zu 139,13 Par. Lin. (= 1,075 359 41 b. Fuß), eingetheilt in 12 Zoll, der Zoll in 100 Theile, für die Ausmaaße aller Waffenstücke, wobei der **Duodecimal-Zoll die Einheit** ist. —

b) Die rhein. **Klafter** = 6 Fuß rhein., u. 2 Klftr. = 5 Schritt. Diese Schritte dienen zur Bestimmung der Portéen der Geschütze, und es ist 1 Schritt = $2\frac{2}{5}$' rh. = 28,8 Dbz. Zoll rh. = 30'' 11''' $7\frac{3}{4}^{IV}$ Dbz. bay.

2.) Flächenmaaße. a) **Der Quadrat-Fuß** ist die Haupteinheit. (§. 51). Die geographische □Meile = 646 257 559 bayer. □'.
b) Feldmaaß. 1 **Tagwerk** (Morgen, Jauchert) hält 40 000 b. □Fuß.

3.) Körpermaaße. a) **Die Klafter Brennholz** = 126 b. Kubikfuß (§. 52c).
b) Flüssigkeitsmaaß. **Die Maaßkanne** = 43 bayer. Dezimal-Kubikzoll.
c) Getreidemaaß. **Der altbayerische Metzen** zu $34\frac{2}{3}$ Maaßkannen.

4.) **Gewichte.** a) Handelsgewicht. **Das bayer. od. Münchner-Pfund** zu 560 französ. Grammen (§. 188. Ziff. 4).
b) Zollamts-, Post- u. Eisenbahngewicht. **Das Zollpfund** = 500 franz. Grammen = $\frac{1}{2}$ Kilogramme.
c) Medicinalgewicht. **Das Apothekerpfund** = 360 franz. Gramme.
d) Münzgewicht. **Das deutsche Münzpfund** = 500 fr. Gr. = 1 Zollpfund, seit 1857. (Von 1837 bis 1857 bestand die Münzmark = 233,855 fr. Gr.; vor 1837: die Kölnische Mark = 233,8123 fr. Gr.)
e) Der Gold- u. Silberarbeiter. **Die bayer. Mark** = 280 fr. Gramme = $\frac{1}{2}$ ℔. Handelsgewicht.
f) Artilleriegewicht. Das ehemalige **Nürnberger-Pfund**, und zwar 100 Nürnb. ℔. = 91,0640 ℔. bayer Handelsgewicht. Nach diesem Nürnbergerpfund sind die Gewichte der Kugeln benannt; die Gewichte aller übrigen Gegenstände aber, als z. B. der Pulverladungen, der Waffen 2c. werden nach dem bayer. Handelsgewicht angegeben.

5.) Geld. **Der Gulden** ist die Haupteinheit. Aus dem Münzpfund (zu 500 franz. Gramm.) reinen Silbers werden $52\frac{1}{2}$ Guldenstücke geprägt. Ein Guldenstück enthält daher $\frac{2}{105}$ Münzpfund = $9\frac{11}{21}$ franz. Gramm. = 9,5238 fr. Gr. reines Silber. Die Münzbestimmungen sieh' in den hier folgenden Erklärungen I. mit III. und §. 48.

B. In der Pfalz sind folgende metrische Maaße gesetzlich.

Ueber die Vergleichung dieser Maaße mit jenen der andern Kreise siehe §. 190 Bayern.

I. Im Allgemeinen sind vorgeschrieben.

1.) **Längen-Maaß.** Als Haupteinheit der franz. Meter mit Decad-Eintheil. (§. 188) Im Forstwesen und bei der Feldvermessung auch der alte bayer. Fuß mit 10theiliger Eintheilung.
Bei der Militär-Conscription nur der alte bayer. Fuß mit Dbz.-Eintheilg.

2.) **Flächenmaaß.** a) Als Haupteinheit der franz. Quadratmeter (§. 188).
b) **Feldmaaß.** Die fr. Are und auch das bayer. Tagwerk.
100 Are d. i. 1 Hectare heißt auch metrischer Morgen.
15 Hectare sind sehr nahe = 44 bayer. Tagwerk. (§. 190.)

3.) **Körpermaaß.** a) Der fr. Kubikmeter ist die Haupteinheit.
b) Die Klafter Brennholz = 144 bayer. Kub.-Fuß = $1\frac{1}{7}$ bayer. Klft.; indem die Scheiter 4 bayer. Fuß Länge haben.

c) **Flüssigkeits- und Getreide-Maaß.**	Der fr. Liter ist die Haupteinheit (§. 188. 3). 1 Kiloliter (=1000 Liter) heißt metr. Fuder; 1 Hectol. (=100 Lit.) heißt metr. Malter bei Getr. 2c.

4.) **Gewicht.** a) Die Haupteinheit ist das Gramme (§. 188. 4). 100 Kilogrammen heißen 1 metrischer Zentner.
b, c, u. d) sind wie die bei A. für alle übrigen Kreise gesetzlichen.

II. Im Kleinhandel sind gebräuchlich und gesetzlich erlaubt.

1.) **Längen-Maaß.** a) der neue Fuß, zu $\frac{1}{3}$ fr. Meter, eingeth. in 12″ à 12‴.
b) Die Elle zu $\frac{6}{10}$ Metr., eingeth. in $\frac{2}{2}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{8}{8}$, $\frac{16}{16}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{6}{6}$, u. $\frac{12}{12}$.
(Der Stab = 2 Ellen = 1,2 Meter.)

2.) **Flächenmaaß.** Der neue Quadratfuß (=$\frac{1}{9}$□Met.) à 144 □″, à 144 □‴.

3.) **Körpermaaß.** a) der neue Kub.-Fuß (=$\frac{1}{27}$K.Met.) à 1728 K″. à 1728 K‴.
b) **Flüss.-Maaß.** Der Schoppen = $\frac{1}{2}$ fr. Liter, geth. in $\frac{2}{2}$ u. $\frac{4}{4}$ Schop.
c) **Getreide-, Mehl-2c. Maaß.** Das neue o. metr. Malter = 1 fr. Hectol., eingeth. in 4 Viernsel ($\frac{1}{4}$ Hectoliter), zu 2 Simmern oder Sester, zu 4 Vierling, so daß 1 Malter = 4 Viernsel = 8 Sim. = 32 Vierl.

4.) **Gewicht.** Das neue Pfund = 500 fr. Gram. = $\frac{1}{2}$ Kilogr.; d. ℔. à 32 Lth. à 4 Quintchen. — 100 neue ℔. heißen 1 leicht. Ztr., u. 2 Lth. = 1 Unze. Ein neues Pfund ist das Gewicht von 1 Schoppen reinen Wassers.

Anmerkung. Die im gegenwärtigen §. 189 angegebenen Maaß- und Gewichts-Einheiten sind die einzigen im Königreiche vorgeschriebenen; und obgleich in manchen Kreisen oder Städten und Märkten ältere Maaße und Gewichte noch nicht völlig verdrängt sind, so bestehen dieselben doch nirgends gesetzlich.

Erklärungen. I. Mark und Pfund fein oder rauh.

Reines Silber und Gold heißen fein; ist aber ein anderes Metall zugeschmolzen, so heißen sie rauh. — Feinsilber und Feingold sind weiche Metalle; durch Zuschmelzen (legiren) von Kupfer werden sie härter, und nützen sich im Gebrauch weniger ab. Das rauhe (legirte) Metall wird aber nur nach seinem Feingehalt benannt, und auch nur dieser im Werthe berechnet. So heißt Silber z. B. 12-löthig, wenn die Mark (d. i. 16 Loth n. §. 53. c) aus 12 Loth Feinsilber und den übrigen 4 Loth Kupfer besteht; ferner heißt Gold z. B. 14-karätig, wenn die Mark (zu 24 Karat n. §. 53. c) nur 14 Karat Feingold und die übrigen 10 Karat Kupfer enthält; und Silber wie Gold heißen z. B. 900-theilig, wenn das Münzpfund (=1000 Tausendtheilen n. §. 53. b) aus 900 Tausendtheilen fein und den übrigen 100 Tsdtheilen. Kupfer zusammengeschmolzen ist. Und es hat z. B. von

1-löth. Silber	„eine ganze Mark"	von „1 Loth." = $\frac{1}{16}$ Mk. Feinsilber;
12- „ „	nur	von „12 „ " = $\frac{3}{4}$ Mk. „ ;
14-karät. Gold	den Werth	von „14 Kar." = $\frac{7}{12}$ Mk. Feingold;

900-thl. Silber od. Gold „ein ganzes ℔." nur d. Werth v. $\frac{900}{1000}$℔. = $\frac{9}{10}$℔. fein; u. s. f., wobei das zugeschmolzene Kupfer nicht im Werth gerechnet wird. — Kostet z. B. ein Münzpfund Feinsilber „$52\frac{1}{2}$ fl.", so kostet ein Münzpfund 900-theil. Silber nur $\frac{9}{10}$ hievon, d. i. $47\frac{1}{4}$ fl.

Nur wenn Gold mit Silber legirt ist, wird auch der Silberwerth gerechnet; so z. B. ist eine Mark achtzehnkarätiges mit Silber legirtes Gold = $\frac{3}{4}$ Mark Feingold + $\frac{1}{4}$ Mk. Feinsilber.

Aus Vorstehendem ist auch klar, daß Feinsilber 16=löthig, Feingold 24=karätig, und beide 1000theilig sind.

Gold= und Silberarbeiter sind in manchen Ländern verpflichtet, auf ihre Waare den Feingehalt und ihren Namen zu setzen; so z. B. in Bayern, wo überdieß das verarbeitete Silber nicht unter 13=löthig, Gold nicht unter 14=karätig seyn soll.

Der gesetzliche Feingehalt der Münzen ist hierfolgend angegeben in der

IIten Erklärung: Unter dem Münzfuß eines Landes versteht man die gesetzliche Bestimmung „Wie viel Stücke der Geld=„Haupteinheit (Gulden in Bayern) auf die Münzgewichts=Haupteinheit „(das Münzpfund i. B.) eines bestimmten Metalles (Feinsilber i. B.) gehen."

Da das königl. Münzamt zu München v. J. 1837 bis 1857 „24½ Guldenstücke aus der Mark (damalige Münzgewichtseinheit zu 233,855 Gram.) „Feinsilber prägte", so hatte Bayern in dieser Zeit den „Vierundzwanzig= und = einhalb=Guldenfuß in Silber=Währung" (¹).— Da aber seit 1857 obiges k. Amt „52½ Guldenstücke aus dem Münzpfund (dermal. Münz„gewichtseinheit zu 500 Gramm.) Feinsilber prägt", so hat Bayern jetzt den „zweiundfünfzig = und = einhalb = Guldenfuß in Silber=Währung. (¹)

Es enthält daher jedes Guldenstück an Feinsilber:

im frühern 24½ fl.=Fuß „$\frac{2}{49}$ Mark = 9,5451 Grammen",

im jetzigen 52½ fl.=Fuß „$\frac{2}{105}$ Münz=Pf. = 9,5238 Grammen",

wozu, der größern Härte oder geringern Abnützung im Verkehr wegen, ein Kupferzusatz von $\frac{1}{9}$ des Silbergewichts kömmt, so daß jedes Guldenstück wiegt:

im 24½ fl.=Fuß „$\frac{20}{441}$ Mark rauh" } von 9 Theilen Feinsilber
im 52½ fl.=Fuß „$\frac{4}{189}$ Münz=Pf. rauh" } und 1 Theil Kupfer.

IIIte Erklärung. Im deutschen Münzvertrag, der zu Wien am 24. Januar 1857 zwischen den deutschen Regierungen vereinbart wurde, sind die jetzigen Münzbestimmungen Deutschlands enthalten. Dieser Vertrag ist durch das Regierungsblatt für das Königreich Bayern Nr. 26 vom 11ten Mai 1857 bekannt gemacht, und ist auch in Noback's Münz=, Maaß= u. Gewichtsbuch v. J. 1858 Seite 901 bis 918 mit Nachträgen enthalten.

Einiges aus diesem Vertrag ist hierfolgend angegeben:

a) Das Pfund in der Schwere von 500 Grammen ist ausschließliches Münzgewicht, mit der selbstständigen Eintheilung in Tausendtheile und deren Decimalen (§. 53. b).

b) Mit Festhaltung der reinen Silberwährung (¹) soll als Landesmünzfuß gelten:

(¹) Anmerkung. Das Wort „Währung" einem Metall-Namen angefügt, bezeichnet dieses als das für die Geld-Haupteinheit eines Landes gesetzlich vorgeschriebene Metall. „Bayern hat Silberwährung", bezeichnet daher, daß dieser Staat seine Geld-Haupteinheit, d. i. den Gulden, nur in Silber ausmünzt; „England hat Goldwährung" bedeutet, daß England seine Geld-Haupteinheit, d. i. den Sovereign nur in Gold ausprägen läßt; und „Frankreich hat Silber- und Goldwährung" gibt an, daß dieser Staat seine Geld-Haupteinheit, „den Franc" (Sieh' §. 188 Ziff. 5) in beiden Metallen ausprägt, also Doppel-Währung hat.

Wird aber das Wort Währung einem Landes-Namen angefügt, so steht es anstatt Münzfuß; so ist „Oesterreichische Währung" gleichbedeutend mit „Oesterreichischem Münzfuß."

1) Der **Zweiundfünfzig=und=einhalb=Guldenfuß** zu $52\frac{1}{2}$ Guldenstücken aus dem Pfunde feinen Silbers, unter dem Namen **„Süddeutsche Währung"**, an Stelle des bisher. $24\frac{1}{2}$ fl.-Fußes.	In den Königreichen Bayern und Würtemberg; In den Großherzogth. Baden u. Hessen; „ „ Herzogth. Sachsen=Meiningen, u. Nassau; „ „ Fürstenth. Sachsen=Coburg, u. Schwarzburg=Rudolstadt (Oberherrsch.), und den Hohenzollerschen Landen Preußen; „ der Landgrafschaft Hessen=Homburg, und „ „ freien Stadt Frankfurt.
2) Der **Dreißig=Thaler=Fuß** zu 30 Thalern aus dem Pfund feinen Silbers, unter dem Namen **„Thaler=Währung"** an Stelle des bisher. 14 Thlr.-F.	In den Königreichen Preußen (exclus. Hohenzoll.), Sachsen u. Hannover; Kurfürstenthum Hessen, Großherzogth. Sachsen; in den Herzogth. Sachsen=Altenburg, Sachsen=Gotha, Braunschweig, Oldenburg mit Birkenfeld, Anhalt=Dessau=Cöthen u. Anhalt=Bernburg; in d. Fürstenth. Schwarzburg=Sondershausen, Schwarzburg=Rudolstadt (Unterherrschaft), Waldeck u. Pyrmont, Reuß ä. L. u. Reuß j. L., Schaumburg=Lippe und Lippe.
3) **Der 45=Guldenfuß**, zu 45 Gulden aus dem Pfunde feinen Silbers, unter dem Namen **„Oesterreichische Währung."**	Im Kaiserthum Oesterreich, sowie im Fürstenthum Lichtenstein.

Daher sind $52\frac{1}{2}$ fl. Sdd. W. = 45 fl. Oe. W. = 30 Thlr. Th. W. = 1 Münz℔. f. S.
Das ist $7\frac{1}{2} \times$ **7** fl. „ „ $= 7\frac{1}{2} \times$ **6** fl. „ $= 7\frac{1}{2} \times$ **4** Thlr. „ ; u. mit $7\frac{1}{2}$ dividirt,
gibt **7** fl. Sdd. W. = **6** fl. Oe. W. = **4** Thlr. Thl. W. —

Da ferner der Gulden Sdd. W. in 60 kr. zu 4 Pfennig, zu 2 Heller, der Gulden Oestr. W. in 100 Neukreuzer, und der Thaler Thl. W. in 30 Neugroschen à 12 Pfennig (im Königr. Sachsen zu 10 Pf.). abgetheilt ist, so lassen sich mit diesen Vergleichungszahlen alle Münzen Deutschlands vergleichen, worüber im §. 196 Tafeln folgen.

c) Die Münzstücke des 30 Thlr.= und $52\frac{1}{2}$ fl.=Fußes sollen völlig gleiche Geltung mit den gleichnamigen Münzstücken des frühern 14 Thlr.= und bezüglich $24\frac{1}{2}$ fl.=Fußes haben, und darf bei Zahlungen ein Unterschied nicht gemacht werden. (²)

d) Zur Vermittlung und Erleichterung des gegenseitigen Verkehrs werden zwei Hauptsilbermünzen unter der Benennung Vereinsthaler ausgeprägt:

1) Das Ein=Vereinsthaler=Stück zu $\frac{1}{30}$ ℔. Feinsilber = 1 Thlr. in Thalerwährung = $1\frac{1}{2}$ fl. österr. W. = $1\frac{3}{4}$ fl. süddeutscher W.;

(²) An Feinsilber enthält „ein Guldenstück":
im frühern $24\frac{1}{2}$ fl. Fuß „$\frac{2}{49}$ Mark = 9,54510 Gramm." } Siehe Seite 348.
„ jetzigen $52\frac{1}{2}$ „ „ „500 Gr.: $52\frac{1}{2}$ = 9,52381 Gramm." } II. Erklärung.
Der Unterschied beträgt daher nur .. 0,0213 Gramm. Feinsilber, d. i. 0,223 % des frühern Guldens, was nahezu $\frac{1}{5}$ Procent oder 1,0752 Heller ausmacht (Sieh' 2tes Beispiel auf Seite 327).

2) das Zwei-Vereinsthaler-Stück zu $\frac{1}{15}$ Z. Feinsilb. = 2 Thlr. in Thlr. W. = 3 fl. Oe. W. = $3\frac{1}{2}$ fl. Sdd. W. (³)

e) Der Feingehalt wird in Tausendtheilen ausgedrückt, und ist das Mischungsverhältniß der Vereinsmünzen auf 900 Tausendtheile Silber und 100 Tsdthle. Kupfer festgesetzt. Es werden demnach 27 einfache- oder auch $13\frac{1}{2}$ doppelte-Vereinsthaler ein Pfund wiegen. (⁴)

f) Der Durchmesser der Ein-Vereinsthaler-Stücke ist 33 Millimeter, der Zwei-Vereinsthaler-Stücke 41 Millimeter. (⁵)

g) Scheidemünzen, zur Ausgleichung bei Zahlungen im kleinen Verkehr, dürfen in Silber und Kupfer geprägt werden; jedoch nur nach dem dringenden Bedürfniß des eigenen Landes; die Silberscheidemünzen nach keinem leichtern Münzfuß als zu $60\frac{3}{8}$ fl. sdd. W., oder $51\frac{3}{4}$ fl. ö. W., oder $34\frac{1}{2}$ Thl. Thl. W., und Niemand darf genöthigt werden, eine Zahlung, welche den Werth der kleinsten Currant- oder groben Münze erreicht (d. i. $\frac{1}{2}$ fl.-Stück im $52\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ fl. im 45 fl.-Fuß, und $\frac{1}{6}$ Thlr.-Stück im 30 Thlr.-Fuß) in Scheidemünze anzunehmen. (⁶)

h) Zur weitern Erleichterung des gegenseitigen Verkehrs und zur Förderung des Handels mit dem Auslande prägen die vorstehend bei Lit. b benannten Staaten auch „Vereins-Handels-Münzen in **Gold**" unter der Benennung Krone und Halbe Krone, und zwar

1) die Krone zu $^1/_{50}$ des Pfundes feinen Goldes;

2) die Halbe Krone zu $^1/_{100}$ des Pfundes feinen Goldes. (⁷)

(³) Nebst den obengenannten Vereinsmünzstücken werden an Curant- oder grober Münze geprägt:

1) Im $52\frac{1}{2}$-Guldenfuße:

2-Guldenstücke, 1 fl.-, einhalb-, und einviertel-fl.-Stücke;

(Von letztern bis 1863 noch keine geprägt);

2) Im 30-Thalerfuße:

einsechstel Thalerstücke, und für das Königr. Sachsen zugleich $\frac{1}{3}$ Thalerstücke;

3) Im 45 fl.-Fuße:

2 fl.-, 1 fl.- und einviertel-fl.-Stücke;

(⁴) Aus dem nämlichen Grunde haben
189 Guldenstücke Sdd. W. die Schwere von 4 Münzpfund, und
81 Guldenstücke Oe. W. „ „ „ 2 Münzpfund;

(⁵) Der Durchmesser der 1-Guldenstücke ist 30 Millimeter, der Halbguldenstücke 24 Mm., der 2-Guldenstücke 36 Mm., der 6 kr.-Stücke 20, der 3 kr.-Stücke 17 Millimeter.

(⁶) Bayern prägt jetzt die 6 kr.- und 3 kr.-Stücke im 58 fl.-Fuß mit 350 Tsdthl. Feinsilber, die 1 kr.-Stücke im 60 fl.-Fuß zu 165 Tsdtheilen Feinsilber. — Im Allgemeinen heißen grobe oder Currant-Münzen jene, die im vollen Werth ausgeprägt sind, Scheide-Münzen jene, die der größern Prägekosten wegen, in geringerm Werth, in rauherm oder auch geringerm Metall (Kupfer), ausgemünzt werden. — So z. B. enthalten die Südd. Currantmünzen 2 fl.-, 1 fl.-, $^1/_2$ fl.-Stücke den Silberwerth von 2 fl., 1 fl. u. $^1/_2$ fl., dagegen die Sdd. Scheidemünzen 6 kr.-, 3 kr.-, 1 kr.-Stücke an Silber nur $5\frac{7}{16}$ kr., $2\frac{23}{32}$ kr., $\frac{7}{8}$ kr. Die französische Currantmünze „Franc" von Silber hat den Silberwerth von 28 kr. 1,4 pf. bayer. — Die Schweizer Rechnungsmünze „Franc" ebenfalls den Werth von 28 kr. 1,4 pf.; aber die Schweizer Scheidemünze „Franc" von Silber nur den Silbergehalt von 25 kr. 0,8 pf.

(⁷) Dieser einfachen Gewichtszahlen wegen, sind jene Goldmünzen practisch für

Zu diesem Goldgehalte kömmt noch $\frac{1}{9}$ desselben an Kupfer, so daß bereits 45 Kronen (oder auch 90 Halbekronen) ein Münzpfund wiegen, und das Mischungsverhältniß von 900 Tausendtheilen Gold mit 100 Tausendtheilen Kupfer haben (d. i. 9 : 1 wie bei den Silbermünzen und wie bei den französischen Münzen).

Der Durchmesser der Krone ist 24 Millim. (d. i wie jener der $\frac{1}{2}$ fl.-Stücke), der $\frac{1}{2}$-Krone 20 Millimeter (d. i. wie jener der 6 kr.-Stücke).

i) Der Silberwerth dieser Vereinsgoldmünzen im Verkehr wird lediglich durch das Verhältniß des Angebots zur Nachfrage bestimmt; die Eigenschaft eines die gesetzliche Silberwährung vertretenden Zahlmittels darf daher den Goldmünzen nicht beigelegt u. zu ihrer Annahme in dieser Eigenschaft Niemand gesetzlich verpflichtet werden. ([8])

k) Im Gewicht der Vereinsgoldmünzen ($\frac{1}{45}$ ℔. und $\frac{1}{90}$ ℔.) ist eine Abweichung im Mehr oder Weniger bis zu $2\frac{1}{2}$ Tsdtheilen ihres Gewichtes gestattet. Bei größerer Abweichung im Weniger findet für jedes vom Normalgewicht fehlende $\frac{1}{10}$ Tsdth. des ℔. (d. i. 50 Milligrammen) ein Werthabzug statt, bestimmt nach dem jeweiligen Cassencurs der Goldstücke, unter Zuschlag von $\frac{1}{2}$ Procent dieses Curses für Umprägungskosten. ([9])

Verkehr und Handel: Kostet z. B. im Handel ein Münzpfund Feingold „800 fl." oder „810 fl." oder „812 fl." ꝛc. so enthält an Feingold die halbe Krone für „ 8 fl." „ „8 fl. 6 kr." „„8 fl. 7,2 kr." ꝛc.

([8]) In Ländern mit einfacher Metall-Währung (Sieh' Anmk. 1.) haben die Münzen des zu dieser Währung bestimmten Metalles einen unveränderlichen Werth, wogegen die Münzen anderer Metalle, wie Waaren im Handel, den Preis ändern:

In Deutschland, mit gesetzlich einfacher Silberwährung, haben daher die Currant-Silbermünzen einen unveränderlichen Werth, dagegen alle Goldmünzen einen veränderlichen Handels-Werth, z. B.:

1 Krone von beiläufig 16 fl. bis 16 fl. 12 kr. in Silbergeld u. mehr,
1 Ducat „ „ 5 fl. 30 kr. bis 5 fl. 36 kr. in Silbergeld u. m.,
Das 20-Francs-Stück in Gold ungefähr von 9 fl. 18 kr. bis 9 fl. 24 kr. ꝛc.
Der engl. Sovereign (Pfundstück) von 11 fl. 43 kr. gegen 12 fl.; u. s. f.

In England (Nordamerika, Schweiz, Brasilien ꝛc.) mit gesetzlich einfacher Goldwährung haben die Goldmünzen den beständigen Werth; dagegen die Silbermünzen einen veränderlichen Handelswerth, nur daß jene Länder ihre Silbermünzen als Scheidemünzen prägen (Sieh' oben Anmk. 6, dann im §. 190. Schweiz, England).

In Ländern endlich mit Doppelwährung, wie Frankreich, haben dort sowohl die Silber- als auch die Gold-Münzen einen unveränderlichen Werth, der durch Gesetze bestimmt u. den Münzen aufgeprägt ist; z. B. als 5-Francs, 20-Francs, ꝛc. zu welchen Werthen sie allerorts in Frankreich, ob in Silber oder in Gold, angenommen werden müssen. — Da jedoch der Handel des Auslandes an diese Gesetze nicht gebunden ist, so kann er dem Lande mit Doppelwährung jene Geldsorten entziehen und einschmelzen, deren Metall er anderwärts höher verwerthen kann, und hiedurch jenem Lande entweder Mangel an den eingeschmolzenen Geldsorten oder wiederholte Prägekosten verursachen.

([9]) Ist z. B. der Cassencurs der Krone = 16 fl., so hat ein Münzpfund, d. i. 45 ganze Kronen den Werth von 45 × 16 fl. = 720 fl., daher $\frac{1}{10000}$ ℔. den Werth von $4\frac{3}{10}$ kr.; für jedes an der ganzen oder halben Krone fehlende $\frac{1}{10}$ Tausendtheil ℔. werden daher $4\frac{3}{10}$ kr. abgezogen. — Bei Umwechseln so beschädigter oder abgenützter Vereinsgoldstücke ziehen die Münzämter als Prägekosten überdieß noch $\frac{1}{2}$ Procent ab, d. i, $4\frac{4}{5}$ kr. bei 16 fl.. oder $2\frac{2}{5}$ kr. bei 8 fl.

Bei unvollwichtigen Ducaten ziehen Kaufleute für jeden abgängigen Gran (d. i. $\frac{1}{60}$ Ducatenschwere, §. 53. c) 5 kr., bei andern Goldstücken 4 kr. ab.

l) Jeder der vorbenannten Staaten kann bei seinen Cassen die Vereinsgoldmünzen nach einem voraus bestimmten Curs an Zahlungsstatt zulassen. Diese Cassencurs-Vorausbestimmung geschieht auf die Dauer von höchstens 6 Monat, nach dem Durchschnitt der amtlichen Börsencurse der vorhergegangenen 6 Monate. ([10])

m) Keiner der vortragenden Staaten ist berechtigt, Papiergeld mit Zwangscurs auszugeben, oder unter seiner Autorität ausgeben zu lassen, falls nicht Einrichtung getroffen ist, daß solches jederzeit gegen vollwerthige Silbermünzen auf Verlangen der Inhaber umgewechselt werden könne.

n) Die Dauer des Vertrags wird bis Ende d. J. 1878 festgesetzt.

II. Vergleichungs-Tafeln der Maaße, Gewichte und Münzen verschiedener Länder.

§. 190. Die Größe der Maaß-, Gewichts- u. Münz-Einheiten mehrerer Länder verwandelt in bayer. Einheiten.

Anmerkung 1.) Bei der Berechnung dieser Tafel wurde sich an die gesetzlichen Bestimmungen gehalten, und in Ermanglung dieser an die verläßigsten neuern Angaben; für Längenmaaß und Gewicht sind diese noch eigens im §. 191 zusammengestellt.

2.) Unter a) sind jedesmal Längenmaaße, unter b) Hohlmaaße für Flüssigkeiten, bei c) für trockene Gegenstände, unter d) Gewichte u. unter e) Münzen angegeben.

Als Abkürzungen stehen bei e:

R. n.	für rechnet nach,	**Sdd. W.**	für $52\frac{1}{2}$ fl.-Fuß,
S.	„ Silbermünzen,	**Th. W.**	„ 30-Thlr.-Fuß,
G.	„ Goldmünzen,	**Oe. W.**	„ 45 fl.-Fuß,
Sch.	„ Scheidemünzen,	**Pf. f.**	„ Pfund fein = 500 Gr. f.,
P.	„ Papiergeld,	**K.**	„ Krone = $\frac{1}{50}$ Pf. f. G.

3.) Um, nach Silbergeld des $52\frac{1}{2}$ fl.-Fußes, den Werth der Goldmünzen anzugeben, ist deren Goldgehalt in Kronen ausgedrückt, und diese Zahl mit 16 fl., als einem mittlern Silbercurs der Krone, multiplicirt. Für jeden andern Curs multiplicire man mit diesem Curs, anstatt mit 16 fl.

Was ist z. B. der Silberwerth des 20-Franken-Stücks, wenn die Krone a) zu 16 fl., b) zu 16 fl. 12 kr. gerechnet wird? Rechnung: Ein 20-Francs-Stück enthält an Gold so viel als 0,58065 Kronen (sieh' Frankreich §. 190).

Daher ist a) Ein 20 Fr.-St. = 0,58065 $\times$ 16 fl. = 9 fl. 17,4 kr.;
oder b) „ „ „ = 0,58065 $\times$ 16,2 fl. = 9 fl. 24,4 kr. (Sieh' §. 189, Anmerk. 7.)

([10]) Für die Staaten der süddeutschen Währung sind die amtlichen Börsecurse von Frankfurt a. M., Berlin und Hamburg angenommen. Nach diesen war, vom J. 1858 bis 1863, der höchste Curs der Krone 16 fl. 8 kr., der niederste 15 fl. 54 kr., der mittlere 16 fl. 1 kr. — Außer nach dem Goldgehalt ist der Curs aller Goldmünzen auch noch veränderlich, je nachdem eine Sorte mehr bekannt, oder beliebt, oder von Reisenden rc. mehr gesucht ist, als andere Goldmünzen. — Wenn der Curs der Krone zu 16 fl. Silberwerth ist (d. i. das Münzpfund Feingold zu 800 fl.), so hat Gold den 15,238 fachen Werth des Silbers, d. i. nahezu $15\frac{1}{4}$ fach. In Frankreich ist gesetzlich Gold = $15\frac{1}{2}$ mal Silber (§. 188. Zif. 5).

Namen der Länder und der Einheiten.	Werth in bayerischen Einheiten.	Eintheilungen und Bemerkungen. Sieh' d. Abkürzungen u. Anmerk. §. 190. Seite 352. Comma zwischen Eintheilungen bedeuten à od. zu.
Altenburg, Herzogthum. Siehe: sächsische Herzogthümer.		
Anhaltische Herzogthümer: e) Wie K. Preußen seit 1857.		
Baden, Großherzogthum. Das Maaßsystem ist auf das franz. gegründet.		
a) der Fuß	1,0279 Fuß	=0,3Met.; 1Ruthe zu 10′, 10″, 10‴, 10Pkt.
die Elle	0,7203 Ellen	= 2′ bad. = 0,6 Met. — 1 Klftr. = 6′.
1 Wegstunde	15 229 Fuß	=$\frac{3}{5}$bay.Ml.; 1bd.Ml.=29629$\frac{17}{27}$′bd.=2St.
b) die Maaß	1,40315 Maaß	(= 1$\frac{1}{2}$ fr. Lit.); 1 Maaß = 10 Gläser.
die Ohm	2,3386Schk.Eim.	1 Fuder=10 Ohm, à 10 Stützen, à 10 Maaß.
c) das Malter	0,6746 Schffl.	à 10 Sester, à 10 Mäßlein, à 10 Becher.
d) das Pfund	0,89286 Pfund.	= 500 Gr.= $\frac{1}{2}$ Kilogr., à 32 Lth., 4 Qt.
e) Seit 1857	wie Bayern.	Sieh' dort u. Münzvertrag §. 189. III. Erkl.
G*. Ducaten	5 fl. 30$\frac{1}{2}$ kr.	(* Vor 1857) = 0,34419 Kron.
10 fl.=Stück	9 fl. 56 kr.	=0,62094 K.; 5 fl.=Stücke im Verh.
10 Thl.=Stück	16 fl. 33$\frac{1}{2}$ kr.	=1,0349K.; 1000fr.=St. (dopp. Louisd'or).
Bayern, Königreich. Sieh' auch §. 189 und §. 48 mit §. 53.		
a) der Fuß	1 Fuß	= 129,38‴ Par.
die Elle	1 Elle	= 2′ 10$\frac{1}{4}$″ bayer. = 34$\frac{1}{4}$″ Ddz. bayer.
die Chaus.=Ml.	25406 Fuß	à 2 Post= od. Säulenstunden à 12703′.
die geogr. Meil.	25421,6 Fuß	à 2 geographische Stunden (Siehe §. 189).
b) die Maaß	1 Maaß	=0,043 bay. Kubikfuß; à 4 Quart.
Schenk=Eim.	60 Maaß	1 Visir=Eimer = 64 Maaß (§. 189).
c) das Schäffel	1 Schäffel	(=208 Mß.); à 6 Mtz., 2 Vrtl., 8 Mßl., 2 Dr.
d) d. Handels=Ꝉ.	1 Pfund	zu 32 Lth., zu 4 Qt.; 1 Zt.=100 Ꝉ. (§. 189).
das Zoll=Ꝉ.	0,892857 Pfund	= 500 Gramm. = 1 Münz Ꝉ.
e) R. n. Gulden	1 fl. Sdd. W.	52$\frac{1}{2}$fl.=1Ꝉ.f.Silber; Sieh Münzvertr. §. 189
S. Vereinsthaler	1 fl. 45 kr.	Doppel=Vereinsthaler = 3 fl. 30 kr.
Gulden=St.	1 fl.	2 fl.=, und $\frac{1}{2}$ fl.=Stücke im Verhältniß.
Sch. 6=kr.=St.	5 kr. 1$\frac{3}{4}$ pf.	nach ihrem Silbergehalt (sieh' §. 189. Amk. 6),
3 „ „	2 kr. 2$\frac{7}{8}$ pf.	im Kleinverkehr aber gesetzl. zu 6kr., 3kr. u. 1kr.
1 „ „	3$\frac{1}{2}$ pf.	In Kupfer: 2 pf., 1 pf. und 1 Heller.
G. Krone	16fl.; $\frac{1}{2}$Krone=8fl.; vor 1857 Ducate=5fl.30$\frac{1}{2}$kr=0,34419K.	
P. Banknoten zu	10 fl. u. 100 fl.	der Münchner=Bank, im Curs wie Silbergeld.
Pfalz: a) der * Fuß	1,142103 Fuß.	(*metrische) 1 Mètre à 3′ à 12″ à 12‴.
Pfalz: die Elle	0,720275 Ellen.	=0,6 Mèt. geth. i. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$ (2 E. heiß. Stab.)
Pfalz: b) der Liter	0,935431 Mß.	1 Fuder à 10 Ohm à 108 Lit. (=101 b. M.) à
Pfalz: die Ohm	1,683775 S. E.	2 halbe Liter (Schoppen), dann $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$ Litr.
Pfalz: c) Hectoliter	0,44973 Schffl.	die Eintheilung siehe §. 189. B.
Pfalz: d) d. Pfund	0,892857 Pfd.	= $\frac{1}{2}$ Kilogr., zu 32 Lth., 4 Qt. (§. 189).
Pfalz: f) d. Hectare	2,9349 Tagw.	und auch d. bayer. Tagwerk (§. 189).
Belgien, Königreich. Maaß, Gewicht u. Münze wie in Frankreich.		
e) Banknoten ... zu 50; 100; 250; 500; u. 1000 Francs; im Curs w. Silb.		
Böhmen, siehe Oesterreich.		
Brasilien (Kaiserthum) hat Goldwährung seit 1849.		
e) **R.** n. Milreïs*	1 fl. 18 kr. 3$\frac{1}{2}$ pf.	*=0,082165K.; vor 1849 w. 1 Milr.=2fl. 5kr.
G. 10 Milr.=St.	13 „ 8 „ 3 „	=0,82165K.; 20 Milr.=St.=26fl. 17kr. 2pf.
S. Sch. 1 Ml.=St.	1 „ 13 „ 2$\frac{1}{2}$ „	zu 1000 Reïs; 2 Milr.= u. $\frac{1}{2}$ Milr.=St. i. Verh.

Namen der Länder und der Einheiten.	Werth in bayerischen Einheiten.	Eintheilungen und Bemerkungen. Sieh' d. Abkürzungen u. Anmerkungen §.190.S.352. Comma zwischen Eintheilungen bedeuten à od. zu.
Braunschweig, Herzogthum.		
a) der Fuß	0,9768 Fuß	Duodz.; 1⁰ = 16′; 1Ml. = 26000′ braunsch.
die Elle	0,6845 Ell.	= 2 braunschweiger Fuß.
b) das Oxhoft	3,4388 Sch. E.	à 60 Stübchen, à 4 Quartier, à 2 Nößel.
c) der Scheffel	1,3961 Schffl.	Der Wispel à 4 Schffl., à 10 Himten, à 4
d) Pfunde	wie Preußen	1 Ztr. = 100 ℔. — (Vierfaß à 4 Bech.
e) **R.** n. Thaler	1 fl. 45 kr.	zu 30 Groschen, zu **10** Pfen. seit 1857.
S. u. **G.** Münzen	seit 1857	nach Münzvertrag (S. 361) w. Kön. Sachsen.
G*. Pistolen	9 fl. 32 kr.	= 0,59572 K. (* Von 1834 bis 1857.)
Bremen, freie Stadt.		
a) der Fuß	0,9914 Fuß	Duod. u. Dez. — 1 Ruthe = 16 Fuß.
die Elle	0,6947 Ellen	= 2 Bremer Fuß.
b) der Ohm	2,2601 Sch. E.	à 45 Stübchen, 4 Quart, 4 Mingel.
c) der Scheffel	0,3331 Schffl.	1 Last = 4 Quart = 40 Schffl., 4 Vrtl., 4 Spint.
d) das Pfund	0,89286 Pfund	(= 500 Gr.) à 10 Neulth., 10 Qt., 10 Halbgr.; 1 Ztr. = 100 ℔.
e) **R.** n. Goldthl.*	1 fl. $54\frac{2}{7}$ kr.	= $\frac{5}{42}$ K.; ist Rechn.-Goldwähr. dah. veränderl.
S. Sch. $\frac{1}{2}$ Thaler.	— 54 kr. 2 pf.	der Thaler zu 72 Grote, zu 5 Schwaren.
$\frac{1}{6}$ Thl. = 12 Grote	— 18 kr. $\frac{3}{5}$ pf.	6-Grotest. = 9 kr. $\frac{3}{10}$ pf.; 1 Grotest. = 1 kr. $1\frac{1}{2}$ pf.
China, Kaiserreich.		
e) **R.** n. Tehl (Tale) od. Liang od. Silberunze	3 fl. 30 kr.	1 Tehl (S.-Unze) = 10 Mehs (Mace o. Thsian) = 100 Condorin (Fen) = 1000 Li (Käsch, Titjes).
Sch. der Li oder Käsch	— " $\frac{1}{5}$ kr.	Scheidemünze in Kupfer-Zink v. veränd. W.

China prägt weder **S.** noch **G.**-Münzen, sondern nur die Scheidem. „Li." zum kleinen Verkehr; für den Großhandel dienen Gold- u. Silber-Barren und spanische Piaster (Dollar od. Pillar genannt), wobei 25 Piaster = 18 Tehl gelten.

Dänemark, Königreich.		
a) der Fuß	1,0753 Fuß	Duodz.; 1⁰ = 10′; 1 Ell. = 2′ = 0,7535 b. Ell.
die Meile	25 810 Fuß	= 24000 Dän. Fuß. (Fuß u. Ml. w. Preußen).
b) der Pott	0,9037 Maaß	1 Fuder Wein à 6 Ahm, 4 Anker, 930 Pott.
die Biertonne*	2,0485 Sch. E.	* wonach auch Butter, Fleisch ꝛc. gemess. wird.
c) die Korntonne	0,6251 Schffl.	à 8 Scheffel.
d) das Pfund	0,89286 Pfund	(= 500 Gr.) à 100 Quint., 10 Ort; Ztr. à 100 ℔.
e) **R.** n. Rchsthl.*	1 fl. 19 kr. 2,55 pf.	= 6 Mark = 96 Schill. à 5 pf. (* o. Rchsbankth.)
S. Dop.-Rchsth.	2 " 39 " 1,1 "	heißt auch 1 Species-Thlr. = 12 Mark.
Reichsthaler	1 " 19 " 2,55 "	(od. $\frac{1}{2}$ Sp.-Th. = 6 Mark) = 96 Schill. zu 5 pf.
halber Reichsthlr.	— 39 " 3,27 "	= 48 Schill. dän. oder nach Schlesw. Holstein Curant = 15 Schill. Cur.
Drittel "	— 26 " 2,18 "	= 32 " " = 10 " "
Sechstel "	— 13 " 1,09 "	= 16 " " = 5 " "
Zwölftel "	— 6 " 2,54 "	= 8 " " = $2\frac{1}{2}$ " "
G. 1 Fredericsd.*	9 fl. 31 kr. 1 pf	= 0,59502 K. } * Auch Christiansd'or und Pistole genannt.
Doppel- "	19 " 2 " 2 "	= 1,19003 K.
P. Zettel der dänisch. Nationalbank zu 5-, 50- u. 100-Reichsthaler, wie Silber.		
England, Irland, Schottland und alle Colonien.		
a) der Fuß	1,0443 Fuß	$1\frac{1}{3}$ Span, o. 3 Hands, o. 4 Palms o. 12″ à 10‴.
* J. S. Yard	1,0977 Ellen	* Imperial Standard Yard = 3 Fuß engl.

Namen der Länder und der Einheiten.	Werth in bayerischen Einheiten.	Eintheilungen und Bemerkungen. Sieh' d. Abkürzungen u. Anmerkungen §. 190. S. 352. Comma zwischen Eintheilungen bedeuten à od. zu.
die Meile	5514,0 Fuß	=1760 Yard; 2Y.=1 Fathom; $5\frac{1}{2}$ Y.=1R.
die League *	19067,8 „	(*sp.Lig) 20 Leag.=1 Grad=20 franz. Seeml.
b) d.J.St.Gallon	4,2501 Maaß.	1 Quarter à 64 Gallons, 4 Quarts, 2 Pints.
c) Quarter (Imper. Stand)	1,3077 Schffl.	à 2 Combs, à 2 Strickes, à 2 Bushels, 4 Peeks. à 2 Gallons, 2 Pottles, 2 Quart, 2 Pints.
d) ℔. av. dup.*	0,8100 Pfund	*Handels℔. à 16 Unz., 16 Dr. — 1 Zt.=112℔.
St. Troy ℔.	0,6665 Pfund	zu Gold ꝛc. Brod à 12 Uz. 20 pf.; 1 Ton.=20 Z.
e) N. n. ℔. Sterl.	11 fl. 43 kr.	(=0,73224 K.) zu 20 Schilling- } sind Goldw. dah.
u. n. Schill.-Sterl.	— „ $35\frac{3}{20}$ kr.	zu 12 Pence-Sterling } i. Deutschl. verä.
G. Sovereign *	11 fl. 43 kr.	*Pfundstück zu 20 Schill.-, 12 Pence-Sterling.
S.- Sch. M. { Schilling	— „ 33 kr.	=12 Pence { Scheidemünz., d. in Großbritanien bis z. Betrage v. 2 ℔. Sterl. angenom. w. müssen. } $\frac{1}{2}$-, $\frac{1}{3}$-, $\frac{1}{4}$-, $\frac{1}{8}$-, -$\frac{1}{12}$-Schill. u. $\frac{1}{2}$ Krone i. V.
Florin (fl.)	1 fl. 6 kr.	=2 Schilling
Crown od. (Krone)	2 fl. 44 kr. 3 pf.	=5 Schilling
P. Banknoten . . . . . zu . . . 5 Pfund bis 1000 Pfund Sterling.		
G. vor 1817, die Guinea = 12 fl. 18 kr. = 0,76885 K. zu 21 Schill.-Sterl.		
Frankfurt a./M., freie Stadt.		
a) der Fuß	0,9751 Fuß	Duodz.; 1 Ruthe = $12\frac{1}{2}$ Fuß. — 1 Klft. = 6'.
die * Elle	0,6570 Ellen	* Frankfurter-Elle.
b) die Ohm	2,2362 Sch.-E.	=80 Eichmaaß=90 Schenkmß. à 4 Schopp.
c) das Malter	0,5160 Schffl.	à 4 Simmer, 2 Mest., 2 Secht., 4 Gescheid, 4 Mäß
d) das Pfund Seit 1858	0,89286 Pfund	(=500 Gram.) à 32 Lth., 4 Qt., 4 Richtpf. 100 ℔.=1 Ztr.
e) N. n. Gulden	1 fl.	$52\frac{1}{2}$ fl. Fuß u. die neuen Münz. w. Bayern.
Frankreich, Kaiserreich. (Siehe auch §. 188 u. §. 191.)		
a) Pariser Fuß *	1,113000 Fuß	*pied du roi zu 144''' par. (Vor 1795 gesetzl.)
der Mètre	1,20046 Ellen.	1 Lieu marine (20 auf 1 Grad) = 19068' bay.
der Kilometer	3426,310 Fuß.	1 geo. o. See-Ml. (60 „ 1 „) = 6356' „
der Miriameter	34263,101 Fuß.	1 gem. Stunde (25 „ 1 „) = 15227' „ 1 Poststd. = 12000 Pariser Fuß = 13356' „
b) der Litre	0,93543 Mß.	für trockne und für flüssige Gegenstände.
c) der Hectoliter	0,44973 Schffl.	= 100 Liter = 1,55905 bayr. Schenk-Eimer.
d) der Kilogram.	1,7857 Pfund	100 Kilogr. = 1 metrischer Zentr. (Quintal).
das alte ℔. *	0,8741 Pfund	*poids d. marc, à 16 Unz., 8 Gros, 72 Grains.
e) N. n. Franc	— 28 kr. 1,4 pf.	zu 100 Centimes (Sieh' §. 188. Ziff. 5.)
S. 5 Franc-Stück	2 fl. 21 „ 3 „	2 Francstücke = 56 kr. 2,8 pf.
1 „ „	— 28 „ 1,4 „	$\frac{1}{2}$ Fr. St. = 14 kr. 0,7 pf. 5 Centim. = 1 Sou = 1 kr. 1,67 pf.
G. 20 Francstück	9 fl. 17 „ 2 „	=0,58065 K. (Sieh' §. 189. III. Erkl. 8. Anmk.)
5 „	2 fl. 19 „ 1,5 „	100 Fr.-, 50 Fr.-, 40 Fr.-, 10 Fr.-St. i. Verhält.
P. Bankbillete der Bank zu Frankreich zu 200, 500, 1000 u. 5000 Fr.; „ der Bank Lafitte bis 25 Frcs.		
Griechenland, Königreich. (K. Griech. Reg.-Blatt von 1836.)		
a) Königl. Piki	3,42631 Fuß	= 1 fr. Met.; à 10 Palm, à 10'' à 10'''.
„ Meile	34263 Fuß	= 10000 „ ; 1 Meile zu 10 Stadien.
b) der Kgl. Liter	0,93543 Mß.	= 1 fr. Lit.; à 10 Cotyli, 10 Mistron, 10 Kub.
c) „ Kilo	0,44973 Schffl.	= 1 franz. Hektoliter.
d) „ Mine	2,67857 Pfund	= $1\frac{1}{2}$ fr. Kilogr.; zu 1500 Drachmen. 1 Talent = 100 Mine; 1 Tonne = 1000 Min.

Namen der Länder und der Einheiten.	Werth in bayerischen Einheiten.	Eintheilungen und Bemerkungen. Sieh' d. Abkürzungen u. Anmerkungen §.190. S.352 Comma zwischen Eintheilungen bedeuten à od. zu.
e) Seit 1833.		
R. n. Drachmen	— 25 kr. 1,5 pf.	à 100 Lepta } 1828—33 n. Phön. = 25 kr. 1,3 pf. v. 1828 n. span. Piast od. Collonat
S. 1 Drachm.-St.	— 25 kr. 1,5 pf.	1 Dr.-St. wiegt 4,47700 fr. Gr. mit 0,9 Fein.
5 „ „	2 fl. 6 kr. 3,7 pf.	½- u. ¼-Drachmenstück im Verhältniß.
G. 20 „ „	8 fl. 19 kr. 1 pf.	= 0,5199 K.; 40 Dr. i. V.
P. Banknoten zu	. . . . . .	25 Dr., 50 Dr. u. darüber; Cours wie Silb.
f) d. Stremma	0,2935 Tagw.	neues Feldermaaß.
Maaße u. Gewichte von Konstantinopel, welche allgemein in Griechenl. im Gebrauche waren.		
a) d. kleine Piki *	2,2202 Fuß	* v. Konstt. Endesse genannt = 0,648 } kgl. Piki.
die große „ *	2,2922 „	* „ „ Arschine „ = 0,669 }
Pik. d. Bauleut. *	2,5697 „	* (u. Feldmesser) = 0,75 königl. Pikis.
b) der alte Kilo	} 31,0234 Mß. 0,8948 Metz.	= 33,166 königl. Litres.
d) die Okka	2,2856 Pfund	= 0,8533 kgl. Mine; 44 Okka = 1 Cantaro.
f) alte * Strem.	0,3727 Tagw.	(* moreotische) = 1,27 kgl. Stremma.
		1778 □ Pikis der Feldmes. = 1 kgl. Strem.
Hamburg, freie Stadt.		
a) der Fuß	0,9816 Fuß	zu 12 Zoll, zu 8 Theile.
die Elle	0,6878 Ell.	= 2 Hamb.-Fuß = 254‴ par.
b) die Ahm	2,2576 Sch.-Eim.	à 5 Eim., 4 Viert., 2 Stübch., 2 Kannen.
c) der Scheffel	0,4739 Schffl.	à 2 Faß, 2 Himten, 4 Spint., 4 gr. Mß.
d) Seit 1858: d. ℔.	0,89286 Pfund	Eintheil. w. Hannover, u. auch 1 Ztr. à 100 ℔.
e) *) Thlr. Curt.	1 fl. 45 kr. —	1 Thlr. = 2½ Mk. Cur. = 40 Schl. C. } * Seit 1856 gesetzl.
R. } Mark- „	— 42 kr. —	1 Mk. C. = 16 Schilling Curant
n.) Schilling „	— 2⅝ kr. —	1 Schl. C = 12 Pfennig Curant
u. n. Mark Banko	— 53 kr. 0,85 pf.	(Früh. u. jetzt Bankwähr.) à 16 Schil. Bk., à 12 pf. B.
vor 1856 Mk. Cur.	— 43 „ 1,33 „	à 16 Schilling Lübisch, à 12 Pfennig.
S. Curant Thaler	1 fl. 45 kr. —	= 2½ Mk. C. = 40 Schil. C. } Noch nicht geprägt, dafür prß. ꝛc. Thlr.
zwei Thlr.-St.	3 „ 30 „ —	= 5 „ „ = 80 „ „
vor 1856. 1 Mk.-St.	— 43 „ 1,33 pf.	zu 16 Schil. Lübisch, à 12 pf. — Noch im Curs.
G. Ducate	5 fl. 28 kr. —	= 0,34177 K.
Hannover, Königreich.		
a) der Fuß	1,0008 Fuß.	Ddz.; 1° = 16′ ‖ 1 Meile = 25400 han. Fuß.
die Elle	0,7013 Ell.	= 2′ Hannov. ‖ = 25420,5 bay. „
b) die Ohm	2,4284 Sch.-E.	à 4 Anker, 10 Stübch., 2 Kan., 2 Ort, 2 Nößl.
c) das Malter	0,8406 Schffl.	die Last 16 Malt. à 6 Himten à 4 Metz.
d) Pfd. ält. u. jetzt.	wie Preußen	aber d. ℔. in 10 Neuloth, à 10 Qt., à 10 Halbgr.
R. n. Thaler	1 fl. 45 kr.	à 30 Grosch. à **10** pf. (Seit 1857 i. dtsch. Münz.-V.)
S. u. G. seit 1857	wie Preußen	: 2 Thl.-, 1 Th.-, ⅙ Th.-, $\frac{1}{12}$ Th.-St.; Kr. u. ½ Kr.
G. Wilhelmsd'or od. Pistole *	9 fl. 32 kr.	{ (= 0,59572 Kronen.) * Vor 1857 geprägt.
Hessen, Großherzogthum.		
a) der Fuß	0,8566 Fuß	(= 0,25 Mèt.) zu 10″, 10‴; 1 Klft. = 10′.
die Elle	0,7203 Ellen	(= 0,6 Mèt.); 1 Meile = 33810 bay. Fuß.
b) die Maaß	1,8709 Mß.	d. Ohm à 20 Viertel, à 4 Mß., à 4 Schopp.
c) das Malter	0,5757 Schffl.	à 4 Simmer, 4 Kumpf, 4 Gescheid, 4 Mäß.

Namen der Länder und der Einheiten.	Werth in bayerischen Einheiten.	Eintheilungen und Bemerkungen. Sieh' d. Abkürzungen u. Anmerkungen §. 190. S. 352. Comma zwischen Eintheilungen bedeuten à od. zu.
d) das Pfund	0,89286 Pfund	(=½ Kilogr.) à 32 Lth., 4 Qt.; 1 Ztr. = 100 ℔.
e) Rechnet und	. . . . .	hat Silbergeld wie Bayern.
G. 10-Guldenst.	9 fl. 43 kr.	= 0,60742 K. (Vor 1857 geprägt.)
Hessen, (Cassel) Kurfürstenthum.		
a) neu. Cassl. Fuß	0,98575' à 11'' rh.	Eine allgemeine Maaß- u. Gewichts-Ordnung ist nicht eingeführt; sondern es sind in den verschiedenen Orten und Landestheilen verschiedene Maaß und Gewichte gesetzlich, die hier aufzuführen der Raum nicht gestattet.
d) neues ℔.	wie Preußen	
e) R. u. S.-Geld	wie Preußen	
G. Wilhelmsd'or	9 fl. 39 kr.	(= 0,6032 K.)
Hessen-Homburg (Landgrafschaft), u. **Hohenzollern** (preuß. Lande).		
e) R. n. Gulden	1 fl.	S. u. G.-Münz. w. Bayern. S. 1857 b. Münz-V.
Holland, Königreich, hat das franz. Maaßsystem mit andern Namen.		
a) der Palm	0,3426 Fuß	(=0,1 fr. Met.) à 10 Duim à 10 Streep.
die Elle	1,20046 Ellen	(=1 fr. Met.); 10 Ellen = 1 Roede (Ruthe).
die Meile	3426,3 Fuß	= 1 Kilomt.; 1 alt. holl. Ml. = 20068' bay.
b) die Kan	0,9354 Maaß	(1 Lit.) 1 Vata, 100 Kan, 10 Maatje, 10 Vingerh.
c) die Mudde	0,4497 Schffl	(1 Hectoliter) à 100 Kopp à 10 Maatje.
d) das Pfund	1,7857 Pfund	(1 Kil.) à 10 Ons, 10 Lood, 10 Wigtje, 10 Kor.
e) R. n. Gulden	— 59 kr. 2,14 pf.	(=10 Gram. Silb. v. 945 Tsdthl. f.) zu 100 Cts.
S. 1-Guldenstück	— 59 kr. 2,14 pf.	zu 100 Cents; ½ fl.-Stück = 29 kr. 3 pf. } Seit 1847.
Ryksdaaler*	2 fl. 28 kr. 3,3 pf.	* Thaler od. 2½ fl.-Stück = 250 Cents.
G. Gd.-Willem†	9 fl. 41 kr.	(= 0,60561 K.) † od. 10 Guldenstück.
Gold-Ducat	5 fl. 30 kr.	(=0,34346 K.) Dop. W., ½ W. u. Dp. Duc.
P. Banknoten der Niederländ. Bk. zu 25, 40, 60, 80, 100, 200, 300, 500 u. 1000 fl. im Curs wie S.		
Kanada und **Jonische** Inseln (engl. Besitzungen). **Rech.** wie England.		
Krakau. Rechnet seit 1847 wie Oestreich.		
Lippe und **Schaumburg-Lippe.**		
e) R. S. u. G.	wie K. Preußen.	Seit 1857 im deutschen Münzverein.
G. Gg. Wilh. d'or	9 fl. 31 kr.	(=0,5901 K.) od. 5 Thl.-Stück; doppelte i. V.
Lübeck, freie Stadt.		
e) R. n. Thaler	1 fl. 45 kr.	1 Thl. = 2½ Mark = 40 Schilling à 12 Pfennig.
u. Mark	— 42 kr.	z. 16 Schil. à 12 pf. (= 12 pr. Sgr. = 60 ö. Neuk.)
S. Preußische Curantmünzen: der Doppelthaler = 5 Mark, u. so im Verhält.		
P. Banknoten zu		10 bis 200 Thlr. i. C. wie Silber.
Mecklenburg-Schwerin u. **Meckl.**-Strelitz (Großherzogthümer).		
e) R. n. Thaler	1 fl. 45 kr.	zu 48 Schilling, zu 12 Pfennig (Seit 1848).
S. Thaler	1 fl. 45 kr.	zu 48 Schilling, zu 12 pf.
⅙ Thaler	— 17 kr. 2 pf.	zu 8 Schilling.
G. Pistole	9 fl. 33 kr.	(=0,59657 K.); Doppel-Pistole im Verh.
Mexico, Freistaat.		
e) R. n. Peso*	2 fl. 30 kr. 3 pf.	* oder Piaster zu 8 Reales à 4 Quartil.
S. Peso o. Piast.	2 fl. 34 kr.	auch Dollar (zu 100 Cents) genannt.
G. Onza de Ore*	37 fl. 53 kr.	(=2,36813 K.)* o. Doblone zu 8 Escudo d. o
Escudo de oro	2 fl. 22 kr.	= ⅛ Onza d. o.; ½ Esc. = Peso d. o. = 1 fl. 11 kr.

Namen der Länder und der Einheiten.	Werth in bayerischen Einheiten.	Eintheilungen und Bemerkungen. Sieh' d. Abkürzungen u. Anmerkungen. §.190. S.352. Comma zwischen Eintheilungen bedeuten à od. zu.
Modena.		
e) M. n. Lire ital.	— fl. 28 kr. 1,4 pf.	S. u. G. w. Frankr. 5 Lireſt. heißt Scudi nuov.
Nassau, Herzogthum. †		
a) der Feldfuß	1,71315 Fuß	= $\frac{1}{2}$ Met.; 1 Ruthe = 10 Fuß à 10 Zoll.
die Elle	0,6614 Ellen	1 Werkfuß = 0,3 Met. wie in Baden.
b) die Ohm	2,1135 Sch. E.	à 20 Viertl., à 4 Mß., à 4 Schoppen.
c) das Malter	0,4905 Schäffel	à 4 Virnſel, à 4 Kümpfe, à 4 Geſcheid.
d) das Pfund	0,89286 Pfund	(= 500 Gr. = $\frac{1}{2}$ Kilogr.) à 32 Lth., 4 Qt.;
e) M. n. fl. u. hat die neuern Münzen wie Bayern.		1 Ztr. = 100 ℔.
Nordamerikanische, vereinigte Staaten haben **Gold**währung.		
e) M. n. Dollar*	2 fl. 24 kr. 1,7 pf.	(= 0,15046 K.) zu 100 Cents; * od. Piaster.
G. Doll. (Piaster)	2 „ 24$\frac{1}{2}$ kr.	(= 0,15046 K.); $\frac{1}{2}$ Dollar-Stück = 1 fl. 12 kr.
Adler (Eagle)	24 „ 4 kr. 2 pf.	zu 10 Dollars (= 1,50462 K.); 2-, $\frac{1}{2}$ u. $\frac{1}{4}$-Adler.
3 Dollar-Stück	7 „ 13 kr. 1 pf.	(= 0,45138 K.)
S. Sch. $\frac{1}{2}$ Dollar	1 „ 10 kr. 2,2 pf.	zu 50 Cents.
3 Cents-Stück	— „ 3 kr. 3,2 pf.	25-, 10- u. 5-Cents-Stücke im Verhältniß.
Norwegen, (Königreich) hat die Maaß und Gewichte wie Dänemark.		
e) M. n. Spec.-T.	2 fl. 39 kr. 1 pf.	zu 120 Schilling Species (od. 5 Mk. à 24 Schil.)
S. Species-Thlr.	2 „ 39 kr. 1 pf.	$\frac{1}{2}$-, $\frac{1}{5}$-, $\frac{1}{10}$- u. $\frac{1}{15}$-Species-Thaler im Verh.
P. Noten d. Reichsbank zu 100, 50, 10, 5, 1 u. $\frac{1}{2}$ Spec.-Th., Curs w. S.		
Oesterreich, Kaiserthum. Für den ganzen Kaiser-Staat, ausgen. Venetien.		
a) Wiener-Fuß	1,0830 Fuß	1 Klafter = 6′ à 12″ à 12‴ à 12 Punkt.
„ Elle	0,93534 Ellen	†† (und siehe auch §. 191.)
östr. Postmeile	25992 Fuß	= 4000 Wienerklafter = 24000 Wien.-Fuß.
b) Wiener-Maaß	1,3236 Maaß	à 4 Seideln. (1 Bier-Eimer = 42$\frac{1}{2}$ W.-Mß.)
„ Eimer	0,8827 Sch. E.	(= 56,6 fr. Liter) 1 W.-E. = 40 Wien.-Mß.
c) der Metzen	0,2765 Schffl.	d. Muth à 30 Mtz.; à 8 Achtel, à 4 großen Maßeln, à 2 kleine Maßl., à 2 Becher.
d) W. Handl. ℔.	1,000021 Pfund	Ztr. à 100 ℔., 32 L., 4 Qt. — Zollpfund = 500 Grammen.
e) M. n. Gulden	1 fl. 10 kr.	45 fl. Oe. W. = 1 Mz. ℔. Feinſ. (deutſch. Mz. V.)
S. 1 Guldenstück	1 „ 10 „	zu 100 Neukreuzer (od. 100 Soldi austriac).
$\frac{1}{4}$ Guldenstück	— „ 17 kr. 2 pf.	zu 25 Neukreuzer; 2-fl.-Stück im Verhält.
Vereins-Thaler	1 fl. 45 kr.	= 1$\frac{1}{2}$ fl. Oestr. W.; Dopp.-Ver.-Th. = 3 fl. Oe. W.
Levantiner-Thlr.	2 fl. 27 kr.	mit Maria-Theresia-Bild u. Jahrszahl 1780.
G. Krone	16 fl. —	$\frac{1}{2}$ K. = 8 fl. Von veränd. Curs ſ. §. 190 Mz. V.
Ducat	5 fl. 30 kr.	(= 0,34419 K.)

P. Banknoten der Wiener Nationalbank zu 1 fl., 2, 5, 10, 25, 50, 500 u. 1000 fl. die in den östreich. Staaten (ausgenommen der italien. Prov.) zwangsmäßig wie Silbergeld cursiren; im Auslande (u. ital. Prov.) haben sie veränderlichen Curs.
Münzscheine zu 10 Neukreuzer, ebenfalls mit Zwangscurs in Oestreich.
Wienerwährungs-Scheine, von denen 5 fl. = 2 fl. National-Banknoten.

†) Von den unter Nassau stehenden Bestimmungen ist der Fuß und das Pfund ein allgemeines Landesmaaß. Die übrigen sind local und an verschiedenen Orten auch verschieden. Die Meisten haben die ehemaligen Mainzer-Maaße und Gewichte, daher diese nach a) folgend angegeben sind.

††) Im Ingenieur-Corps, der Marine u. b. Batteriebau wird n. d. Pariserfuß gemessen.

Namen der Länder und der Einheiten.	Werth in bayerischen Einheiten.	Eintheilungen und Bemerkungen. Sieh' d. Abkürzungen u. Anmerkungen §. 190. S. 352. Comma zwischen Eintheilungen bedeuten à od. zu.
In Venedig und Mailand.		
Lomb. u. Ven. a) Metro	3,4263 Fuß	zu 10 Palmi zu 10 Diti zu 10 Atomi.
e) N. u. Florenus	1 fl 10 kr.	zu 100 Soldi austr. (= 100 Neukr.) G. u. S. sieh' Oestr.
G. Souverain	16 fl. 19 kr.	(= 1,01989 K.) von früher; ½ Souv. i. Verh.
Venedig. a) der Fuß	1,1913 Fuß	5' = 1 Passo; 1 ital. Meile = 6355' bayer.
gewöhn. Elle	0,817 Ellen	Die Seiden-Elle = 0,766 bayer. Elle.
b) Biconz.	2,4132 Sch. E.	1 Amph. à 4 Biconz., 2 Conzi, 64 Bocc.
c) Stajo	0,3816 Schffl.	3 Stajo = 2 Sacco.
d) Handels-℔.	0,8518 Pfund	zu 2 Marchi zu 6 Once zu 4 Quarti.
kleines Pfd.	0,5379 Pfund	zu 12 Once, zu 4 Quarti.
Mailand. a) Braccio	0,7141 Ellen	Die italienische Meile = 6355 b. Fuß.
b) Brenta	1,1495 Sch. E.	zu 96 Boccali.
c) Some	0,4994 Schffl.	zu 10 Mine zu 10 Pinten zu 10 Koppi.
Moggio	0,6570 Schffl.	zu 8 Stari zu 4 Quartari.
d) Metr. ℔.	1,7857 Pfund	1 Centinajo à 10 Rubo à 10 ℔. à 10 Once.
		zu 10 Grossi zu 10 Denari zu 10 Grani.
Verona b) *)	1,1291 Sch. E.	* 1 Brenta.
Ostindien (Englische Besitzungen).		
e) N. n. C.-Rupie	1 fl. 7 kr. 1,4 pf.	S. 1 Compagnie-Rupie = 1 fl. 7,358 kr.
Oldenburg, Großherzogthum.		
a) der Fuß	1,0156 Fuß	zu 12'', zu 12'''. 1 Ruthe = 18' od. 20'.
die Elle	0,6973 Ellen	Die Meile = 1¼ bayer. Meilen.
b) die Kanne	1,373 Maaß	Die Biertonne zu 4 Henkemanns, zu 28 Kan.
der Anker	0,5950 Sch. E.	1 Orhoft à 1½ Ohm à 4 Anker à 26 Kan., 4 Orts.
c) d. Oldb. Tonne	0,8015 Schffl.	Das Malter zu 12 Tonnen zu 8 Schffl.
d) d. Pfd. (s. 1858)	0,89286 ℔.	= 500 Gr. = 1 Zoll-℔. — Einth. w. Hannover.
e) N. n. Thaler	1 fl. 45 kr.	zu 30 Neugroschen zu 10 pfen.
S. u. G. seit 1857	. . . .	wie Preußen, da im deutsch. Mz.-Ver. §. 189.
Polen, russisches Königreich. Bestimmungen seit 1819.		
a) Stopa (Fuß)	0,9868 Fuß	zu 12'' zu 12''' (1''' = 2 fr. Millimet.)
Lokiec (Elle)	0,6915 Ellen	= 2 polnische Fuß; 1 Klft. = 6'; 1° = 15'.
die Meile	29240 Fuß	= 8 russische Werst.
b) Beczka	1,55905 Sch. E.	zu 25 Garniec zu 4 Kwarty.
c) der Korzek	0,5757 Schffl.	zu 4 Cwier, zu 8 Garcy zu 4 Kwar. (= 1 Lit.)
d) das Funt	0,7241 Pfund	zu 32 Lutow, zu 4 Drachm. 1 Zntr. = 100 ℔.
N. vor 1842 in fl.	— 17 kr.	zu 30 Groschen.
Rechn. seit 1842	. . . .	wie Rußl. u. Rubel; 1 Rub. = 6⅔ fl. polnisch.
S. 1½ Rubelstück	2 fl. 50 kr.	= 10 Gulden polnisch } mit russischer u. polnischer Werthbezeichng.
¾ Rubelstück	1 „ 25 kr.	= 5 „ „
15 Kopeken-St.	— 17 kr.	= 1 fl. p.; 30 Kop. = 2 fl. p.
G. Imper. Ducat.	5 fl. 45½ kr.	(= 0,35992 K.) zu 3 Rub. oder 20 fl. poln.
Portugal, Königreich.		
a) der * Fuß	1,1277 Fuß	(* laufende oder gemeine) zu 12 Zoll.
Vara (Elle)	1,3171 Ellen	Die Meile = ⅚ bayer. Meile.

Namen der Länder und der Einheiten.	Werth in bayerischen Einheiten.	Eintheilungen und Bemerkungen. Sieh' d. Abkürzungen u. Anmerkungen §. 190. S. 352 Comma zwischen Eintheilungen bedeuten à od. zu.
b) die Pipa	6,7864 Sch.=E.	1 Tonelada zu 2 Pipa zu 312 Canhados.
c) der Fanega	0,2430 Schffl.	zu 4 Alqueiras zu 4 Quart zu 4 Mequias.
d) das Pfund	0,8196 Pfund	1 Quintal = 128 ℔. = 4 Arrobas à 32 ℔.
e) Goldwähr. s. 1854.		
R. n. Milreïs	2 fl. 36 kr.	(= 0,16262 K.) zu {1 Conto de Reïs} 1000 Reïs {= 1 Million Reïs.}
G. Gold=Krone (Corôa)	26 fl. —	(= 1,6257 K.) = 10 Milreïs=Stück.
$\frac{1}{10}$ Gold=Krone	2 fl. 36 kr.	od. Milreïsstück; $\frac{1}{2}$=, $\frac{1}{5}$= Goldkrone im Verh.
S. Sch. Tostâo	— 14 kr. $1\frac{3}{4}$ pf.	= 100 Reïs {2 Tost.=St. = 200 Reïs} im
5=Tostoes=Stück	1 fl. 12 kr. $\frac{3}{4}$ pf.	= 500 Reïs {$\frac{1}{2}$ Tost.= „ = 50 Reïs} Verh.
Preußen, Königreich.		
a) Fuß (Rhein.)	1,07536	12″, 12‴; in der Artill. zu 12″ u. Dec. wie in der bay. Artill.
Ruthe Duodec.	12,90432	= 12′; diese Ddz. Ruth. wird b. Feldm. in 10′ Dz., 10″ Dz., 10‴ geth.
die Elle	0,8006 Ellen	1 Klafter = 1 Faden = 6′ pr.
die Meile	25 810 Fuß	= 24000 Fuß rhein.
b) das Quart	1,0711 Maaß	d. Eimer hat 60 Qrt.; die Biertonne 100 Qt.
c) der Scheffel	0,2472 Schffl.	1 Wispel = 24 Schff. zu 16 Metzen, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ Mtz.
d) Pfund (Seit 1858)	0,89286 Pfund	{(= 500 Gram.); 1 Ztr. = 100 ℔. à 30 L., 10 Q., 10 Cent., 10 Korn.
ält. Pfund (vor 1858)	0,8352 Pfund	{1 ält. Ztr. = 110 ält. ℔. 40 Zntr. = 1 Schiffslast.
e) R. n. Thaler	1 fl. 45 kr.	(30 Th. = 1 Mz. ℔. F. silb.) s. Münzvert. §. 189.
S. Thlr. (Vereins)	1 „ 45 „	zu 30 Silbergroschen zu **12** Pfennig.
Doppel=Thaler	3 „ 30 „	= 3 fl. östr. Währung.
$\frac{1}{6}$ Thaler	— 17 kr. 2 pf.	= 5 Silbergroschen = $\frac{1}{4}$ fl. östr. Währ.
Sch. Silbergrosch	nominal $3\frac{1}{2}$ kr.	; Realwerth = 3,043 kr. an Feinsilber.
$2\frac{1}{2}$ Silb.g. ($\frac{1}{12}$ Th.)	„ $8\frac{3}{4}$ kr.	; „ = 7,609 „ „ „
G. Krone u. $\frac{1}{2}$ Kr.	16 fl. u. 8 fl.	Vereinshandels=Mz. m. wechs. Curs g. Silb.
Friedr. d'or (einf.)	† 9 fl. 39 kr.	(= 0,6032 K.) zu 5 Thl. Gold, bei allen k. pr.
„ (dopp. u. halb.)	im Verhältniß.	Cassen zu $5\frac{2}{3}$ Thl. (= 9 fl. 55 kr. Sd. W.) genommen.
P. Kassenanweisungen zu 1, 5, 10, 50 u. 100 Thlr.		} im Verkehr und bei den
Darleh.=Kassenscheine zu 1, 5 und 20 Thlr.		} k. preuß. Cassen wie
Noten d. pr. Bank zu 10, 25, 50, 100 u. 500 Thlr.		} Silbergeld.
Reußische Fürstenthümer, rechnen nach Thaler wie Preußen.		
Rom, Kirchenstaat.		
a) alt röm. Fuß	0,99905 Fuß	à 4 Palm; 1 Passus = 5′; 1 Pertica = 10′.
„ „ Mille	4995,23 Fuß	= 1000 Pass; 1 Iter = 93750′ alt röm.
neue „ Meile	5104 Fuß	Die Canna = 2,4028 bayer. Ellen.
Bau=Canna	7,6519 Fuß	zu 10 Palmi, zu 12 Once, zu 10 Decimi.
b) Wein Barilo	0,7096 Sch.=E.	zu 32 Boccali, 4 Fogliette, 4 Cartocci.
c) der Rubbio *	1,2018 Schffl.	* für glatte Frucht } zu 4 Quartes, à
„ „ *	1,1072 „	* für Hafer } 3 Staros.
d) Handels=℔. *	0,6056 Pfund	(*Lira) zu 12 Once, 24 Denari, 24 Gran.
e) R. n. Scud. rom.	2 fl. $32\frac{1}{2}$ kr.	= 10 Paoli = 100 Bajocchi, zu 5 Quatrini.

† Friedrichsd'or der Jahre 1755 mit 1758 sind nur 3 Thlr. 27 Sgr. werth.

Namen der Länder und der Einheiten.	Werth in bayerischen Einheiten.	Eintheilungen und Bemerkungen. Sieh' d. Abkürzungen u. Anmerkungen §. 190. S. 352. Comma zwischen Eintheilungen bedeuten à od. zu.
S. 1 Scudostück	2 fl. 32½ kr.	1 Paolo = $\frac{1}{10}$ Scudo = 15 kr. 1 pf.; 2 Paoli od. Lira = 30½ kr.
G. 10 Scudistück	24 „ 58 kr.	(=1,56024 K.); i. gleichen Verhältn. {5 Scudist. = 50} Paoli.
Scud. o. 10 Paolst.	2 „ 30 „	(=0,15602 K.); {2½ „ = 25}
P. Schatzscheine (päpstl.) od. Buoni del tesoro zu 5, 10, 20 u. 50 Scudi. Banknoten („) zu 1, 5, 10, 20, 50 u. 100 Scudi.		} Im röm. mit Zwangscurs
Rußland, Kaiserthum.		(Seit 1835 gültig für das Reich excl. Ostseepr.)
a) der Fuß *	1,0443 Fuß	(*=1' engl.); 1 Sasch. (Haupteinh.) = 3 Arschin = 7' = 48 Werschock = 84 Zoll.
die Arschin	0,8537 Ellen	
die Werst *	3655 Fuß	* od. russ. Meile = 500 Sasch. od. Faden.
b) der Wedro	11,496 Maaß	das Faß à 40 Wedro zu 10 Kruschki (Krüge).
c) Tschetwert	0,9433 Schffl.	à 2 Osnim, à 2 Pajok, à 2 Tschetwerik, 8 Gar.
d) das Pfund	0,7313 Pfund	à 32 Lth., 3 Solotnik; 1 Pud = 40 ℔; 1 Berk = 400 ℔.
e) M. n. Silber-Rubel	1 fl. 53 kr. 1½ pf.	zu 100 Kopeken.
S. Silber-Rubel	1 „ 53 „ 1½ „	; ½ Rub. = 50 Kop., ¼, ⅕, $\frac{1}{10}$ u. $\frac{1}{20}$ Rub.-St. i. V.
1½-u. ¾-S.-Rubel	. . . .	als Russisch-polnische Münzen sieh' Polen.
G. ½-Imperial	9 fl. 36 kr.	(=0,59987 K.) od. Pistole, od. 5 Rubelstück = 5 Rub. 15 Kop. in Silber.
P. Reichscreditbillets zu 1, 3, 5, 25 u. 50 Silb. Rub. m. Zwangscurs in Rußl. Früher: Bankassign. zu 5, 10, 25, 50 u. 100 Rub. Banko: 3½ Bank Rub. = 1 S. R.		
Sachsen, Königreich.		
a) Dresd. Fuß	0,970536 Fuß	mit Odz. Einth.; — In d. Artill. Dz.-Einth.
Leipziger * Fuß	0,9702968 Fuß	* (oder regulirter Fuß) 12- u. 10-theilig.
Dresd. Elle	0,6801 Ellen	= 2 Dresdner Fuß.
Die Meile	31054 Fuß	= 32000' Dresd. = 16000 Ellen Dresd.
b) Dresd. Kanne	0,8761 Maaß	1 Eimer = 72 Dresd. Kannen à 2 Nößel.
Faß (Biermaaß)	6,132 Sch. E.	= 5⅚ Dresd. Eimer = 420 Dr. Kannen; Weinmaaß: 1 Fuder à 2 Faß, 6 Eim.
c) der Schäffel	0,4673 Schffl.	1 Wispel = 2 Malt. = 24 Schffl., à 16 Mtz.
d) das Pfund	0,89286 Pfund	à 30 L., 10 Qt., 10 Cent., 10 Korn; 1 Zt. = 100 ℔.
e) M. n. Thaler	1 fl. 45 kr.	30 Thl. = 1 Münz-℔. Feinsilb. (S. §. 189. Mz.-V.)
S. Thaler	1 fl. 45 kr.	zu 30 Neugroschen, zu **10** Pfennig.
Doppelthaler	3 fl. 30 kr.	⅙ Thaler = 5 Neugroschenst. = 17½ kr. bayer.
Dritttelthaler	— 35 kr.	oder 10 Neugroschenstück.
G. Krone u. ½ Kr.	16 fl. u. 8 fl.	Vereinshandelsmünze mit veränderl. Werth.
(Früh.) Augustd'or	9 fl. 39 kr.	(=0,6032 K.) z. 5 Th. Gold; (Dopp. Augd'or i. V.)
P. Staats-Kassenbillets zu . . 1, 5, 10, 20 und 50 Thlr. Banknoten der Leipzig. Bk. 20, 50, 100 und 500 Thlr.		} im Verkehr wie Silbergeld.
Sächsische Herzogthümer.		Den Münzfuß s. §. 189 Deutsch. Mz.-Vertr.
Sachs. Altenburg. a) der Fuß	0,9855 Fuß	Die Elle wie Königr. Sachsen.
b) der Eimer	1,0577 Sch. E.	à 40 Kannen, à 2 Maaß, à 2 Nößl.
c) der Schff.	0,6324 Schffl.	1 Malter, à 2 Schäffel., à 16 Metzen, à 4 Mäßchen.
d) das Pfund	. . . .	wie Preußen.
e) Thaler	1 fl. 45 kr.	Wie Königreich Sachsen (sieh' oben).

Namen der Länder und der Einheiten.	Werth in bayerischen Einheiten.	Eintheilungen und Bemerkungen. Sieh' d. Abkürzungen u. Anmerkungen §. 190. S. 352. Comma zwischen Eintheilungen bedeuten à od. zu.
S. Gotha (Cob.)		
a) der Fuß	0,9855 Fuß	12theilig.
die Elle	0,6754 Ellen	die Coburger Elle = 0,7038 bayer. Ellen.
b) der Eimer	1,1345 Sch. E.	à 40 Kannen, à 2 Maaß, à 2 Nößel.
c) der Schffl	0,3927 Schffl.	1 Malt. à 2 Schffl., à 2 Viertl., à 2 Mtz.
Simra *	0,4000 Schffl.	* (Koburger Korn=).
d) das Pfund	. . . .	wie Preußen.
e) Rechn. u. hat Münzen: in Coburg wie in Bayern; in Gotha wie im Königr. Sachsen.		
S. Meining. Hildb.		
a) die Elle	0,7634 Ellen	der Fuß = 1,0411 bayer. Fuß.
b) die Ohm	61,222 Maaß	à 2 Eimer à 32 Schenkmaaß.
c) die Maaß	0,5636 Metzen	1 Hildbrg. Malter { für glatte Frucht = 0,9306 } bayer. Schffl. { „ rauhe „ = 1,0762 }
d) das Pfund	. . . .	wie Preußen.
e) Rechnet und hat Münzen wie Bayern.		
Großh. Weimar Eisenach.		
a) d. Werkf.	0,9661 Fuß	à 12″ à 12‴ à 10 Punkte.
die Elle	0,6770 Ellen	die Meile = 25211′ bay. = 26096′ Weimar.
b) d. Eimer	1,1428 Sch. E.	à 80 Schenkmaaß = 72 Maaß à 2 Nößel.
c) d. * Schffl.	0,3461 Schffl.	(* Weimarer) à 4 Viertel, à 4 Metzen.
d) d. Pfunde	. . . .	wie Preußen das ält. u. jetzige ℔.
e) Rechnet und hat Münzen wie Königr. Preußen.		

Sardinien, Königreich, hat seit 1850 die französisch-metrischen Maaße und Gewichte (sieh' daher Frankreich), u. alle andern Maaße u. Gewichte sind bei Strafe verboten. — Seit 1816 die französischen Münzen und rechnet nach „Lire nuove“ (= Franc).

P. Banknoten der Nationalbank Turin von 20 bis 1000 Lire (francs) mit dermalen Zwangsumlauf.

Schwarzburg, Rudolstadt, ist im deutschen Münzverein, und hat

e) Rechnungsgeld u. Münzen } In der Oberherrschaft wie in Bayern; „ „ Unterherrschaft „ „ Preußen.

Schwarzburg, Sondershausen, im deutschen Münzverein, hat

e) den Thaler und übrigen Münzen wie Preußen.

Schweden, Königreich.

a) der Fuß	1,01707 Fuß	zu 10″, 10‴; die Schnur = 10 Stangen = 100 Fuß.
die Elle	0,7127 Ellen	= 2 schwedische Fuß.
die Meile	36614 Fuß	= 18000 schwed. Ellen = 36000′ schwed.
b) die Kanne	2,4482 Maaß	1 Ohm = 60 Kannen = 2,4482 b. Schenkeimer.
c) die Tonne	0,7415 Schffl.	Getreidemaaß mit Decimal=Eintheilung.
d) Schal od. Handels=Pfund	0,7589 Pfund	1 Ztr. = 100 ℔. à 100 Ort., à 100 Korn.
e) R. u. } Reichsthl.= Reichsmz.	- fl. 40 kr. 2,65 pf.	zu 100 Oere; { = $\frac{1}{4}$ Species= od. Silb.=Thlr. = $\frac{2}{3}$ Bankthaler.
S. 1 Rchsth. Rchsmz.	- „ 40 kr. 2,65 pf.	zu 100 Oere ‖ Doppel=, $\frac{1}{2}$=, $\frac{1}{4}$=, $\frac{1}{10}$=Reichsthlr.
4fach. „ „	2 fl. 40 kr. 2,6 pf.	zu 400 Oere ‖ Rchsmünz im Verhältniß.
G. Ducat	5 fl. 25 kr.	(= 0,34007 K.); 4fache u. 2f. Duc. i. Verh.

P. Bankzettel der reichsständ. Bank zu 1, 3, 10, 15, 25, 50, 150, 750 Reichsthr. Reichsmünze.

Namen der Länder und der Einheiten.	Werth in bayerischen Einheiten.	Eintheilungen und Bemerkungen. Sieh' d. Abkürzungen u. Anmerkungen §. 190. S.352. Comma zwischen Eintheilungen bedeuten à od. zu.
Schweiz, Republik. Seit 1834 **Maaß u. Gewicht nach d. franz. Metr.-Syst.**		
a) Schweiz. Fuß	1,0279 Fuß	=0,3 Met. wie Baden; 1°=10';1 Klftr.=6'.
die Elle	0,7203 Ellen	=0,6 „ = 2 schweizer Fuß.
neue Wegstund	16446 Fuß	= 16000 schweizer Fuß.
b) die Maaß	1,40315 Maaß	(=1½ Lit.) 100 Mß.= 1 Saum od. Ohm.
c) das Viertel	0,40475 Metzen	(=15 Lit.) 1 Malt. à 10 Vrtl. à 10 Immi.
d) das Pfund	0,89286 ℔.	(ein halb. Kilogr.) 1 Zntr. à 100 ℔. à 32 Lth
e) **N.** u. Frank	28 kr. 1,4 pf.	zu 100 Rappen oder Cents.
S. Scheidemünzen: *		* Diese sind den gleichnamigen französ. (1-, 2- u. ½-) Frankenstücken im Gewichte gleich, aber nur von $\frac{8}{10}$ Feinsilber (z. B. 1 schweiz. Frankstück = 4 Gram. Feinsilber + 1 Gr. Kupf.), daher ihr innerer od. Silberwerth der hier vorgetragene ist; im Grenzverkehr u. in d. Schweiz cursiren dieselben jedoch nach ihrem nominalen Werth, gleich den französ. Franken 2c.
Einfrankenstück	25 kr. 0,8 pf.	zu 100 Rap. o. C.
Zweifranken „	50 kr. 1,6 pf.	„ 200 „ „
Halbfranken „	12 kr. 2,4 pf.	„ 50 „ „
G. Die franz. u. ähnl. Goldstücke haben gesetzl. Curs. (Sieh' auch Seite 350. Amk. 6.)		
Sicilien, Königreich beider		
Neapel: a) Palmo *	0,9033 Fuß	(* Fuß) à 12 Zoll, 5 Minut, 2 Punkte.
die Canna	2,5322 Ellen	à 8 Palmi à 12 Once.
die Meile	6607,6 Fuß	57,71 auf 1 Grad des Aequators.
b) * Carro	0,6801 Sch. E.	(* Wein-) 2 Botti, 12 Barili, 60 Caraffe.
c) Tomolo	0,2484 Schffl.	à 2 Mezzeti, 2 Quarti, 6 Misure.
d) Oncia *	0,04773 Pfund	*(Unze). 1 Cantaro (Ztr.) hat 100 Rottoli à
d. Libbra	0,5728 Pfund	= 12 U.; für Seide, Gold 2c. [33⅓ Unzen.
e) **N.** u. Ducato *	2 fl. — kr. 1,8 pf.	* di Regno à 10 Carlini, 10 Grani, 10 Cavalli.
u. auch dermalen	. . . .	wie Sardinien nach Lire nuove = 1 Franc.
S. Scudo *	2 fl. 24 kr. 2 pf.	* oder Piaster zu 12 Carlini; 1-, 2-, 6-Carl.
Ducato	2 „ — „ 1,8 „	zu 10 Carlini od. 100 Grani (od. Bajocchi).
G. Oncetta	6 „ 2 „ 2 „	(= 0,37716 K.) zu 3 Ducati; 10-, 5-, 2-Oncette im Verhält.
Spanien, Königreich, hat seit 1859 das franz. Metr.-Maaß u. Gewicht.		
e) **N.** u. Realen seit 1854	- fl. 7 kr. 1,712 pf.	zu 10 Decimas.
Vorher u. Piaster	2 fl. 32 kr. —	= 8 Real d. plata mex. = 20 Real de Vellon à 34 Maravedis.
S. Duro (oder Collonat *)	2 fl. 27 kr. 0,8 pf.	zu 20 Realen (* Säulen-Thaler).
Seit 1858: Escudo = ½ Collonat	1 „ 13 „ 2,4 „	= ½ Duro = 10 Realen.
Pezeta	— 29 „ 1,8 „	= 4 Realen; ½ Pezeta = 14 kr. 2,9 pf.
Real	— 7 „ 1,7 „	zu 10 Decimas.
G. Doblon-Isab.	12 fl. 4½ kr.	(= 0,75480 K.), zu 100 Realen Nennwerth.
Südamerikanische Freistaaten.		
e) **N.** u. Piaster *	2 fl. 32 kr.	à 8 Real. (* der auch Dollar heißt, à 100 Cents).
Toscana, Großherzogthum.		
a) Braccio (Elle)	0,70007 Ellen	(= 258''',73 par.) oder sehr nahe 2' Bayer.

Namen der Länder und der Einheiten.	Werth in bayerischen Einheiten.	Eintheilungen und Bemerkungen. Sieh' d. Abkürzungen u. Anmerkungen §. 190. S. 352. Comma zwischen Eintheilungen bedeuten à od. zu.
Passetto	1,40014 Ellen	= 2 Bracc.; Feldmeß-Ruthe = 5 Bracc.
die Meile	5666 Fuß	= 2833⅓ Bracc.
b) Fiasco d. vino	2,1 Maaß	(= 114,9 c″ par.) à 2 Boccali, à 4 Quat.
c) Sacco	0,329 Schffl.	(= 3684,6 c″ par.) zu 3 Staja.
d) Pfund	19,43 Loth	(=339,54 Gram.) à 12 Unz., à 24 Denari.
e) R. n. Lire tosc.	23 kr. 2 pf.	zu 100 Centesimi; od. zu 20 Soldi, à 12 Den.
S. Lira tosc.	23 kr. 2 pf.	=100 Cent.; (od. = 1½ Paoli) od. (=20 Soldi).
Fiorino	39 kr. 2,9 pf.	= 2½ Paoli = 100 Quatrini.
Paolo	15 kr. 3,25 pf.	zu 8 Crazie, à 5 Quatrini.
Francescone	2 fl. 38 kr.	= 10 Paoli = 4 Fiorin = 6⅔ Lire tosc.
G. Zecchino (Ducat)	5 fl. 35 kr.	(= 0,34878 K.) zu 20 Paoli, od. 8 Fiorini, od. 13⅓ Lire.
40 Lire od. Ruspono	16 fl. 44 kr.	(= 1,04633 K.) = 3 Zecchin.; 80 Fior.-St. = 133⅓ Lire.
Türkei		* hatte vor 1753 den Werth von 2 fl. 2 kr. bayer.
a) R. n. Piaster *	— 6 kr. 1,14 pf.	40 Para = 120 curant Asper = 100 gut. Asp.
e) 1 Meile (Berri)	5721 Fuß.	1 Beutel Silb. = 500 Piast.; 1 Beut. G. = 30000 Piast.
Waldeck u. **Pyrmont** (Fürstenthum) hat Rechn. u. Silbermünze w. Preußen.		
Würtemberg, Königreich.		Maaß- u. Gewichts-Bestimm. vom Jahre 1806.
a) der Fuß	0,981605 Fuß	(=127‴ Par.); 1 Ruthe à 10′, à 10″, à 10‴.
die Elle	0,7374 Ellen	(= 272,288‴ Paris.)
die Meile *	25571 Fuß	(* geom. Ml.) = 26000 Würtemb. Fuß.
b) Helleichmaaß	1,71843 Maaß	1 Fuder = 6 Eimer à 16 Imi, à 10 Helleichmaaß à 4 Schoppen oder Quart.
Schenkmaaß	1,5622 „	
Trübeichmaaß*	1,7936 „	(* für Wein vor und in der Gährung.)
c) der Scheffel	0,7971 Schffl.	à 8 Simmer, 4 Vierl., 8 Eckl., 4 Viertelein.
d) das Pfund	0,89286 Pfund	(=500 Gr. seit 1858) 1 Zt. à 100 ℔., 32 L., 4 Q.
e) R. u. hat Münzen des 52½-fl.-Fußes wie Bayern (deutsch. Münz-Ver.)		

§. 191. Fußmaaße und Gewichte verschiedener Länder nach deren gesetzlichen Größe oder den neuesten Angaben.

Namen des Landes.	Längeneinheit		Gewichtseinheit		1 Zntr. hat Landes-℔.
	Namen	Pariser Lin.	Namen	Grammes	
Altenburg . .	Fuß	127,5	Pfund	500	100
Anhalt	Fuß	wie Preußen	Pfunde	w. Preußen	— —
Baden	Fuß	0,3 Meter	Handels ℔.	500	100
Bayern . . .	Fuß	129,38	Handels ℔.	560	100
Belgien . . .	wie Frank-	reich	wie Frank-	reich	— —
Braunschweig	Fuß	126,5	Pfunde	w. Preußen	100
Bremen . . .	Fuß	128,2677	Handels ℔.	500	100
Coburg . . .	Fuß	134,7	Pfunde	500	100
Dänemark . .	Fuß	139,13	Pfund	500	100
England . .	Yard (à 3′)	405,34254	℔. avoir du poids Handelsgewicht.	453,5976	112
	Fuß	135,11418			
Frankfurt a. M.	Fuß	126,162	℔. jetzt	500	100
Frankreich . .	Pariser Fuß	144	alt ℔. p. d. marc	489,50585	100

Namen des Landes	Längeneinheit Namen	Längeneinheit Pariser Lin.	Gewichtseinheit Namen	Gewichtseinheit Grammes	1 Ztr. hat Landes-℔.
Frankreich . .	Meter . . .	443,296	Kilogramme	1000	
	neuer Fuß .	$\frac{1}{3}$ Meter	neues Pfund	500	
Galizien . . .	Fuß	131,6435	Pfund	0,75 wien. ℔.	— —
Griechenland	königl. Piki	1 Meter	königl. Mine	1500	§. 190.
Hamburg . .	Fuß	126,96674	Handels ℔.	500	100
Hannover . .	Fuß	129,484	Pfunde wie	Preußen	100
Hessen Großhrzogt.	Fuß	$\frac{1}{4}$ Meter	Handels ℔.	500	100
Hessen Kurfürstent.	Fuß (neuer)	11 Zoll rhein.	Pfunde wie	Preußen	— —
Holland . . .	Elle	1 Meter	Pfund	1000	— —
" . . .	. . . . . .	. . . .	alt Troy ℔.	492,16772	
Köln	. . . . . .	. . . .	alte Mark	233,8123	212
Lippe Detmold .	Werkfuß . .	128,34	Pfund	500	100
Lippe Schaumbrg.	Fuß	128,6	Pfund	500	100
Lomb. Venet.	Meter . . .	wie Frankreich	Pfund	1000	— —
Lübeck	Fuß	129	Handels ℔.	500	100
Meiningen	Fuß	134,7	Pfund	500	100
Mecklenburg Schwerin	Fuß	wie Lübeck u.	Pfund	500	100
Mecklenburg Strelitz	Fuß	Preußen	Pfunde wie	Preußen	— —
Nassau	Feldfuß . . .	0,5 Meter	Pfunde wie	Frankfurt	— —
"	Werkfuß . .	0,3 Meter			
Norwegen . .	Fuß wie Dä-	nemark	Pfunde wie	Dänemark	100
Oesterreich . .	Wiener Fuß	140,126867 *	Wien.Handg.℔.	560,0122	100
Oldenburg . .	Fuß	131,3996	℔. seit 1858	500	100
Polen	Fuß (Stopa)	127,66923	Funt (Hand.)	405,504	100
Portugal . .	Fuß	145,9	Handels ℔.	458,976	128
Preußen . . .	Fuß	139,13	Aelt. Pfund	467,7110	110
			℔. seit 1858	500	100
Rom	alter Fuß .	130,551	Pfund	339,161	verschied.
	neuer Palmo	99,0323			
Rußland . . .	Arschin . . .	315,2660	Handls. u. Münz ℔.	409,52	40 ***
Sachsen Königreich	Meß.-Fuß .	125,537 **	Neues ℔.	500	100
	Dresdn.-Fuß	125,568 †			
Sachsen Weimar	Fuß	125	Pfunde wie	Preußen	— —
Sardinien . .	wie Frank-	reich.	wie Frank-	reich.	
Schweden . .	Fuß	131,615026	Skal- oder Victual ℔.	425,3395	120
Schweiz . . .	Neuer Fuß	0,3 Meter	Pfund	500	100
Sicil. (Neap.)	Palmo . . .	116,884	Unze (Oncia)	26,73	— —
Spanien . . .	Castil. Fuß	125,30	Cast. ℔.	460,142	100
Tyrol	Fuß	148,2	Tyr. ℔.	562,676	100
			Handels ℔.	501,1	
Würtemberg .	Fuß	127	Pfd. (ält.)	467,728	104
			" seit 1858	500	100

*) Nach Jäckel u. Ettingshausen ist ein Wiener-Fuß = 140,126867''' par. d. i. auch = 0,3161023 Meter.

**) n. Hülsse der Landesvermessungsfuß, oder regulirter oder Leipziger Fuß.

†) n. Löhmann der Dresdner Fuß.

***) (Rußl.) 1 Pud = 40 ℔. ruß.; 1 Berkowetz = 10 Pud = 400 ℔. ruß.

§. 192. Vergleichung des Meters und der Fußmaaße einiger Länder.

Bayern. Fuß (129,38‴ par.)	Preußen Dänemark Rhein. Fuß (139,13‴ par.)	Oesterreich Wiener Fuß (140,126867‴ p.)	Frankreich Pariser Fuß (144‴ par.)	Frankreich Meter (443,296‴ p.)	Würtembg. Fuß (127‴ par.)	Baden Schweiz Fuß $\frac{3}{10}$ met. (132,9888‴ p.)	England Rußland Fuß (135,11418‴ p)	Sachsen (Kgr.) Landesvermß. (Leipz.) Fuß (125,537‴ par)	Hess. Großh. Fuß à $\frac{1}{4}$ met. (110,824‴ p.)
1	0,929 9217	0,923 3062	0,898 4722	0,291 8592	1,018 7402	0,972 8639	0,957 5605	1,030 6125	1,167 4367
1,075 3594	1	0,992 8860	0,966 1806	0,313 8535	1,095 5118	1,046 1783	1,029 7217	1,108 2788	1,255 4140
1,083 0644	1,007 1650	1	0,973 1032	0,316 1023	1,103 3611	1,053 6742	1,037 0996	1,116 2197	1,264 4091
1,113 0005	1,035 0032	1,027 6402	1	0,324 8394	1,133 8583	1,082 7980	1,065 7644	1,147 0722	1,299 3574
3,426 3101	3,186 2000	3,163 5332	3,078 4444	1	3,490 5197	3,333 3333	3,280 8992	3,531 1980	4,000 0000
0,981 6046	0,912 8154	0,906 3216	0,881 9444	0,286 4903	1	0,954 9676	0,939 9458	1,011 6539	1,145 9612
1,027 8930	0,955 8600	0,949 0600	0,923 5333	0,300 0000	1,047 1559	1	0,984 2697	1,059 3594	1,200 0000
1,044 3205	0,971 1362	0,971 5603	0,938 2929	0,304 7945	1,063 8912	1,015 9816	1	1,076 2897	1,219 1780
0,970 2968	0,902 3000	0,895 8810	0,871 7847	0,283 1900	0,988 4803	0,943 9667	0,929 1179	1	1,132 7601
0,856 5775	0,796 5500	0,790 8833	0.769 6111	0,250 0000	0,872 6299	0,833 3333	0,820 2248	0,882 7995	1

§. 193. Vergleichung der Gewichte einiger Länder.

Frankreich Kilogramme (1000 Gram)	Frankreich Pfund Poids de marc (489,50585 Gr.)	Zollpfund* (500 Gram.) Pfalzbayern, Preußen 2c. 2c.	Bayern Pfund (560 Gram.)	Vor 1858: Preußen Kurh., Braunschweig, Hannov. ꝑ. 467,7110	Oesterreich Pfund (560,0122 Gr.)	Würtembg. Pfund (Vor 1859) (467,728 Gr.)	England ꝑ. avoir du poids (453,5976 Gr.)	Schweden ꝑ. Schalgewicht (425,3395 Gr.)	Rußland ꝑ Handl.- u. Münz (409,52 Gr.)
1	2,042 877	2,000 0000	1,785 7143	2,138 072	1,785 6754	2,137 995	2,204 597	2,351 063	2,441 883
0,489 5058	1	0,979 0117	0,874 1176	1,046 599	0,874 0985	1,046 561	1,079 163	1,150 858	1,195 316
0,500 0000	1,021 438	1	0,892 8571	1,069 036	0,892 8377	1,068 997	1,102 299	1,175 532	1,220 942
0,560 0000	1,144 011	1,120 0000	1	1,197 321	0,999 9782	1,197 277	1,234 574	1,316 595	1,367 455
0,467 7110	0,955 476	0,935 4220	0,835 1982	1	0,835 1800	0,999 964	1,031 114	1,099 618	1,142 096
0,560 0122	1,144 036	1,120 0240	1,000 0218	1,197 347	1	1,197 303	1,234 601	1,316 624	1,367 484
0,467 7280	0,955 511	0,935 4560	0,835 2286	1,000 036	0,835 2104	1	1,031 152	1,099 658	1,142 137
0,453 5976	0,926 644	0,907 1952	0,809 9957	0,969 824₅	0,809 9781	0,969 789	1	1,066 437	1,107 632
0,425 3395	0,868 917	0,850 6790	0,759 5348	0,909 407	0,759 5183	0,909 374	0,937 702	1	1,038 629
0,409 5200	0,836 599	0,819 0400	0,731 2857	0,875 583	0,731 2698	0,875 552	0,902 827	0,962 807	1

*) Anmerk. Dieses Pfund (zu 500 Gram. od. $\frac{1}{2}$ Kilogr.) ist Zoll-, Fracht- u. Münzgewicht für ganz Deutschland, u. desgleichen (ausgen. Oesterreich u. Bayern) auch Handelsgewicht; dessen Unterabtheilungen Lothe 2c. 2c. aber sind verschieden, siehe z. B. §. 191 Preußen, Würtemberg 2c. 2c.

§. 194. Vergleichungs-Tafel der deutschen Währungen unter sich.

Süddeutsche Währung.	Thaler-Währ. Thl.	Sgr.*)	Oesterr. W. fl.	Nkr.
1 fl. =	—	17,143	—	85,71
2 " "	1	4,286	1	71,43
3 " "	1	21,429	2	57,14
4 " "	2	8,571	3	42,86
5 " "	2	25,714	4	28,57
6 " "	3	12,857	5	14,29
7 fl. =	**4**	—	**6**	—
8 " "	4	17,143	6	85,71
9 " "	5	4,286	7	71,43
10 " "	5	21,429	8	57,14
20 " "	11	12,857	17	14,29
40 " "	22	25,714	34	28,57
60 " "	34	8,571	51	42,86
80 " "	45	21,429	68	57,14
100 fl. =	57	4,286	85	71,43
1 kr. "	—	0,286	—	1,43
2 " "	—	0,571	—	2,86
3 " "	—	0,857	—	4,29
4 " "	—	1,143	—	5,71
5 " "	—	1,429	—	7,14
6 " "	—	1,714	—	8,57
7 kr. =	—	**2**,000	—	**10**,00
8 " "	—	2,286	—	11,43
9 " "	—	2,571	—	12,86
10 " "	—	2,857	—	14,29
20 " "	—	5,714	—	28,57
30 " "	—	8,571	—	42,86
40 " "	—	11,428	—	57,14
50 " "	—	14,286	—	71,43
1 pf. =	—	0,071	—	0,36
2 " "	—	0,143	—	0,71
3 " "	—	0,214	—	1,07

Thaler-Währung.	Südd. Währung. fl.	kr.	pf.	Oesterr. W. fl.	Nkr.
1 Thlr. =	1	45	—	1	50
2 " "	3	30	—	3	—
3 " "	5	15	—	4	50
4 " "	**7**	—	—	**6**	—
5 " "	8	45	—	7	50
6 " "	10	30	—	9	—
7 " "	12	15	—	10	50
8 " "	14	—	—	12	—
9 " "	15	45	—	13	50
10 " "	17	30	—	15	—
20 " "	35	—	—	30	—
40 " "	70	—	—	60	—
60 " "	105	—	—	90	—
80 " "	140	—	—	120	—
100 " "	175	—	—	150	—
1 Sgr.*) =	—	3	2	—	5
2 " "	—	**7**	—	—	**10**
3 " "	—	10	2	—	15
4 " "	—	14	—	—	20
5 " "	—	17	2	—	25
6 " "	—	21	—	—	30
7 " "	—	24	2	—	35
8 " "	—	28	—	—	40
9 " "	—	31	2	—	45
10 " "	—	35	—	—	50
20 " "	1	10	—	1	—
$\frac{1}{12}$ " "	—	—	1,166	—	0,417
$\frac{6}{12}$ " "	—	1	3,0	—	2,5
$\frac{1}{10}$ " "	—	—	1,4	—	$\frac{1}{2}$

Oesterreich. Währung.	Südd. Währ. fl.	kr.	pf.	Thaler-W. Thl.	Sg.*)
1 fl. =	1	10	—	—	20
2 " "	2	20	—	1	10
3 " "	3	30	—	2	—
4 " "	4	40	—	2	20
5 " "	5	50	—	3	10
6 " "	**7**	—	—	**4**	—
7 " "	8	10	—	4	20
8 " "	9	20	—	5	10
9 " "	10	30	—	6	—
10 " "	11	40	—	6	20
20 " "	23	20	—	13	10
40 " "	46	40	—	26	20
60 " "	70	—	—	40	—
80 " "	93	20	—	53	10
100 " "	116	40	—	66	20
1 Nkr. =	—	—	2,8	—	0,2
2 " "	—	1	1,6	—	0,4
3 " "	—	2	0,4	—	0,6
4 " "	—	2	3,2	—	0,8
5 " "	—	3	2,0	—	1,0
6 " "	—	4	0,8	—	1,2
7 " "	—	4	3,6	—	1,4
8 " "	—	5	2,4	—	1,6
9 " "	—	6	1,2	—	1,8
10 " "	—	**7**	—	—	**2**,0
20 " "	—	14	—	—	4,0
40 " "	—	28	—	—	8,0
60 " "	—	42	—	—	12,0
80 " "	—	56	—	—	16,0
100 " "	1	10	—	—	20,0

*) Anmerk. $\frac{1}{30}$ Thaler heißt Silbergroschen in Preußen rc. rc., und Neugroschen in Sachsen rc. rc. Diese Groschen (= $\frac{1}{30}$ Thlr.) werden in Preußen zu 12 Pfennig, in Sachsen zu 10 Pfennig abgetheilt. Um daher aus dem in obiger Tabelle eingetragenen Decimalbruche der Groschen die Pfennige zu erhalten, muß man sie für Preußen mit 12, für Sachsen mit 10 multipliciren. —

§. 195. Tafeln zur gegenseitigen Verwandlung des bayer.-, rhein.-, u. paris. Fußes und des Meters, als jener Maaße, die in Bayern für Artillerie u. Genie vorgeschrieben sind.

I. Bayer. Fuß in Rhein. Fuß, Pariser-Fuß u. Meter.

Bayer. Fuß.	Rheinische Fuß.	Pariser-Fuß.	Meter.
1	0,929 921 6560	0,898 472 2222	0,291 859 16408
2	1,859 843 3120	1,796 944 4444	0,583 718 32816
3	2,789 764 9680	2,695 416 6667	0,875 577 49224
4	3,719 686 6240	3,593 888 8889	1,167 436 65632
5	4,649 608 2800	4,492 361 1111	1,459 295 82040
6	5,579 529 9360	5,390 833 3333	1,751 154 98448
7	6,509 451 5920	6,289 305 5556	2,043 014 14856
8	7,439 373 2480	7,187 777 7778	2,334 873 31264
9	8,369 294 9040	8,086 250 0000	2,626 732 47672
10	9,299 216 5601	8,984 722 2222	2,918 591 64080

II. Rheinische Fuß in Bayer. Fuß, Pariser-Fuß u. Meter.

Rhein. Fuß.	Bayerische Fuß.	Pariser Fuß.	Meter.
1	1,075 359 4064	0,966 180 5556	0,313 853 4974
2	2,150 718 8128	1,932 361 1111	0,627 706 9949
3	3,226 078 2192	2,898 541 6667	0,941 560 4923
4	4,301 437 6256	3,864 722 2222	1,255 413 9897
5	5,376 797 0320	4,830 902 7778	1,569 267 4872
6	6,452 156 4384	5,797 083 3333	1,883 120 9846
7	7,527 515 8448	6,763 263 8889	2,196 974 4821
8	8,602 875 2512	7,729 444 4444	2,510 827 9795
9	9,678 234 6576	8,695 625 0000	2,824 681 4769
10	10,753 594 0640	9,661 805 5556	3,138 534 9744

III. Pariser-Fuß in Bayer. Fuß, Rhein. Fuß u. Meter.

Pariser Fuß.	Bayerische Fuß	Rheinische Fuß.	Meter.
1	1,113 000 4638	1,035 003 2344	0,324 839 3850
2	2,226 000 9275	2,070 006 4688	0,649 678 7699
3	3,339 001 3913	3,105 009 7032	0,974 518 1549
4	4,452 001 8550	4,140 012 9375	1,299 357 5399
5	5,565 002 3188	5,175 016 1719	1,624 196 9249
6	6,678 002 7825	6,210 019 4063	1,949 036 3098
7	7,791 003 2463	7,245 022 6407	2,273 875 6948
8	8,904 003 7100	8,280 025 8751	2,598 715 0798
9	10,017 004 1738	9,315 029 1095	2,923 554 4647
10	11,130 004 6375	10,350 032 3439	3,248 393 8497

IV. Meter in Bayerische, Rheinische und Pariser-Fuß.

Meter.	Bayerische Fuß.	Rheinische Fuß.	Pariser Fuß.
1	3,426 310 0943	3,186 199 9569	3,078 444 4444
2	6,852 620 1886	6,372 399 9138	6,156 888 8889
3	10,278 930 2829	9,558 599 8706	9,235 333 3333
4	13,705 240 3772	12,744 799 8275	12,213 777 7778
5	17,131 550 4715	15,930 999 7844	15,392 222 2222
6	20,557 860 5658	19,117 199 7413	18,470 666 6667
7	23,984 170 6601	22,303 399 6981	21,549 111 1111
8	27,410 480 7544	25,490 599 6550	24,627 555 5556
9	30,836 790 8487	28,675 799 6119	27,706 000 0000
10	34,263 100 9430	31,862 999 56875	30,784 444 4444

§. 196. A. Decimalbrüche des Fußes, angegeben in Duodz.-Zoll, Ddz. Lin. und Ddz.-Punkten.

Fuß	Zoll Duodz.	Duodezimal II. III. IV.	Fuß	Zoll Ddz.	Duodezimal II. III. IV.	Fuß	Ddz. Zoll	Duodezimal III. IV.
0,1	1,2	1 2 4,8	0,01	0,12	— 1 5,28	0,001	0,012	— 1,728
0,2	2,4	2 4 9,6	0,02	0,24	— 2 10,56	0,002	0,024	— 3,456
0,3	3,6	3 7 2,4	0,03	0,36	— 4 3,84	0,003	0,036	— 5,184
0,4	4,8	4 9 7,2	0,04	0,48	— 5 9,12	0,004	0,048	— 6,912
0,5	6,0	6 0 0,0	0,05	0,60	— 7 2,40	0,005	0,060	— 8,640
0,6	7,2	7 2 4,8	0,06	0,72	— 8 7,68	0,006	0,072	—10,368
0,7	8,4	8 4 9,6	0,07	0,84	—10 0,96	0,007	0,084	1 0,096
0,8	9,6	9 7 2,4	0,08	0,96	—11 6,24	0,008	0,096	1 1,824
0,9	10,8	10 9 7,2	0,09	1,08	1 0 11,52	0,009	0,108	1 3,552

B. Decimalbrüche d. Duodez-Zolles, angegeb. in Ddz.Linien u. (Punkt) Skrupel.

Zoll Ddz.	Duodezimal III. IV.	Zoll Duodz.	Duodezimal III. IV.
0,1	1 2,4	0,06	— 8,64
0,2	2 4,8	0,07	— 10,08
0,3	3 7,2	0,08	— 11,52
0,4	4 9,6	0,09	1 0,96
0,5	6 0,0	0,001	— 0,144
0,6	7 2,4	0,002	— 0,288
0,7	8 4,8	0,003	— 0,432
0,8	9 7,2	0,004	— 0,576
0,9	10 9,6	0,005	— 0,720
0,01	— 1,44	0,006	— 0,864
0,02	— 2,88	0,007	— 1,008
0,03	— 4,32	0,008	— 1,152
0,04	— 5,76	0,009	— 1,296
0,05	— 7,20		

C. Duodecimal-Zoll, Linien u. Scrupel angegeben in Decimalen vom { Fuß / Ddz. Zoll.

Ddz. II. . . / III. . .	geben in Fuß / „ „ Ddz.-Zoll	Ddz. III. . . / IV. . .	geben in Fuß / „ „ Ddz.-Zoll
1	0,083 333	1	0,006 944
2	0,166 666	2	0,013 888
3	0,250 000	3	0,020 833
4	0,333 333	4	0,027 777
5	0,416 666	5	0,034 722
6	0,500 000	6	0,041 666
7	0,583 333	7	0,048 611
8	0,666 666	8	0,055 555
9	0,750 000	9	0,062 500
10	0,833 333	10	0,069 444
11	0,916 666	11	0,076 388
12	1,000 000	12	0,083 333

Anm. 1) Der §. 196 dient auch zur Verwandlung von Ddc. Maaß. in Dec. Maaß u. umgekehrt.

Anm. 2) In den verschiedenen Artillerien ist als Längenmaaß eingeführt: der rheinische Fuß in Bayern, Dänemark, Hessen (Großherzogth.) und Preußen; der französische Fuß in Baden, Kurhessen, Nassau, Neapel, Spanien und Frankreich (in letzterm aber nur für altartiges Material); der Metre in Frankreich (für das neue Material und die Schußtafeln), Piemont, Belgien und den Niederlanden; der englische Fuß in Hannover, in Rußland; alle übrigen Artillerien bedienen sich ihres landesüblichen Maaßes, und die meisten auch des landesübl. Gewichtes; die badische u. nassauische jedoch des französischen poids de marc, die großherzogl. hessische des Frankfurter-Pfundes, und Hannover des englischen. Im österr. Ingenieur-Corps und der Marine wird nach dem Pariser-Fuß (dort Fortifications-Fuß genannt) construirt. — Im bayer. Ingenieur-Corps wird nach dem bayer. Fuß (in Duod. Einth.) gebaut; in der Pfalz jedoch nach dem Meter, und Ulm nach dem Pariserfuß. Die Tafeln §. 195 bis §. 198 dienen zur gegenseitigen Verwandlung der im bayer. Ingenieur- und Artillerie-Corps angewendeten Maaße. (Die Anwendung dieser Tafeln siehe auch §. 181 zweites Beispiel.)

§. 197. Tafeln zur gegenseitigen Verwandlung von bayer., rhein. und französischem Fuß, Zoll, Linien, Punkten, Meter, Decimet. ꝛc.

I. Bayer.-Fuß mit Ddz.-Eintheilung verw. in rhein.-Duodz.-Zoll.

1 Fuß bayer. = 0,929921656 Fuß rhein. = 11″,15905992 Ddz. rh.

Fuß Bayr.	Rheinische Fuß	Rheinische Ddz. Zoll	Ddz. Zoll Bayr.	Rheinische Ddz.-Zoll	Ddz. Linien Bayr.	Rheinische Ddz.-Zoll	Ddz. Punkt Bayr.	Rheinische Ddz.-Zoll
1	0′	11,15906	1	0,929 922	1	0,077 493	1	0,006 458
2	1′	10,31812	2	1,859 843	2	0,154 987	2	0,012 916
3	2′	9,47718	3	2,789 765	3	0,232 480	3	0,019 373
4	3′	8,63624	4	3,719 687	4	0,309 974	4	0,025 831
5	4′	7,79530	5	4,649 608	5	0,387 467	5	0,032 289
6	5′	6,95436	6	5,579 530	6	0,464 961	6	0,038 747
7	6′	6,11342	7	6,509 452	7	0,542 454	7	0,045 205
8	7′	5,27248	8	7,439 373	8	0,619 948	8	0,051 662
9	8′	4,43154	9	8,369 295	9	0,697 441	9	0,058 120
10	9′	3,59060	10	9,299 217	10	0,774 935	10	0,064 578
11	10′	2,74966	11	10,229 138	11	0,852 428	11	0,071 036
12	11′	1,90872	12	11,159 060	12	0,929 922	12	0,077 493

II. Rhein. Fuß zu 12 Zoll u. Decimalen verw. in Bayer. Duodez-Maaß.

1 Fuß rh. = 1,075359 Fuß bay. = 1′ 0″ 10‴ 10,221^{IV} Ddz. bayer.

Fuß rh.	Bayerische Duodecimal I.	II.	III.	IV.	Ddz Zoll Rh.	Bayer. Fuß	Bayerische Duodecim. II.	III.	IV.	10tel Zoll Rh.	Bayer. Ddz. III.	IV.	100tel Zoll Rhein	Bayer. Ddz. III.	IV.	1000tel Zoll Rhein	Bayr. Ddz. IV.
1	1	0	10	10,22	1	0,08961	1	0	10,85	1	1	3,49	1	0	1,55	1	0,15
2	2	1	9	8,44	2	0,17923	2	1	9,7	2	2	6,97	2	0	3,10	2	0,31
3	3	2	8	6,66	3	0,26884	3	2	8,5	3	3	10,46	3	0	4,65	3	0,46
4	4	3	7	4,88	4	0,35845	4	3	7,41	4	5	1,94	4	0	6,19	4	0,62
5	5	4	6	3,11	5	0,44807	5	4	6,26	5	6	5,43	5	0	7,74	5	0,77
6	6	5	5	1,33	6	0,53768	6	5	5,11	6	7	8,91	6	0	9,29	6	0,93
7	7	6	3	11,55	7	0,62729	7	6	3,96	7	9	0,40	7	0	10,84	7	1,08
8	8	7	2	9,77	8	0,71691	8	7	2,81	8	10	3,88	8	1	0,39	8	1,24
9	9	8	1	7,99	9	0,80652	9	8	1,67	9	11	7,37	9	1	1,94	9	1,39
10	10	9	0	6,21	10	0,89613	10	9	0,52	10	12	10,85	10	1	3,49	10	1,55
11	11	9	11	4,43	11	0,98575	11	9	11,37								
12	12	10	10	2,65	12	1,07536	12	10	10,22								

III. Pariser Fuß mit Ddz.-Einth. verw. in Rhein.-Fuß u. Ddz.-Zoll.

1 Pariser Fuß = 1,035 003 234 Rhein.-Fuß = 1′ 0″,420 038 808 Ddz. Rhein.

Fuß Parif.	Rheinische Ddz. I.	Rheinische Ddz. II.	Ddz.-Parif. Zoll	Rheinische Ddz.-Zoll	Duod. Linien Parif.	Rheinische Ddz.-Zoll	Ddz. Punkt Parif.	Rheinische Ddz.-Zoll
1	1	0,420 039	1	1,035 003	1	0,086 25	1	0,007 19
2	2	0,840 078	2	2,070 006	2	0,172 50	2	0,014 38
3	3	1,260 116	3	3,105 010	3	0,258 75	3	0,021 56
4	4	1,680 155	4	4,140 013	4	0,345 00	4	0,028 75
5	5	2,100 194	5	5,175 016	5	0,431 25	5	0,035 94
6	6	2,520 233	6	6,210 019	6	0,517 50	6	0,043 13
7	7	2,940 272	7	7,245 023	7	0,603 75	7	0,050 31
8	8	3,360 310	8	8,280 026	8	0,690 00	8	0,057 50
9	9	3,780 349	9	9,315 029	9	0,776 25	9	0,064 69
10	10	4,200 388	10	10,350 032	10	0,862 50	10	0,071 88
11	11	4,620 427	11	11,385 036	11	0,948 75	11	0,079 06
12	12	5,040 466	12	12,420 039	12	1,035 00	12	0,086 25

IV. Rhein.-Fuß u. Ddz.-Zoll verw. in Pariser-Duodez.-Maaß.

1 Fuß Rhein. = 11″,5941666... Par. = 11″ 7‴ 1,559999^{IV} .. Par.

Fuß Rhein.	Pariser Duodezimal I.	II.	III.	IV.	Ddz. Zoll rh.	Pariser Ddz. II.	III.	IV.	0,1 Z. Rhein.	Pariser Ddz. III.	IV.	0,01 Z. Rhein.	Paris. Ddz. IV.	0,001 Z. Rhein.	Paris. Ddz. IV.
1	0	11	7	1,56	1	0	11	7,13	1	1	1,91	1	1,39	1	0,14
2	1	11	2	3,12	2	1	11	2,26	2	2	3,83	2	2,78	2	0,28
3	2	10	9	4,68	3	2	10	9,39	3	3	5,74	3	4,17	3	0,42
4	3	10	4	6,24	4	3	10	4,52	4	4	7,65	4	5,57	4	0,56
5	4	9	11	7,80	5	4	9	11,65	5	5	9,57	5	6,96	5	0,70
6	5	9	6	9,36	6	5	9	6,78	6	6	11,48	6	8,35	6	0,84
7	6	9	1	10,92	7	6	9	1,91	7	8	1,39	7	9,74	7	0,97
8	7	8	9	0,48	8	7	8	9,04	8	9	3,30	8	11,13	8	1,11
9	8	8	4	2,04	9	8	8	4,17	9	10	5,22	9	12,52	9	1,25
10	9	7	11	3,60	10	9	7	11,30	10	11	7,13	10	13,91	10	1,39
11	10	7	6	5,16	11	10	7	6,43							
12	11	7	1	6,72	12	11	7	1,56							

V. Meter in Rhein.-Maß.

1 Meter = 3′ 2″,234 399 482 44 Ddz. Rhein.

Meter	Rheinische Fuß	Ddz.-Zoll	Decimet.	Rheinische I.	II. Ddz.	Centim.	Rheinische Ddz.-Zoll
1	**3′**	**2″**,23440	1	0	3,82344	1	0,38234
2	6	4,46880	2	0	7,64688	2	0,76469
3	9	6,70320	3	0	11,47032	3	1,14703
4	12	8,93760	4	1	3,29376	4	1,52938
5	15	11,17200	5	1	7,11720	5	1,91172
6	19	1,40640	6	1	10,94064	6	2,29406
7	22	3,64080	7	2	2,76408	7	2,67641
8	25	5,87520	8	2	6,58752	8	3,05875
9	28	8,10960	9	2	10,41096	9	3,44110
10	31	10,34399	10	3	2,23440	10	3,82344

1 = 38¼″ rh. f. nahe

VI. Rhein.-Fuß u. Ddz.-Zoll in Meter.

Fuß Rhein.	Meter	Ddz.-Z. Rhein.	Meter
1	0,313 8535	1	0,026 1545
2	0,627 7070	2	0,052 3089
3	0,941 5605	3	0,078 4634
4	1,255 4140	4	0,104 6178
5	1,569 2675	5	0,130 7723
6	1,883 1209	6	0,156 9267
7	2,196 9744	7	0,183 0812
8	2,510 8279	8	0,209 2357
9	2,824 6814	9	0,235 3901
10	3,138 5349	10	0,261 5446
11	3,452 3884	11	0,287 6990
12	3,766 2419	12	0,313 8535

VII. Meter verwandelt in bayerisches Maaß (Ddz.-Einth.).

Meter	Bayerische Fuß	Bayerische Duodezimal I.	II.	III.	IV.	Dezimet.	Bayerische Duodezimal I.	II.	III.	IV.	Centim.	Bayerische Duodezimal II.	III.	IV.	Millim.	Bayer. Ddz. III.	IV.
1	3,426 31009	**3**	**5**	1	4,7	1	0	4	1	4,1	1	0	4	11,2	1	0	5,9
2	6,852 62019	6	10	2	9,3	2	0	8	2	8,1	2	0	9	10,4	2	0	11,8
3	10,278 93028	10	3	4	2,0	3	1	0	4	0,2	3	1	2	9,6	3	1	5,8
4	13,705 24038	13	8	5	6,7	4	1	4	5	4,3	4	1	7	8,8	4	1	11,7
5	17,131 55047	17	1	6	11,3	5	1	8	6	8,3	5	2	0	8,0	5	2	5,6
6	20,557 86057	20	6	8	4,0	6	2	0	8	0,4	6	2	5	7,2	6	2	11,5
7	23,984 17066	23	11	9	8,6	7	2	4	9	4,5	7	2	10	6,4	7	3	5,4
8	27,410 48075	27	4	11	1,3	8	2	8	10	8,5	8	3	3	5,7	8	3	11,4
9	30,836 79085	30	10	0	6,0	9	3	1	0	0,9	9	3	8	4,9	9	4	5,3
10	34,263 10094	34	3	1	10,6	10	3	5	1	4,7	10	4	1	4,1	10	4	11,2

VIII. Bayer. Maß verwandelt in Meter.
1 bayerischer Fuß = 0,291 859 164 Meter.

Fuß Bayer.	Meter	Odz.-Zoll Bayer.	Millimeter	Odz.-Lin. Bayer.	Millimeter	Duodez.-Punkte Bayer.	Millimeter
1	0,291 859 16	1	24,32	1	2,03	1	0,17
2	0,583 718 33	2	48,64	2	4,05	2	0,34
3	0,875 577 49	3	72,96	3	6,08	3	0,51
4	1,167 436 66	4	97,29	4	8,11	4	0,68
5	1,459 295 82	5	121,61	5	10,13	5	0,84
6	1,751 154 98	6	145,93	6	12,16	6	1,01
7	2,043 014 15	7	170,25	7	14,19	7	1,18
8	2,334 873 31	8	194,57	8	16,21	8	1,35
9	2,626 732 48	9	218,89	9	18,24	9	1,52
10	2,918 591 64	10	243,22	10	20,27	10	1,69
11	3,210 450 80	11	267,54	11	22,29	11	1,86
12	3,502 309 96	12	291,86	12	24,32	12	2,03

IX. Meter verwandelt in Pariser-Maaß (Toisen, Fuß u. Ddz.-Zoll rc.)

Meter	Toisen	Pariser Duodezimal I.	II.	III.	Dezimet.	Pariser Duodezimal I.	II.	III.	Centim.	Pariser Duodez. II.	III.	Millim.	Pariser Linien Ddz.
1	0,513 074	3	0	11,296	1	0	3	8,330	1	0	4,433	1	0,443
2	1,026 148	6	1	10,593	2	0	7	4,659	2	0	8,866	2	0,887
3	1,539 222	9	2	9,888	3	0	11	0,989	3	1	1,299	3	1,330
4	2,052 296	12	3	9,184	4	1	2	9,318	4	1	5,732	4	1,773
5	2,565 370	15	4	8,480	5	1	6	5,648	5	1	10,165	5	2,216
6	3,078 444	18	5	7,776	6	1	10	1,977	6	2	2,598	6	2,660
7	3,591 518	21	6	7,072	7	2	1	10,307	7	2	7,031	7	3,103
8	4,104 592	24	7	6,368	8	2	5	6,637	8	2	11,464	8	3,546
9	4,617 666	27	8	5,664	9	2	9	2,966	9	3	3,897	9	3,990
10	5,130 740	30	9	4,960	10	3	0	11,296	10	3	8,330	10	4,433

X. Pariser Maaß (Duodez.) verw. in Meter.

Toisen	Meter	Fuß	Meter	Ddz.-Zoll	Millimet.	Linien	Millim.	Punkte	Millim.
1	1,949 04	1	0,324 84	1	27,07	1	2,26	1	0,19
2	3,898 07	2	0,649 68	2	54,14	2	4,51	2	0,38
3	5,847 11	3	0,974 52	3	81,21	3	6,77	3	0,56
4	7,796 15	4	1,299 36	4	108,28	4	9,02	4	0,75
5	9,745 18	5	1,624 20	5	135,35	5	11,28	5	0,94
6	11,694 22	6	1,949 04	6	162,42	6	13,54	6	1,13
7	13,643 26	7	2,273 88	7	189,49	7	15,79	7	1,32
8	15,592 29	8	2,598 72	8	216,56	8	18,05	8	1,50
9	17,541 33	9	2,923 55	9	243,63	9	20,30	9	1,69
10	19,490 37	10	3,248 39	10	270,70	10	22,56	10	1,88
11	21,439 41	11	3,573 23	11	297,77	11	24,81	11	2,07

§. 198. Längenvergleichungen in vorzugsweiser Anwendung auf Verwandlung von Geschütz-Portéen.

Bayerische Fuß	Rheinische Fuß	Oesterr. Fuß	Pariser Fuß	Bay. Art. Schritt zu $2\frac{2}{3}'$ rhein.	Französ. Meter	Rhein. Klafter	Bayer. Takt. Schritt z. $2\frac{1}{2}'$ bay.
10000	9299	9233	8985	3875	2919	1550	4000
10754	**1**0000	9929	9662	4167	3139	1667	4302
10831	10072	**1**0000	9731	4197	3161	1679	4332
11130	10350	10276	**1**0000	4313	3248	1725	4452
25809	24000	23829	23188	**1**0000	7532	4000	10324
34263	31862	31635	30784	13276	**1**0000	5310	13705
64522	60000	59573	57971	25000	18831	**1**0000	25809
25000	23248	23082	22462	9687	7296	3875	**1**0000
25421,6*	23640	23472	22841	9850	7420	3940	10169

*) 1 geogr. Meile = 25421,6 bayer. Fuß (§. 189).

§. 199. Vergleichung von Bayer. Handels- und Zoll-Gewicht.

Handels-Pfund (à 560 Gram)	Zoll-Pfund (à 500 Gram.)	Handels-Gewicht 1 ℔. à 32 Lth. 4 Qt.	Zoll-Pfund	Zoll-Pfund.	Handels-Pfund.	Handels- ℔.	Lth.	Quint
1℔.=	1,12	1 Loth =	0,035	1℔.=	0,892 857 =	—	28	2,29
2 „	2,24	2 „	0,07	2 „	1,785 714 „	1	25	0,57
3 „	3,36	3 „	0,105	3 „	2,678 571 „	2	21	2,86
4 „	4,48	4 „	0,14	4 „	3,571 429 „	3	18	1,14
5 „	5,60	5 „	0,175	5 „	4,464 286 „	4	14	3,43
6 „	6,72	6 „	0,21	6 „	5,357 143 „	5	11	1,71
7 „	7,84	7 „	0,245	**7** „	**6,25** = $6\frac{1}{4}$ „	6	8	—
8 „	8,96	8 „	0,28	8 „	7,142 857 „	7	4	2,29
9 „	10,08	9 „	0,315	9 „	8,035 714 „	8	1	0,58
10 „	11,20	10 „	0,35	10 „	8,928 571 „	8	29	2,86
20 „	22,40	20 „	0,7	20 „	17,857 143 „	17	27	1,71
30 „	33,60	30 „	1,05	30 „	26,785 714 „	26	25	0,57
40 „	44,80	1 Quint =	0,009	40 „	35,714 286 „	35	22	3,43
50 „	**56**	2 „	0,017	50 „	44,642 857 „	44	20	2,29
60 „	67,20	3 „	0,026	60 „	53,571 428 „	53	18	1,14
70 „	78,40			70 „	62,500 000 „	62	16	—
80 „	89,60			80 „	71,428 571 „	71	13	2,86
90 „	100,80			90 „	80,357 143 „	80	11	1,71
100 „	**112**			100 „	89,285 714 „	89	9	0,57

§. 200. Verwandlung franz. Grammen in Bayer. Handelsgewicht.

Franz. Gram.	Bayerisches Handels- ℔.	Lt.	Qt.	Franz. Gram.	Bayerisches Handels- ℔.	Lt.	Qt.	Franz. Gram.	Bayerisches Handels- ℔.	Lt.	Qt.	Franz. Gram.	Bayerisches Handels- ℔.	Lt.	Qt.
1	.	.	0,23*	10	.	.	2,29	100	.	5	2,86	1000	1	25	0,57
2	.	.	0,46	20	.	1	0,57	200	.	11	1,71	2000	3	18	1,14
3	.	.	0,69	30	.	1	2,86	300	.	17	0,57	3000	5	11	1,71
4	.	.	0,91	40	.	2	1,14	400	.	22	3,43	4000	7	4	2,29
5	.	.	1,14	50	.	2	3,43	500	.	28	2,29	5000	8	29	2,86
6	.	.	1,37	60	.	3	1,71	600	1	2	1,14	6000	10	22	3,43
7	.	.	1,60	70	.	4	—	700	1	8	—	7000	12	16	—
8	.	.	1,83	80	.	4	2,29	800	1	13	2,86	8000	14	9	0,57
9	.	.	2,06	90	.	5	0,57	900	1	19	1,71	9000	16	2	1,14
10	.	.	2,29	100	.	5	2,86	1000	1	25	0,57	10000	17	27	1,71

* Anmerk. 1 französ. Gramme = 0,2286 Quint = 0,9144 Sechzehntelsloth d. i. nahezu = $\frac{1}{16}$ Loth Bayer.

III. Schwere und Dichte einiger Körper.

§. 201. Schwere.

Ein bayerischer Kubikfuß reinen Wassers wiegt { 44,37642 bayer. ℔. (bei $3\frac{1}{2}$° Reaumur). * / 44,30015 „ „ (bei 10° Reaumur). **

Ein bayer. Kubikfuß Regenwasser (von 10° R.) wiegt 44,35 ℔. bay.

„ „ Schenkeimer (2,58 K'. b.) Regenwasser „ 114 ℔. $13\frac{11}{25}$ Lth. bay.

Eine „ Maaß (0,043 K'. b.) „ „ 1 ℔. 29 Lth. bay.

Ein „ Schäffel (8,944 K'. b.) reinen Wassers ($3\frac{1}{2}$° R.) wiegt $396\frac{3}{4}$ ℔.

Ein rhein. Kubikfuß (***) wiegt bayer. ℔.: von Regenwasser 55,1886; von Gußeisen 392,31; von Kanonenmetall 478,55.

Ein rhein. Kubikfuß von bayer. Musketenpulver wiegt $53\frac{1}{4}$ bay. ℔. ****, von bayer. Geschützpulver $52\frac{1}{2}$ bayer. Pfund.

Ein bayer. Kubikfuß frisch gefallener Schnee wiegt 15 ℔. bayer., und gibt $7\frac{1}{4}$ Maaß Wasser.

Ein bayerisches Schäffel (8,944 K'. bayer.) wiegt bayer. Pfund, von

		im Mittel		
†) Weizen . .	276 bis 330	303	Malz . .	210 bis 220.
Korn (Roggen) .	250 bis 300	275	Hülsenfrüchte	290 bis 325.
Gerste	248 bis 270	259	Kartoffeln	270.
„ Mittel aus 14 Jahrgängen		257	Mehl Weizen-	194 bis 216.
Hafer (trock.) v. schlecht. Gatt.	170	187	††) Roggen-	155 bis 200.
von guter Gattung	200 bis 205			

†) Anmerk. 1. Das Gewicht des Getreides ist verschieden nach Jahrgängen und dem erzeugenden Boden. Die obigen Abwägungen wurden in theils guten, theils

*) Destillirtes Wasser von 3,5 Grad Réaumur (d. i. im Zustande der größten Dichte), u. berechnet aus der Angabe (Smola's Handbuch für k. k. Artillerie-Offiziere 1839), daß ein Wiener Kubikfuß destillirten Wassers von 3,5 Grad Réaumur 56,3775 Wienerpfunde wiegt.

**) Reduzirt aus der amtlichen Angabe, daß ein Pariser Kubikfuß destillirten Wassers in der Luft bei 10 Grad R. 69 Pfund 14 Unz. Poids de marc wiegt.

***) Reduzirt nach Gassendi.

****) Kr.-Minist.-Rescr. v. 20ten Mai 1845; bei der Uebernahme des Pulvers ist eine Variation von 2 Pfund über oder unter jenem Normalgewicht gestattet. Das im nämlichen Rescr. angegebene Spec.-Gewicht des bay. Pulvers siehe §. 202.

schlechten Jahrgängen an Getreide des Münchner-Marktes vorgenommen, wobei das Getreide nach gewöhnlicher Art in das Maaß geschüttet wurde. Mit diesen Angaben stimmen auch jene von Nelkenbrecher, die in der Tafel §. 202. unter Getreide angegeben sind, ziemlich überein. — Alter Hafer (obgleich trocken und rein) von nur 159 b. Pfund, und neuer von nur 166 b. Pfund das bay. Schäffel sind (nach Aide Mem. von Laisné) bei Lieferungen nicht anzunehmen.

††) Anmerk. 2. Die geringere Schwere bezieht sich auf Mehl von Trocken- oder Walzmühlen. Man erhält von 1 Schäffel guten Getreides $1\frac{1}{8}$ Schffl. Mehl; hievon ist bei Korn ein halbes Schffl. Weiß- und $\frac{5}{8}$ Backmehl.

Anmerk. 3. Nach der alten bay. Mahlordnung hat der Müller die Verbindlichkeit, den Mahlgästen dem Maaße nach abzuliefern: von 1 Schffl. guten Roggen $8\frac{1}{2}$ Mtz. Mehl und $1\frac{1}{2}$ Mtz. Kleien; von 1 Schffl. mittlern Roggen 8 Mtz. Mehl u. $1\frac{3}{4}$ Mtz. Kleien; und von 1 Schffl. geringen Roggen $7\frac{1}{2}$ Mtz. Mehl und 2 Mtz. Kleien. Nach dieser Abgabe verbleiben dem Müller $6\frac{1}{4}$ Procent oder $\frac{1}{16}$ von dem in die Mühle gegebenen Getreide als Mahlgebühr, und $4\frac{1}{2}$ Procent sind als Abgang durch Verstäubung gerechnet. Beim mittleren Gewichte (275 bayer. Pf.) des bayer. Schäffels Roggen von mittlerer Qualität, wiegt ein Metzen Roggenmehl im Durchschnitte $26\frac{1}{2}$ Pf., und 1 Metzen Kleien 16 Pf.; wonach sich obige Maaßangaben, des vom Müller abzuliefernden Materials, in Gewicht umwandeln lassen.

§. 202. Tafel der Dichte einiger Körper (specifisches Gew.).

(Hiebei ist die Dichte des destillirten Wassers von 3,5° Réaum. als Einheit angen.)

	Dichte.
Antimon (des Laboratoriums)	4,2—4,7
Blei gegossen (rein)*	11,330
„ gepreßt (rein)	11,388
Bier gewöhnliches	1,035
Branntwein gewöhnl.	0,95 bis 0,9
Kanonenmetall (im Mittel)	8,758
Eis	0,927
Eisen, Guß-	7,15 — 7,5
„ Schmied-	7,207—7,788
Erde, gewöhnliche	1,48
Gartenerde	1,63
Flußsand	1,90
grober Sand oder Lehm	1,92
Thonerde	2,00
feuchter Sand	2,05
feste, mit Kieselstein	2,48
Getreide (ber. n. Ang. v. Nelkenbrech.)	
Weizen	0,819
Roggen (Korn)	0,781
Gerste	0,656
Hafer	0,504
Gold, Ducaten	18,852
Holz: Rothbuchen	0,73
Weißbuchen	0,80
Eichen	0,79
Eschen	0,73
Linden	0,55
Nußbaum	0,67
Tannen	0,60
Ulmen	0,70

(Holz: Ausgetrocknetes, zur Verarbeitung geeignet, aber nicht künstlich gedörrtes)

	Dichte	
Korkholz	0,24	
Kalk, ungelöschter	1,842	
Kochsalz	2,257	
Kohle, gew. aus weich. Holz	0,28—0,44	
Kohle, aus Steinkohle (Coaks)	1,865	
Kupfer, gegossen	7,788	
„ gehämmert	8,878	
Luft, atmosphärische	0,0013	
Mauerwerk:	frisch	trocken
aus Ziegelstein	1,547	1,474
aus Bruchstein von	2,466	2,401
bis	3,206	3,122
Messing	7,6 — 8,8	
Oel, Lein- od. Brenn-	0,93 — 0,95	
„ Baumöl	0,915	
„ Terpentin	0,8725	
Pech	1,15	
Platina, geschmolzen	21,16	
Pulver, locker eingefüllt:		
Bayerisch. Musketen-Pulv.	0,944	
Geschütz- „	0,940	
Preußisch. ordinäres „	0,926	
Oesterreich. Stückpulver	0,940	
„ Musketen-Pulver	0,992	
Französ. Geschütz-Pulver	0,896	
Mögl. geschütt. österr. Muskt. „	1,113	
Quecksilber bei 0 Grad R.	13,598	
Salpeter, geschmolzen	2,745	
„ kristallisirt	1,900	

*) Das Spec.-Gewicht des von 19 Lieferanten, in das kgl. Laboratorium, gelieferten Bleies war von 10,540 bis 11,374.

	Dichte.
Schwefel, (natürlicher)	2,00—2,03
„ gegossener	1,80—1,99
Silber, rein geschmiedet .	10,511
Stahl, geschmiedet . . .	7,840
gehärtet	7,833
Steine, Ziegel- .	1,41 bis 1,86
Sandstein . . .	2,416
Granit .	2,643 bis 2,654
Marmor	2,687 bis 2,838
Steinkohle . .	1,27 bis 1,40
Schweinschmalz	0,9368
Salpetersäure (concentr.)	1,580

	Dichte.
Talg, (Unschlitt) . . .	0,942
Vitriolöl (Schwefel-Säure)	1,86
Wachs, gelbes	0,965
Wasser, destil. von $3\frac{1}{2}^{0}$ R.	1,000
Regen-	1,0013
Fluß-, von	1,001—1,007
Brunnen- . . .	1,008
Meer-	1,0265 bis 1,028
Wein . . .	0,992 bis 1,082
Weingeist . .	0,825 bis 0,9
Zink, gegossen	7,19
Zinn, englisches	7,291

Gebrauch der vorstehenden Tafel. Die Zahlen, welche (unter §. 202) anzeigen, wie vielmal ein Körper dichter sey als Wasser, geben hiedurch an, wie vielmal dieser Körper schwerer ist, als eine gleich große Menge Wassers. Um daher das Gewicht von 1 Kubik-Fuß eines Körpers zu erfahren, multiplicire man mit dessen Dichte (specifischen Gewichte) die Zahl 44,37642 Pfund, d. i. die Schwere von 1 bayer. Kub.-Fuß Wasser. So z. B. wiegt ein bayer. K'. Gartenerde $44{,}37642 \times 1{,}63 = 72{,}334$ ℔. bayerisch. Ferner wiegt 1 bayer. Schenk-Eimer Bier $118\frac{1}{2}$ Pfund. Um aber die Dichte (specif. Gew.) eines Körpers zu erfahren, dividire man das in ℔. gegebene Gewicht von 1 K'. desselben, durch 44,37642 ℔.

§. 203. Gewicht und Brennwerth von Holz, Torf und Steinkohlen.

Holzart. a) Beim Fällen. b) Nach 4—5 Monat Aufklaft. im Freien. c) Dürr, zur Verarbeitung geeignet.**	1 bayer. K'. wiegt bayer. Pfund. a.	b.	c.	d.	Holzart. d) Brennwerth, jenen von einer gleichen Masse Rothbuchenholz zu 100 angesetzt.	1 b. K'. wiegt b. Pfund. a.	b.	d.
Rothbuchen . . .	44,7	36	32,4	100	Lärchen	38,6	34	70
Weißbuchen . .	46,0	42	35,5	105	Weißerlen.	32,1	24	65
Eschen	43,3	37	32,4	105	Schwarzerlen . . .	37,2	30	55
Ulmen	42,6	37	31,1	90	Weide, weiße . . .	43,6	35	50
Eichen, gemeine	47,8	40	35,1	86	Torf, leichter, weiß Moos-,		13	45
Birken	41,3	35	29,9	82	leicht., brauner, Rasen-,		17	60
Tannen	37,9	32	26,6	68	* locker. schwarz. Sumpf-,		22	70
Linden	36,6	30	24,4	55	schwer. braunschwarz. „		33	105
Ahorn, gemeiner	41,5	35	. . .	105	schwerster, schwarzer „		56	120
Föhren	39,9	31	. . .	80	Steinkohlen } v. mittlerer Güte		60	400
Fichten	37,0	28	. . .	73	Braunkohlen } v. mittlerer Güte		50	150

Eine bayerische Klafter (6' lang, 6' hoch u. $3\frac{1}{2}$' Scheitlänge) trockenes Brennholz wiegt bayer. Zentner in Fichtenholz 18 (†), in Buchen 20 bis 23, Eichen 23, Birken 19—21, Föhr. 18—20, Tan. u. Erl. 15—$16\frac{1}{2}$.

*) Torf aus der Umgebung von Schleisheim stimmt mit dieser Gattung überein. Bei gleichen Gewichtstheilen verhält sich die Heizkraft von Schleißheimer Torf : Weichen Triftholz : Steinkohle = 100 : 83 : 250.

**) Trockenes Holz nimmt, wenn es einige Zeit im Wasser liegt, beinahe wieder die Schwere von frischem Holze an. Durch Theeren kann diesem begegnet werden.

†) Forstholz, gemessen im k. Holzgarten und gewogen auf der k. Heuwage. In der Klafter waren 116 starke Scheiter, die mittelgroßen 17 Pfund wiegend. Mit

In der bay. Klafter Scheiterholz (126 b. K'.) sind (nach Däzel's Tafeln für Forstmänner 1840) enthalten volle bayer. Kubikfuß Holz, bei Tannen und Fichten 89, bei Rothbuchen 88, bei Kiefern (Föhren) und Lärchen 86, bei Aespen, Birken, Erlen und Weißbuchen 83, bei Eichen 81. *)

Anmerkung. Das im §. 200 angegebene Gewicht von 1 K'. Holz zeigt auch, wie schwer ein solcher belastet werden könne, bis er im Wasser untersinkt. Da z. B. ein Kubikfuß Wasser 44,3 Pfund, 1 K'. frisches Tannenholz aber 37,9 Pfund wiegt, so kann 1 K'. Tannenholz 44,3 — 37,9 d. i. 6,4 Pfund tragen, ehe es untergeht. Bei Floßbrücken oder Flößen, zum Uebersetzen von Mannschaft, rechnet man aber als Belastung nur die Hälfte jenes Gewichtes, welches den Floß zum Untersinken bringen würde. Hiebei ist das Gewicht a) einer Rotte (2 Mann) Infanterie, von 3 Zentner, vertheilt auf 12 □'; b) eines Pferdes, von 6 bis 7 Zentner, sammt Reiter 8 bis 8½ Zentner, vertheilt auf 36 □'; c) eines ausgerüsteten unbespannten 12pfünders mit Protze 32 Zentner, desgleichen 6pfünders 30 Zentner, vertheilt auf 325 □'.

IV. Verschiedene Notizen.

§. 204. Geschwindigkeit.

Der Schall durchläuft in einer Secunde 1168 bayerische Fuß **) oder 467 Schritt zu 30'' Ddz. bayer. Gewöhnliche Taschenuhren machen in 1 Secunde 5 Spindelschläge; der Puls in einer Minute gewöhnlich 72 Schläge. Der Schall durchläuft daher in 1 Spindelschlage 93 Schritt (d. i. nahezu 100 Schr.), in 1 Pulsschlag 390 Schritt (beil. 400 Schr.).

Geschwindigkeit nach Fußen in 1 Secunde: der Flüsse im Durchschnitt 3—4, des Rheins 3, der Donau 5—6, des Sturms 40—120, des schnellsten Segelschiffes 14, des Rennpferdes 42 — 80, des schnellsten Eisenbahndampfwagens 60—80, der Musketenkugel 1200'; des Lichtes 40 000 Meil., des electrischen (telegr.) Stromes 60 000 Meil. in 1 Secunde.

§. 205. Militärische Notizen.

Infanterie. Geschwindigkeit per Minute: im Lehrschritt 80, im Feldschritt 108 Schritt zu 2½' (oder 30'' Ddz.), im Laufschritt 160 Schritt zu 3'. — **Raumeinnahme**: Breite eines Mannes 21''; Gliederabstand 48'' (=4') von Absatz zu Absatz, oder 34'' bis 36'' (=3') vom Rücken des Vor- zur Brust des Hintermannes; Tiefe einer Rotte von 2 Mann ungefähr 5½'; Frontbreite einer Compagnie (zu 48 Rotten u. 3 Zugsführer) 36 Schritt; Frontbreite eines Bataillons (zu 12 Zügen à 24 Rotten, Fahnensection u. Zugführer) 216 Schritt; Abstand von nebeneinander stehenden Bataillonen 18 Schritt; in geöffneter Gefechtsordnung: 2 Schritt von Mann zu Mann im nämlichen Kettenglied, und diese unter sich 6 Schritt Abstand (beide Abstände jedoch veränderlich nach Gefechts- und Terrain-Verhältnissen). — **Die Visirschußweite** für das gezogene Infanterie-Gewehr (Must. 1858. I., II. u. III.) ist 300 Schritt.

---

der Stärke der Scheiter nimmt das Gewicht und der volle Inhalt der Klafter zu, und so umgekehrt ab. Im Durchschnitt werden 120 bis 158 Scheiter in der Klafter Gebührholz gerechnet.

*) Hieraus ergibt sich, in Verbindung mit dem unter c) angegebenen Brennwerthe, der verhältnißmäßige Werth der Klafter von verschiedenen Holzarten. Brennwerth und Schwere ist auch nach dem Waldboden verschieden.

**) Bei 13 Grad Reaumür. Für jeden Grad mehr (oder weniger) geht der Schall 2,6 Fuß schneller (oder langsamer).

Cavalerie. **Geschwindigkeit**: Nach Schritten in einer Minute: 128 im Schritt, 200 im kurzen Trab, 300 im Trab, 460 im Galopp und 600 in der Carriere. (N. d. Vorsch. f. d. Unt. d. k. b. Cavalerie.) Das Dienstpferd trägt unbeschadet seiner Ausdauer 180 Pfund täglich 12 Stunden, oder 300 Pfd. täglich 8 Stunden; es trägt 150 Pfund u. zieht zugleich 750 Pfund 8 Stunden täglich. *) **Raumeinnahme**: Breite des Pferdes 1 Schritt; Länge 3 Schritt oder 7 Fuß; Tiefe einer Rotte sammt Abstand der beiden Glieder 7 Schritt. Frontbreite einer Escadron (48 Rotten mit 4 Zugscommandanten im Gliede) 52 Schritt; einer Division (zu 96 Rott. mit 8 Zugscommand. u. einem Escadrons-Intervall von 12 Schritt) 116 Schritt; eines Regiments (zu 3 Div. oder 6 Esc. in Schlachtordnung mit 5 Esc. Interv.) 372 Schritt; Tiefe 11 Schritt. Die **Visirschußweite** des Carabiners ist 70 Schritt, der Pistole 25 bis 30 Schritt.

Artillerie. **Die Länge** eines 6spännigen Geschützes oder Wagens beträgt 20 Schritt, †) die Breite 3 Schritt. Die Länge einer 6spän. Batterie in der Colonne zu eins ist 365 Schritt (16×20+15 Pferdslängen-Abstände zu 3 Schritten). In der **Frontaufstellung**: **Abstand** der beiden Linien aufgeprotzt 3 Schritt, abgeprotzt 40 Schritt. **Zwischenraum** von Achsschenkel zu Achsschenkel: im Park 6 Schritt, zum Manövriren 20 Schritt. Daher Frontbreite einer Batterie beim Manövr. 164 Schritt (Vorsch. f. d. Unt. d. k. b. Art.).

Ausgerüstet wiegt in bayer. Pfunden: die gezogene 6-Pfünder Feldkanone 3023 (mit 30 Schuß in der Protze); der zugehörige Munitionswagen (Syst. 1861) 3583 (mit 90 Schuß in Protze u. Wagen); der leichte Feld-12-Pfünder 3198 (mit 32 Schuß in der Protze), und 3648 (mit überdieß 3 Bedienungsmann auf der Protze); der zugehörige Munitionswagen (Syst. 1861) 3140 (mit 108 Schuß in Protze u. Wagen), und 3890 mit überdieß 5 Mann Bedienung. — Die Geleisweite der Feldartillerie ist $58\frac{1}{2}''$ Ddz. rhein. — Der gezogene Feld-6-Pfdr. ist ganz verglichen; dessen Aufsatz ist in 16tels Zolle eingetheilt, und wird Höhen- und Seitenrichtung nach der Schießtafel gegeben. — Der leichte Feld-12-Pfdr. ist mit $2\frac{1}{6}$ Richtschraubenarmen vollständig verglichen (Visirschuß 600 Schritt); der Rohraufsatz ist mit den Eintheilungen für die 3 Schußarten des Geschützes versehen; außerdem findet die Schieß- und Wurf-Tafel Anwendung.

Der Lagerraum in Verschanzungen beträgt Quadratfuß: a) für ein Geschütz mit Bedienung 216, mit unbespannter Protze 325, bespannt 750; b) für ein Pferd 60; c) für einen Mann in Blockhäusern 12, bei Hüttenlagerung 23 (in der Hütte selbst 12), in geschlossenen Schanzen 15—18 (auf kürzere Zeit wenigstens $12\frac{1}{2}$, auf längere 36).

Raum an der Brustwehr: a) per 3 Fuß (oder 1 Schritt) höchstens 3 Mann, wenigstens $1\frac{1}{2}$ Mann: $\frac{1}{3}$ hievon ist jedesmal Reserve; b) für ein Geschütz 16 bis 24 Fuß.

Die Brustwehr von Erde muß oben stark seyn: Gegen Flintenfeuer 3—6′, gegen leichtes Geschütz 8—10′, gegen 12-Pfdr. 12—15′.

Ausrüstung. Der ausgerüstete Infanterist (Füsilier, Jäger ꝛc.)

---

*) Nach Erfahrungen des fr. Artill. Kapitän Morin kann ein Pferd täglich im Schritte auf gebahnten Wegen eine Wagenbelastung von $12\frac{1}{2}$ Zentner 5 Meilen weit in 10 Stunden Zeit führen. — Ein gutes Pferd kann, bei täglich 8 Arbeitsstunden, in jeder Secunde einen Widerstand von 70 Kilogrammen (=140 Zoll-Pfund) überwinden. Dieses Gewicht heißt „eine Pferdekraft.“ Bei Dampfmaschinen werden 75 Kilogr. als Pferdekr. gerechnet.

†) Der tact. Schritt der Artillerie = 30″ Ddz. bayer. = jenem der Infanterie.

hat 48 scharfe Schuß (wovon 24 in der Patrontasche und 24 im Tornister) und 120 Zündhütchen in der Patrontasche.

Der ausgerüstete Artillerie-Unteroffizier und der Chevauleger hat 15, der Cürassier 16 scharfe Schuß im Cartouche, und ist (Unteroffiz. u. Gem.) mit 60 Stück Zündhütchen versehen.

Durchmesser, Gewichte und Pulverladungen der kleinen Feuerwaffen.

Namen.	Durchmesser der		Gewicht der		Pulverladung	
	Bohrung.	Geschoße	Waffe	Geschoße	scharf. Schuß	blind. Schuß
	Rhein. Ddz. Zoll		Bay. Pf.	Bay. Loth.	Bayer. Loth.	
Gezog. Inf.-Gew. Must. 1858. I. u. II.	0,53	0,52	$8\frac{3}{16}$	1,66	$\frac{4}{16}$ **	$\frac{3}{16}$
" " " " " III.	0,53	0,52	$8\frac{1}{8}$	1,66	$\frac{4}{16}$ **	$\frac{3}{16}$
Abgeänd. Inft.-Gew. Must. 1842.	0,69	0,68	$8\frac{1}{2}$	$2\frac{18}{23}$	$\frac{4,5}{16}$ **	$\frac{3}{16}$
" " " " "	0,68	*0,645	$8\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{5}$	$\frac{7}{16}$	—
Zündhütchen-Karabiner. . . .	0,68	0,634	$4\frac{11}{16}$	$1\frac{7}{9}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{5}{16}$
Zündhütchen-Pistole	0,68	0,634	$2\frac{3}{8}$	$1\frac{7}{9}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{4}{16}$
Abgeänderte Wallbüchse . . .	0,85	0,84	$21\frac{1}{2}$	$5\frac{9}{11}$	$\frac{7}{16}$	—

*1) Neßlergeschoß.
**2) Neues Gewehrpulver.

3) Auf 1 bay. Pfund gehen: $19\frac{1}{5}$ gepreßte Langgeschoße vom Durchmess. 0,52, oder $11\frac{1}{2}$ vom Durchmesser 0,680, oder 20 Kugeln vom Durchmesser 0,645;

4) Als Feldausrüstung sind in einem Infanterie-Munitions-Verschlag:
   a) Vom Gewehr-Muster 1858: 2592 scharfe Patronen in 216 Päckchen zu 12 Patronen (in 8 Lagen, zu je 3 Reihen, zu 9 Päckchen);
   b) Vom Gewehr-Muster 1842: 1800 scharfe Patronen in 225 Päckchen zu 8 Patronen;
   c) Vom Neßler-Geschoße: 2016 sch. Patr. in 168 Päckch. zu 12 Patr.
   d) Vom Karabiner: 2520 scharfe Patronen „ 210 „ „ 12 „
   e) Der Pistole: 3024 „ „ „ 252 „ „ 12 „

5) Das Gewicht des leeren Infanterie-Munit.-Verschlags ist 11 Pf.; die innere Länge 18″,41; Breite 7″,5; Tiefe 13″ und Holzdicke 0″,75 rhein. Ddz.

6) An blinden Patronen kommen in einen Infanterie-Mun.-Verschlag:
   a) Vom Gew.-Must. 1858: 4368 Stück, in 364 Päckchen zu 12 Patr., und zwar in 7 Lagen, zu 4 Reihen, zu 13 Päckchen;
   b) Vom Gew.-Must. 1842: 2520 Stück, in 315 Päckchen zu 8 Patr., und zwar in 7 Lagen, zu 3 Reihen à 15 Päckchen.

7) Die Zündhütchen sind verpackt zu 72 Stück in ein Päckchen, dann entweder 17 solcher Päckchen in ein Paket zu 1224 Zündhütchen,
oder 3 „ „ in ein kl. Paket zu 216 „
und es kommen in einen Infant.-Munit.-Verschlag 27 große und 9 kleine Pakete, d. i. zusammen 34992 Zündhütchen.

8) Die innern Maaße der Pulver-Cymente sind in rhein. Duodez.-Zoll.:
   a) für $\frac{7}{16}$ löthige Patronen: der Durchmesser 0″,8 die Höhe 0″,88
   b) „ $\frac{5}{16}$ „ „ : „ „ 0″,7 „ „ 0″,82
   c) „ $\frac{4}{16}$ „ „ : „ „ 0″,7 „ „ 0″,66

Zweiter Anhang.

Resultate

der Uebungsbeispiele.

§. 206.

1] Zweiundsiebenzig Millionen, fünfhunderteinunddreißig tausend-sechshundertneunundachtzig.

2] 246 Millionen, fünftausend-dreiundachtzig.

3] Fünfhundert Millionen und sechs.

4] *) 3 Tsd.-240 Billionen, 609 Mill., 700 Tausend u. fünf.

5] 80 Tsd.-300 Bill., 700 Tsd.- 700 Mill., und 7 Tsd.

6] 2 Tsd.-60 Trill., 8 Bill., 970 Tsd. Mill., 604 Tsd. u. 9.

7] Eine Billion Pfennige betragen 250 tausend Millionen Kreuzer oder 4 Tsd.-166 Mill., 666 Tsd.-666 Gulden und 40 kr., und wer täglich zwölf Stunden, in jeder Minute hundert Pfennige zählte, würde acht und dreißig Tausend zweiundfünfzig Jahre brauchen.

8] Die Grenzlinie beträgt siebenhunderteinunddreißig geograph. Stunden, der Flächeninhalt dreizehnhundert ein und achtzig Quadrat-Meilen, auf denen vier Millionen, 370 Tausend 977 Seelen wohnen. (1 Tsd. achthundert und vierzig.)

9] Bayern ... im Jahr 1 Tsd. 827 ... von 4 Mill. 44 Tsd. 569 Seelen in 842 Tausend 753 Familien; Ende 1 Tsd. 843 aber 4 Millionen, 440 Tausend drei hundert sieben und zwanzig Seelen in 987 Tausend 463 Familien.

10] Infanterie 42 Tausend 456 Mann, Cavalerie 9 Tsd. 534 Mann, Artillerie 3 Tausend 154 Mann, und Fuhrwesen 1 Tausend 95 Mann.

11] 9 Mill. 793 Tsd. 266 Tagwerke Aecker, 2 Mill. 792 Tsd. 160 Tagw. Wiesen, 363 Tsd. 812 Tagwerke Weinberge 2c., 6 Mill. 444 Tsd. 876 Tagwerke Waldungen, 507 Tsd. 247 Tagwerke Gewässer, 2 Mill. 332 Tsd. 711 Tagwerke Weiden 2c.

12] Die Frauenkirche ist 335, die Martinskirche 470 und die Zugspitze ist 10630 Fuß hoch.

13] Der Flächenraum ist 22 234 072 Tagwerke.

14] Der Umkreis 5 400, die Oberfläche 9 281 956.

15] Der Durchmesser ist 1 719, der Raum 2 650 686 000.

---

*) Der Kürze wegen sind in den Beispielen 4 mit 11, die dreiziffrigen Zahlen mit Ziffern geschrieben; Anfänger werden jedoch auch diese mit Worten schreiben.

Nro.

16] Die Entfernung der Sonne ist 20682329 Meilen, jene des Mondes 51706 geogr. Meilen.

17] LVIII; CCCXIX; MDCCCXLI.

18] CDLXXIV; MDCCCXII; MMMMMMMMCMLXXII oder statt letzterem: VIIIMDCCCCLXXII, indem ausnahmsweise bei dem Zahlzeichen M links davon stehende Ziffern anzeigen, wie vielmal M (tausend) zu nehmen ist.

19] Den 29ten April 1790.
20] 407. 21] 94. 22] 944.
23] Der gelehr. Gerbert, Bisch. v. Rh. der i. J. 999, als Sylv. d. Zweite ꝛc.
24] 39. 25] 35.
26] 101. 27] 368.
28] 1802. 29] 15140.
30] 405885.
31] 19092284.
32a] 65793422. 32b] 85308901.
33] 77. 34] 86.
35] 138. 36] 674.
37] 59. 38] 143.
39] 712. 40] 54.
41] 1104. 42] 20142606.
43] 611101. 44] 108.
45] 1887. 46] 28714.
47] 70482 fl. 48] 949 fl.
49] 7906709. 50] 100175.
51] 377. 52] 376.
53] 29. 54] 43.
55] 19 kr. 56] 19 Patron.
57] 15 Hunderter.
58] 28 Tausender.
59] 18 Zehner.
60] 48 Mann.
61] 63 Pfund.
62] 688 Mann.
63] 100536 fl.
64] 5820 Portionen.
65] 3933072 Pfund.
66] 4006368.
67] 2851100.
68] 60317485 69] 7829883.
70] 32130. 71] 3806000.
72] 4164952000.

73] 311490630000 fl.
74] 55458 fl.
75] 55244 Musketen.
76] 64985. 77] 671762.
78] 60444. 79] 37084.
80] 155279. 81] 36800.
82] 2116800.
83] 221760000.
84] 1269531036000.
85] 505908936.
86] 72101035.
87] 19910576.
88] 6604136.
89] 3776962849.
90] 364500.
91] 7516800000.
92] 33081263400.
93] 410409936048.
94] 83700.
95] 16129800.
96] 4288054630.
97] 67365270000.
98] 28 kr. 99] 111 fl.
100] 270 ℔.
101] 664 ℔. 102] 686.
103] 594. 104] 9.
105] 4. 106] 7.
107] 9 und Ueberschuß 2.
108] 4 und den Rest 5.
109] 7 und den Rest 2.
110] 7 ℔. 111] 7 mal.
112] 8 ganze Kerzen.
113] Täglich 8, am letzten Tage 11 Stunden.
114] 342014.
115] 210222. 116] 10110.

Nro.
117] 329589.
118] 780236 und den Rest 1.
119] 326021.
120] 933352 und den Rest 1.
121] 1067500.
122] 9926470 u. den Rest 1.
123] 72037. **124**] 1780120.
125] 4941914 u. den Rest 2.
126] 15839. **127**] 1200092.

§. 41. Die vollständigen Quotienten
zu 118] $780236\frac{1}{3}$;
" 120] $933352\frac{1}{3}$;
" 127] 1200092;
" 130] $119655\frac{1}{8}$;
" 131] $347117\frac{7}{9}$;
" 135] $361\frac{7}{32}$;
" 137] $1421\frac{85}{203}$;
" 138] 139] 141] u. 142] w. oben.
" 148] $1217\frac{281}{620}$;
" 149] $139\frac{2}{60}$;
" 152] $9456\frac{8}{10}$.

128] 607295 u. den Rest 2.
129] 920032.
130] 119655 u. den Rest 1.
131] 347117 u. den Rest 7.
132] 1055649.
133] 212. **134**] 5723.
135] 361 und den Rest 7.
136] 853. **137**] 1421, Rest 85.
138] 483. **139**] 203005.
140] 50400. **141**] 40009.
142] 300009.
143] 445 und den Rest 1.
144] 22160 u. den Rest 3106.
145] 99 und den Rest 191.
146] 532 " " " 196.
147] 71 " " " 4903.
148] 1217 " " " 281.
149] 139 und den Rest 2.
150] 87 und den Rest 71648.
151] 78612.
152] 9456 u. den Rest 8.
153] $8025\frac{27}{512}$. **154**] $9\frac{53499}{87653}$.

Nro.
155] $88\frac{33}{79200}$.
156] $2029\frac{6302}{9000}$.
157] 42. **158**] $10566\frac{47}{60}$.
159] $876052\frac{1}{8}$. **160**] 50067.
161] $27\frac{837}{1000}$. **162**] $513\frac{3}{48}$.
163] 30400006.
164] 36 fl. **165**] $52\frac{1}{7}$ Woch.
166] $20\frac{2}{8}$ kr. **167**] 25 Mann.
168] $10\frac{5}{6}$ T. **169**] 118336.
170] 57078.
171] 35991228.
172] 330576.
173] 16639783.
174] 4928164.
175] 230893320.
176] 24175. **177**] 48000.
178] 2091500.
179] Die 1. Schütz. 3312 Patr.; 1te Füs.) 3852; 2) 5112; 3) 3096; 4) 1404; 5) 5688; 2. Schütz. 4536; 6) 2664; 7) 2484; 8) 1620; 9) 3096; 10) 3888 Patronen.
180] a) 94965 fl.; b) 315089 fl. c) 4571956 fl.; d) 393009 fl.; e) 37012 fl.; f) 1244285 fl.
181] 3575. **182**] 29532.
183] 6769068.
184] 13424. **185**] 130965.
186] 1129184.
187] 815308. **188**] 546380.
189] $28407\frac{2}{10}$.
190] $113264\frac{68}{100}$.
191] $15638\frac{12}{100}$ (oder $\frac{6}{50}$).
192] 698433.
193] a) 747 Pfund; b) 878 Pfund 3 Qnt.; c) 30052 Pfund.

Nro.

194] a) 6493 Verschläge
und 78 Päckchen Rest;
b) 5664 Verschläge
und 94 Päckchen Rest;
c) 185691 Verschläge
und 61 Päckchen Rest;
d) 588 Verschläge
und 18 Päckchen Rest.
195] 58430 fl. 6 Batzen.
196] 6960 Fuß 9 Zoll.
197] 8656 Pfund 16 Loth.
198] * 189 kr.
199] Die 4 erst. Tag. 13 kr. wen.
200] 328 kr. **201**] 5 fl. 28 kr.
202] $23\frac{5}{8}$ kr. **203**] 30 fl. 36 kr.
204] 25 fl. 34 kr. **205**] 11 kr.
206] 14367 fl.
207] 1270 fl. 30 kr.
208] 51060 kr.
209] 67 fl. 45 kr.
210] 3780 Patronen.
211] 13 fl. 12 kr.
212] 3956 Pfund.
213] 7 Stück 106 Pfund.
214] Wöchentl. 1 fl., jährl. 52 fl.
215] 32 Mann. | 216] 888 Pfund.
217] Menage-Zettel.

6 ℔. Fleisch zu 8 kr.	48	kr.
1 ℔. Salz zu 4 kr.	4	„
Grünes	1	„
Brod	17	„
Summe	1 fl. 10	kr.

218] 12 Tage. **219**] 15 Tage.
220] 80 Mann.
221] Jede Section zu 5 Rott.
222] 3165 Seelen.
223] Ganze Zunahme: 395758;
jährl. Zunahme: 24735 nahezu.
224] 22234072 Tagwerke.

Nro.

225] 324 Jahre.
226] 18 fl. 33 kr.
227] a) im Lehrschritte
1 Stunde $3\frac{41}{80}$ Minut.
b) im Feldschritte
$47\frac{5}{108}$ Minuten.
228] $16\frac{3}{7}$ Kubikfuß.
229] 3780 Kubikfuß.
230] a) $471\frac{14}{124}$ d.i. nahe 471 M.
230b] 180 Tag. | 230c] 6 Tag nahezu.
231] 4600 bayer. Fuß.
232] 1 Stunde u. 7997 Fuß.
233] 127050 fl.
234] 194 Pantalons.
235] 3608760 Patronen.
236] $4088\frac{144}{215}$ Schäffel.
237] 8 Regiment. zu 2064 M.
jedes, u. 1 Reg. zu 1763 M.
238] a) 1028 Mann.
b) 43 Rotten, von denen
in 4 Comp. eine blind ist.
c) in jeder Comp. 3 Sect.
zu 6 Rotten, u. 5 Sect.
zu 5 Rotten.
239] 135840 hl.
240] 74163 pf.
241] 36398 hl.
242] 69885 Loth.
243] 68664''' Dbz.
244] $34\frac{1}{4}$'' Dbz.
245] 152436'' Dbz.
246] 1398 Halbe.
247] 13344 Bögen.
248] 15 fl. 45 kr. 3 hl.
249] 3 fl. 26 kr. 1 pf.
250] 219 fl.
251] 81 fl. 21 kr.
252] 19° 2' 1'' Dbz.

*) Anmerk. Bei den folgenden Beispielen sind zwar nur die Resultate angegeben; Anfänger dürfen aber nicht bloß trachten, diese schnell finden zu lernen; sondern sie müssen sich bei jeder Aufgabe zuerst deutlich machen, und namentlich angeben, welche Rechnungsart, und warum sie zur Beantwortung führt.

Nro.		Nro.	
253]	25 Ztr. 14 ℔. 21 Loth.	294]	15 fl. 50 kr.
254]	285 Stück Lichter.	295]	33 fl. 34 kr.
255]	46 Pfund 3 Stück.	296]	48 fl. 10 kr.
256]	26 Klftr. 7 Achtelsklftr.	297]	a) 46° 9′ 2″ 4‴ Dz. b) 46° 6′ 8″ Ddz.
257]	225 Klftr. 7 Achtl.	298]	53 fl. 53 kr. 1 hl.
258]	309 Achtelsklafter.	299]	331 fl. 14 kr. 2 pf.
259]	42 fl. 50 kr.	300]	2335 fl. 53 kr. 2 pf. 4 hl.
260]	80460 Quint.	301]	9 fl. 53 kr.
261]	27084 pf.	302]	906 fl. 53 kr. 2 hl.
262]	14 Zntr. 95 ℔. 29 Lth.	303]	228 fl. 37 kr.
263]	29 Vis.-Eim. 16 Maaß.	304]	69 fl. 7 kr.
264]	788 Port. à 1 Quart.	305]	101 Ztr. 89 ℔. 14 L. 1 Qt.
265]	2236 Mann.	306]	365 Ztr. oder 36500 ℔.
266]	2391 fl. 28 kr.	307]	4 ℔. 2 Lth. 1 Qt.
267]	5735 Port. zu 1 Mäßl.	308]	9 Eim. 4 Mß. 2 Qrt.
268]	51840 Quartblätter.	309]	3 Eim. 22 Mß. 6 Achtl.
269]	3 Rieß 16 Buch 1 Bog.	310]	35 Fuder 1 Eimer.
270]	21 fl. 5 kr.	311]	267 Schffl. 4 Metzen.
271]	$2614\frac{6}{30}$ Schritt.	312]	3 Schffl. 5 Mtz. 1 Vrtl. 2 Mß.
272]	1330 Tage (das Jahr zu 365 Tag, den Monat zu 30 Tag gerechnet).	313]	1 fl. 16 kr. 4 hl.
		314]	8 fl. 35 kr.
273]	785396 Scrupel Dz.	315]	1 fl. 53 kr.
274]	14° 2′ 8″ 9‴ 1^{IV} Dz.	316]	8 fl. 39 kr. } 1 Bayerth. zu
275]	58400 fl.	317]	7 fl. 12 kr. } 2 fl. 27 kr.
276]	177 fl. 30 kr.	318]	86 fl. 41 kr.
277]	250 fl. **278]** 18 fl. 45 kr.	319]	80 fl. 12 kr. 6 hl.
279]	38 fl. 24 kr.	320]	1362 fl. 32 kr. 2 pf.
280]	130 fl. 40 kr.	321]	344 fl. 8 kr. 4 hl.
281]	3 fl. 7 kr. 2 pf.	322]	59 kr. 6 hl.
282]	118 fl. 7 kr. 2 pf.	323]	4 fl. 7 kr. 2 hl.
283]	3 fl. 35 kr.	324]	16 fl. 47 kr. 3 pf.
284]	9 fl. 4 kr.	325]	6 fl. 26 kr. 6 hl.
285]	140 fl. 51 kr.; 16 fl. 10 kr.; 325 fl. 7 kr.	326]	12 fl. 35 kr. 5 hl.
		327]	8 fl. 7 hl. zu wenig empf.
286]	36 fl. 30 kr.	328]	3 fl. 17 kr. 4 hl zu viel empf.
287]	33 fl. 5 kr.	329]	30 fl. 56 kr. 7 hl.
288]	11 fl. 24 kr.	330]	13 Ztr. 7 ℔. 8 Lth.
289]	23 fl. 6 kr.	331]	46 ℔. 21 Lth. 2 Qt.
290]	79 fl. 48 kr.	332]	30 Ztr. 85 ℔. 29 Lth.
291]	33 fl. 36 kr.	333]	59 Ztr. 53 ℔. 6 Lth. 2 Qt.
292]	219 fl. 45 kr.	334]	48 ℔. 26 Lth.
293]	24 fl. 56 kr.	335]	2 Klftr. 6 Achtel Guthaben.

Nro.

336] 1 ℔. 15 Stück Guthaben.
337] 1 Elle 6 Achtel.
338] 3 Eim. 28 Mß. 3 Achtl.
339] 1 Schffl. 2 Mtz. 5 Mäßl.
340] 3 Ballen 3 Rieß 15 Buch.
341] 2 Mtz. 1 Vrtl. 4 Mßl. 1½ Dr.
342] 185 Schffl. 3 Mtz.
343] 4 Vis.-Eim. 49 Mß.
344] 3 Fud. 3 Ohm. 27 Mß.
345] 4 Tag 15 St. 54 Minut.
346] 22 Jahr 7 Mt. 24 Tag.
347] 36 „ 3 „ 22 „
348] 3 „ 1 „ 18 „
349] 3 Jahr 8 Mt. 19 Tage hat der Unteroffiz. noch zu dienen.
350] 1 J. 1 M. 4 T. als Gemeiner,
4 „ 4 „ 19 „ „ Corporal,
2 „ 7 „ 3 „ „ 2. Wchtm.
351] 109 Jahr, 7 Mt., 24 Tag, 14 Stund. u. 45 Minut.
352] 36 Jahr, 7 Mt. u. 26 Tag wurde Friedr. d. Gr. älter.
353] Geboren 1737 am 17. Mai Nachmitt. 3 Uhr 48 Minut.
354] 1745 am 20. Januar.
355] 37 kr. treffen heraus.
356] 1 fl. 56 kr. trifft heraus.
357] 1 fl. 35 kr. „ „
358] 1 fl. 28 kr. 3 hl. „ „
359] 1 kr. 360] 54 kr.
361] 330 fl. 30 kr. 4 hl.
362] 8 fl. 4 kr. 7 hl.
363] 567 fl. 12 kr. 4 hl.
364] 3 fl. 30 kr.
365] 885 fl. 1 pf.
366] 834 fl. 2 kr. 1 pf.
367] 2278 fl. 19 kr. 3 pf.
368] 7 fl. 58 kr. 6 hl.
369] 239 fl. 44 kr. 2 hl.
370] 43 fl. 15 kr.
371] 2 Ztr. 36 ℔. 22 Lth.
372] 585 Ztr. 44 ℔.

Nro.

373] 255° 9′ 5″ 3‴ Odz.
374] 7° 11′ 1″ 10‴ Odz.
375] 41 Vis.-Eimer 19 Maaß.
376] 24 Sch.-Eimer 44 Mß.
377] 258 Schffl. 4 Mtz. 1 Vrtl.
378] 1 Schffl. 1 Mtz. 1 Vrtl.
379] 57 Klftr. 6 Achtl.
380] 1 Ballen 8 Buch 3 Bogen.
381] 430 ℔. 8 Stück.
382] 15 fl. 54 kr.
383] 56 fl. 10 kr.
384] 967 fl. 48 kr.
385] 32235 fl. 45 kr.
386] 1367 fl. 30 kr.
387] 10198 fl.
388] 45 Ballen 9 Rieß.
389] 95° 8′ 2″ 8‴ Odz.
390] 2003 Eimer 45 Mß.
391] 529 Ztr. 95 ℔. 30 Lth.
392] 43902 fl. 34 kr. 7 hl.
393] 71943679 fl. 25 kr. 7 hl.
394] 13225808 fl. 29 kr.
395] 39 Ztr. 1 ℔. 22 Lth. 3 Qt.
396] 32 fl. 9 kr. 1 hl.
397] 73 fl. 40 kr.
398] 1470 fl. 32 kr.
399] 3034 fl. 37 kr.
400] 284 fl. 54 kr.
401] 15 Schffl. 6 Mßl. 1 Drß.
402] 238 fl. 58 kr.
403] 37 Klftr. 3 Achtel.
404] 13 fl. 15 kr. 405] 17 fl.
406] 8 fl. 36 kr.
407] 4 fl. 52 kr. 2 pf.
408] 16 fl. 40 kr.
409] 132 fl. 4 kr.
410] 9 fl. 48 kr.
411] 81 fl. 30 kr. in 30 Tag.
991 fl. 35 kr. „ 365 „
412] 20 fl. 53 kr. 4 hl. in 92 Tag.
2 fl. 29 kr. 7 hl. „ 11 „
413] 25 fl. 20 kr.

Nro.

414] 16 fl. 15 kr.
415] 5 fl. 15 kr.
416] 2 fl. 21 kr. 2 hl.
417] 43 fl. 12 kr.; 234 fl. 54 kr. und 337 fl. 30 kr.
418] 52 fl. 30 kr. bayer. 205 fl. 20 kr. bayer.
419 a] 29 fl. 45 kr.; 196 fl.
419 b] 4 fl. 40 kr.; 9 fl. 20 kr.; 14 fl.; 42 fl.; 44 fl. 20 kr.; $46\frac{2}{3}$ fl.; 56 fl.
419 c] 31 fl. kostet 1 Eimer.
420] 5 fl. 37 kr. 2 pf.
421] 6 fl. 30 kr.
422] 4 fl. 24 kr. | **423**] 48 kr.
424] 5 fl. | **425**] 62 fl. 55 kr.
426] $18\frac{35}{69}$ Theile zu 1 fl. 9 kr.
427] $654\frac{1}{229}$ Theile.
428] In $6\frac{36}{194}$ Theile.
429] $244\frac{4}{11}$ mal.
430] $219\frac{51}{55}$ Theile.
431] 31744 Kugeln.
432] 20988 Patronen.
433] 39 fl. 18 kr. $4\frac{3}{8}$ hl.
434] 94 ℔. 29 Lth. 3 Qt.
435 a] 6′ 0″ 3‴ $9\frac{3}{23}^{IV}$ Dz.
b] 4° 2′ 10″ 2‴ $10\frac{94}{137}^{IV}$ Dbz.
436] 2 fl. 15 kr. $3\frac{76}{108}$ hl.
437] 19 fl. 47 kr. 5 hl.
438] 62 fl. 31 kr. $1\frac{5}{6}$ pf.
439] 2 fl. 31 kr. $4\frac{31}{38}$ hl.
440] 4 fl. 23 kr. $1\frac{19}{365}$ hl.
441] 14 Lth. 2 Quint.
442] $1\frac{687}{1025}$ Quart.
443] 843 fl. 26 kr. 7 hl.
444] 2 Schf. 2 M. 1 V. 4 M. $1\frac{83}{85}$ D.
445] 1° 7′ 7″ 8‴ $5\frac{1}{17}^{IV}$ Dbz.
446] 3 fl. 36 kr. | **447**] 25 fl.
448] 1 fl. 51 kr. | **449**] 39 kr.
450] 1 fl. 25 kr.
451] 1 fl. 14 kr. | **452**] 23 kr.
453] 28 kr. $6\frac{8}{32}$ hl.
454] 43 kr. 2 pf.

Nro.

455] 190 fl. 55 kr. $2\frac{2}{3}$ hl.
456] 27 kr. $1\frac{16}{30}$ hl.
457] 1 fl. 13 kr. $2\frac{2}{11}$ hl.
458] 2 fl. 39 kr. $2\frac{6}{9}$ hl.
459] 2 Klftr. $6\frac{1}{6}$ Achtelsklftr.
460] 2 Eimer $6\frac{1}{17}$ Maaß.
461] 37 Kronenthaler 6 kr.
462] 203 Kronenthlr. 24 kr.
463] 139 „ 34 kr.
464] $85\frac{5}{7}$ fl. österr.; $57\frac{1}{7}$ preuß. od. Ver.-Thlr.
465] 252 Bayerthlr. u. 1 fl. 53 kr.; 353 pr. Thlr. u. 1 fl. 32 kr.
466] 18 kr. $3\frac{1}{5}$ hl. kost. 1 Mß. 4 kr. $2\frac{2}{5}$ pf. kost. 1 Schoppen.
467] $8\frac{1}{2}$ kr.
468] 7 fl. 30 kr. $6\frac{2}{5}$ hl.
469] 48 kr. | **470**] 153 fl. 55 kr.
471] 9° 10′ 11″ 5‴ Dbz.
472] 55 ℔. | **473**] 11 fl. 15 kr.
474] 111 fl. 42 kr.
475] 1 fl. 47 kr. 3 hl.
476] 13 fl. 37 kr. 3 pf.
477] 8 Pfund 25 Loth.
478] 9 fl. 27 kr. $5\frac{2}{5}$ hl.
479] 1° 3′ 10″ 10‴ Dbz.
480] 62 fl. 31 kr. $3\frac{4}{6}$ hl.
481] 1 Metzen 7 Mßl.
482] 8976 Patronen.
483] $9\frac{528}{1200}$ Lth. Fleisch und 1 Mßl. $\frac{224}{1200}$ Dr. Mehl.
484] 744 Ztr. 80 ℔. Fleisch, 886 Schffl. 4 Mtz. Mehl, 709 Sch.-Eim. 20 M. Bt. } auf 112 Tag.
485] 3 Ztr. 75 Pfd. Pulver und 11 Ztr. 25 Pfd. Blei.
486] 11 Min. 40 Secund.
487] 169 Kronthlr., 21 kr. 5 hl.
488] der 3te 206 fl. 6 kr.
„ 4te 185 „ 24 „.
„ 5te 164 „ 42 „.
„ 6te 144 „ — „.

Nro.

489] 82264 fl. in 113 Tag.
490] 265720 fl.
491] 5 Monat $2\frac{136}{157}$ Tag.
492] 262 fl. $2\frac{1}{2}$ kr. in 1655 Tag.
493] 224 Krthlr. u. 2 fl. 27 kr.
494] d. Angebot d. I. ist vortheilh., u. 229 fl. 4 kr. ist d. Ersparung.
495] 448 Patronen.
496] 36 Ellen.
497] Auf 1 Stund 5081 ganze Schritt u. 635 ganze Schritte auf $\frac{1}{8}$ Säule.
498] 7 Stund 36 Min. 23 Sec.
499] 1 Ztr. 41 Pfd. 9 Lth.
500] 103 Wägen.
501] 1,2,3,5,4,8,6,12,24,9,18,36,72, 10,20,40,15,30,60,120,45,90, 180,360.
502a] 1,2,3,4,5,6,10,12,15,20,30,60.
502b] 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48, 72, 144.
503] 13 u. die Quot. 119 u. 437.
504] 117 " " " 5 u. 8.
505] 1, daher sind 1381 u. 348 Grundzahlen unter sich.
506] 161 u. d. Quot. 11 und 1.
507] 37 " " " 408 u. 169.
508] 25 " " " 64 " 35.
509] 17 " " " 61 " 47.
510] 567 " " " 11 " 19.
511] 59 " " " 17 " 7.
512] 2 " " " 273 " 6970.
513] 29 " " " 43 " 104.
514] 126 " " " 13 " 8.

515] 32.	516] 624.
517] 2700.	518] 180.
519] 660.	520] 21294.
521] $\frac{120}{24}$ fl.	522] $\frac{56}{8}$ Klftr.
523] $\frac{7920}{60}$ fl.	524] $\frac{94}{47}$ ftel.
525] $\frac{747}{83}$ ftel.	526] $\frac{10108}{532}$ ftl.
527] $\frac{38}{7}$ fl.	528] $\frac{37}{8}$ Klftr.
529] $\frac{13}{4}$ Lth.	530] $\frac{277}{15}$ fl.
531] $\frac{5431}{100}$ Ztr.	532] $\frac{11699}{32}$ ℔.
533] $\frac{343}{12}$ Fuß.	534] $\frac{5897}{444}$ □'.
535] $\frac{3640}{37}$ Eim.	536] $3\frac{2}{5}$ Zoll.
537] $3\frac{2}{8}$ Klftr.	538] $14\frac{2}{10}$ fl.
539] 4 Maaß.	540] $21\frac{2}{15}$ fl.
541] $5\frac{12}{16}$ fl.	542] $4\frac{7}{20}$ fl.

543] $84\frac{76}{100}$ Zentner.
544] $1406\frac{15}{32}$ Pfund.
545] $2316\frac{12}{35}$ Gulden.
546] $3\frac{3}{5}$ fl.; $\frac{3}{30}$ fl.
547] $2\frac{5}{8}$ Klftr.; $\frac{3}{56}$ Klftr.
548] $\frac{15}{16}$ fl.; $\frac{5}{80}$ fl.
549] $5\frac{4}{10}$ Ellen; $\frac{9}{70}$ Ellen.
550] $4\frac{7}{62}$; $\frac{51}{1178}$.
551] $11\frac{10}{31}$; $\frac{27}{403}$.

552] $91\frac{12}{315}$.	553] $1\frac{33}{1072}$.
554] $45\frac{282}{315}$.	555] $3\frac{23}{200}$.
556] $\frac{6}{3397}$.	557] $\frac{346}{939145}$.
558] $\frac{5}{729}$.	559] $12\frac{37}{40}$.
560] $21\frac{337}{428}$.	561] $\frac{19}{1923}$.
562] $153\frac{16}{20}$.	563] $\frac{232}{9705}$.
564] $\frac{7}{8}$.	565] $\frac{3}{5}$.
566] $\frac{4}{5}$.	567] $\frac{7}{8}$.
568] $\frac{8}{13}$.	569] $\frac{7}{22}$.

570] $\frac{1995}{1365} = 1\frac{6}{13}$.

571] $\frac{85}{197}$.	572] $\frac{3}{11}$.
573] $\frac{5}{9}$.	574) $\frac{5}{8}$.
575] $\frac{26}{27}$.	576] $\frac{11}{19}$.
577] $2\frac{3}{7}$.	578] 11.
579] $2\frac{18}{43}$.	580] $3\frac{337}{348}$.
581] $\frac{169}{408}$.	582] $\frac{45}{72}$.

583] $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \frac{36}{48}$.

584] $\frac{1600}{1728}$. | 585] $\frac{49}{112}$.

586] $\frac{168,\ 196,\ 64,\ 35.}{224}$
587] $\frac{62,\ 51.}{93}$
588] $\frac{6,\ 8,\ 9.}{12}$
589] $\frac{1,\ 5,\ 1.}{7}$
590] $\frac{432,\ 945,\ 405,\ 40,\ 270.}{1080}$
591] $\frac{672,\ 180,\ 245,\ 280.}{840}$

Nro.

592] $4\frac{3}{16}$ Pfd.
593] 45.
594] $75\frac{5}{8}$.
595] $2\frac{48}{217}$.
596] $1\frac{9}{56}$.
597] $1\frac{7}{18}$ fl.
598] $1\frac{27}{28}$.
599] $1\frac{1}{3}$.
600] $1\frac{25}{42}$.
601] $1\frac{20}{33}$.
602] $1\frac{4}{45}$ Pfd.
603] $6\frac{2}{3}$ fl.
604] $1\frac{4}{11}$ kr.
605] $37\frac{3}{14}$.
606] $4\frac{1}{3}$.
607] $1\frac{19}{52}$.
608] $31\frac{2}{3}$.
609] $\frac{493}{1034}$.
610] $134\frac{139}{420}$.
611] $\frac{1}{2}$ fl.
612] $3\frac{3}{7}$ Pfd.
613] $18\frac{3}{8}$ Klftr.
614] $62\frac{1}{2}$ kr.
615] $81\frac{93}{100}$.
616] $3\frac{1}{2}$ fl.
617] $126\frac{1}{4}$ Pfd.
618] $7845\frac{29}{64}$.
619] $\frac{29}{72}$ fl.
620] $\frac{1}{14}$ kr.
621] $3\frac{5}{12}$ Schfl.
622] $\frac{143}{240}$.
623] $\frac{11}{12}$ Lth.
624] $26\frac{23}{30}$ Th.
625] $39\frac{133}{300}$.
626] $85\frac{885}{3808}$.
627] $\frac{65}{88}$.
628] $\frac{41}{225}$.
629] $4\frac{38}{45}$.
630] $28\frac{39}{60}$.
631] $2\frac{77}{273}$.
632] $\frac{8}{27}$.
633] $13\frac{1}{3}$.
634] $\frac{48}{65}$ Th.
635] $14\frac{3}{8}$ fl.
636] $7\frac{13}{23}$ kr.
637] $10\frac{10}{21}$.
638] $\frac{3}{10}$ Pfd.
639] $34\frac{1}{4}$ Ell.
640] $2573\frac{1}{4}$.
641] $140\frac{9}{19}$.
642] $23\frac{5}{6}$ hl.
643] $218\frac{7}{25}$ Zentner.
644] $7\frac{155}{221}$ Lth.
645] $8\frac{1}{7}$ fl.
646] 598.
647] 432.
648] $15\frac{417}{418}$.
649] $69\frac{3}{8}$ fl.
650] $89\frac{7969}{14124}$.
651] $\frac{3}{32}$.
652] $\frac{5}{84}$ fl.
653] $3\frac{1}{3}$mal.
654] $17\frac{3}{5}$ kr.
655] $9\frac{5}{7}$ Pfd.
656] $2\frac{3}{10}$mal.
657] $2\frac{103}{112}$ fl. kostet 1 Elle.
658] $14\frac{13}{14}$ Tage.
659] $3090\frac{43}{72}$.
660] $1289\frac{9}{10}$ fl.
661] $33708\frac{175}{288}$.

Nro.

662] $323\frac{37}{40}$.
663] $2\frac{718}{1241}$.
664] $5266\frac{10}{19}$.
665] 4; $\frac{2}{35}$; $\frac{21}{22}$; $\frac{10}{27}$; 103; $5\frac{17}{25}$.
666] $1339\frac{5}{6}$.
667] $2621\frac{29}{56}$.
668] $2510\frac{5}{6}$.
669] $177635\frac{7}{10}$.
670] $24194\frac{5}{11}$.
671 a] $8601\frac{3}{20}$.
671 b] 1943713$\frac{5}{8}$.
671 c] 5674.
672] 46 kr. $5\frac{1}{3}$ hl.
673] 3 Eim. 17 Mß. $\frac{4}{7}$ Quart.
674] 47 kr. $4\frac{20}{29}$ hl.
675] 3 Mtz. 1 Vrtl. 3 Mßl. $\frac{6}{7}$ Dr.
676] 7 fl. 36 kr. $6\frac{2}{3}$ hl.
677] 5^0 $10'$ $4''$ $9'''$ $7\frac{1}{5}^{IV}$ Ddz.
678] $\frac{19}{32}$ Pfd.; $_3\frac{19}{3200}$ Zntr.
679] $\frac{5}{12}$ Eimer.
680] $36\frac{3}{8}$ kr.; $\frac{291}{480}$ fl.
681] $1\frac{5}{8}$ Schäffel.
682] $8\frac{3}{8}$ kr.; $\frac{67}{480}$ fl.
683] $63\frac{7}{12}$ Fuß; $5\frac{43}{144}$ Ruth.
684 a] $222\frac{4}{5}$ kr.; b) $3\frac{107}{150}$ fl.
c] $1782\frac{2}{5}$ hl.
685 a] $2932\frac{7}{8}$ kr.; b) $48\frac{423}{480}$ fl.
c] $11731\frac{1}{2}$ pf.
686] 53 fl. 3 kr. 3 hl.
687] 96 fl. 12 kr. $5\frac{119}{120}$ hl.
688] 63 Sch.-Eim. $57\frac{1}{18}$ Maaß.
689] 54^0 $4'$ $4\frac{11}{20}''$ Ddz.
690] 23 Ztr. 46 Pfd. $12\frac{379}{616}$ Lth.
691] 5 fl. 24 kr. $1\frac{3}{8}$ hl.
692] 6 fl. 37 kr. $4\frac{1}{3}$ hl.
693] 4 Pfd. 28 Lth. $1\frac{7}{13}$ Qt.
694] 11 fl. 3 kr. $3\frac{11}{21}$ hl.
695] $4\frac{7}{8}$ Klafter.
696] 96 fl. 35 kr. $\frac{39}{40}$ hl.

Nro.

697] 43 fl. 31 kr. $1\frac{11}{30}$ hl.
698] $33\frac{1607}{2198}$ Ellen.
699] 56 fl. 18 kr.
700] 1 Zntr. $2\frac{6}{7}$ Pfd.
701] 54 fl. 49 kr. $3\frac{5}{17}$ hl.
702] 13 fl. 24 kr. $7\frac{1}{8}$ hl.
703] 17 fl. 9 kr. $\frac{2}{3}$ hl.
704] 50 fl. 26 kr. $1\frac{1}{3}$ hl.
705] 4686 fl. 21 kr. 1 pf.
706] 54233 fl. 27 kr. $2\frac{2}{11}$ hl.
707] 189157 fl. 9 kr. $2\frac{10}{19}$ hl.
708] 5 fl. 32 kr. $5\frac{31}{45}$ hl.
709] 940 fl. 27 kr. $3\frac{13}{17}$ hl.
710] 9 fl. 15 kr. $2\frac{4}{5}$ hl.
711] 2 fl. 35 kr. $4\frac{40}{147}$ hl.
712] 1 fl. 7 kr. $\frac{175}{256}$ hl.
713] 3 fl. 11 kr. $\frac{641}{1095}$ hl.
714] 41 kr. $3\frac{2}{3}$ hl.
715] 188 fl. 20 kr. $2\frac{1}{5}$ hl.
716] 18 kr. $1\frac{47}{224}$ hl.
717] 2428 fl. 43 kr. $4\frac{37}{38}$ hl.
718] 20 fl. 43 kr. $4\frac{1}{3}$ hl.
719] 7 fl. 49 kr. $2\frac{6}{17}$ hl.
720] 37 fl. 37 kr. $7\frac{31}{143}$ hl.
721] 675 Ztr. 13 Pfd. 28 Lth.
722] 8 Pfd. $3\frac{35}{416}$ Lth.
723] 1 Mtz. — V. — M. $1\frac{1209}{1895}$ D.
724] 340 Eim. 42 Mß. $2\frac{2}{3}$ Qrt.
725] d. Musk. ist $167\frac{73}{81}$ mal schwerer.
726] die Ladung ist $\frac{25}{81}$ (nahe $\frac{1}{3}$) vom Gewichte der Kugel.
727] 8 fl. 28 kr. $5\frac{1}{3}$ hl.
728] Man muß die Anzahl der Pfunde (od. Metz., Ellen rc.) mit dem Preise von 1 Pfund (od. 1 Mtz., 1 Ell. rc.) multipliciren.
a) 5 fl. 44 kr.
b) 6 fl. 5 kr. 2 pf.
c) 1 kr. $\frac{5}{16}$ hl.

729] Man muß zuerst die Ztr., Pfd., Lth. auf Pfd., d. i. auf den Namen jener Einheit bringen, deren Preis bekannt ist, und dann wie bei 728 rechnen.
a) 112 fl. 52 kr. $7\frac{1}{9}$ hl.
b) 272 fl. 13 kr. $2\frac{2}{3}$ hl.
c) 1 „ 57 „ $3\frac{1}{6}$ „
d) — „ 26 „ $4\frac{1}{3}$ „
e) 9 „ 15 „ 4 „
f) 8 „ 45 „ — „
g) 9 „ 30 „ 2 pf.
h) — „ 59 „ 2 „

730] 15 Stund. | 731] $2\frac{61}{81}$ Tag.
732] 16000 Patr. | 733] 2 Std. $23\frac{3}{4}$ M.
734] a) $4\frac{3}{8}$ Ell. b) $17\frac{1}{2}$ Ell. c) 6 Ell.

735]

	I		II			III			IV	
	Für 100 fl.		F. 251 fl.			F. $7836\frac{1}{2}$ fl.			F. $12\frac{7}{60}$ fl.	
	fl.	kr.	fl.	kr.	hl.	fl.	kr.	hl.	kr.	hl.
a)	5	—	12	33	—	391	49	4	36	$1\frac{2}{5}$
b)	3	30	8	47	$\frac{4}{5}$	274	16	$5\frac{1}{5}$	25	$3\frac{14}{25}$
c)	4	—	10	2	$3\frac{1}{5}$	313	27	$4\frac{4}{5}$	29	$\frac{16}{25}$
d)	8	20	20	55	—	653	2	4	60	$4\frac{2}{3}$

736] Man muß den Preis der Waare durch die Anzahl der Pfunde (Ellen rc.) dividiren.
a) 8 kr. 2 pf. kostet 1 Pfund.
b) 24 kr. 2 pf. kostet 1 Elle.
c) 17 fl. 10 kr. kostet 1 Eimer.

737] Man muß zuerst die Zntr., Pfd. und Lth. auf Pfd. oder allgemein auf den Namen jener Einheit bringen, deren Preis bekannt ist, und dann wie bei 736 rechnen.
a) 1 fl. 33 kr. $1\frac{23}{25}$ hl.
b) 1 „ 7 „ $4\frac{12}{41}$ „
c) 15 „ 25 „ $5\frac{5}{7}$ „
d) 1 „ 35 „ $4\frac{4}{9}$ „
e) 2 „ 23 „ $1\frac{59}{1709}$ „

738] 45 Std. | 739] 1215 Tag.
740] $666\frac{2}{3}$ Patr. | 741] 5 Tag $7\frac{1}{2}$ Std.
742] $13\frac{1}{8}$ Ell. | 743] a) 3 kr. b) 2 kr. $\frac{4}{5}$ hl. c) 2 kr. $3\frac{1}{5}$ hl. | d) 5 kr.

744] 1 fl. 5 kr. 5 hl.
745] 33 fl. 36 kr.
746] 33 fl. 20 kr.
747] 20 fl. 4 kr.
748] 27 fl. $7\frac{1}{33}$ hl.
749] 7 fl. 55 kr. $2\frac{2}{3}$ hl.
750] 8 fl. 40 kr.
751] $14\frac{1}{4}$ Ellen.
752] $3\frac{617}{1296}$ Ell. (Nahe $3\frac{1}{2}$ Ell.)
753] $12\frac{1}{20}$ Tage.
754] Um 6 Uhr 45 Minut. Abends.

Nro.
755] 1 Ball. 7 Rieß 7 Buch $5\frac{1}{3}$ Bogen.
756] 1) 2 ℔. 20 Lth. | 2) 4 ℔. 25 Lth.
757] 14 Ztr. 6 ℔. 8 Lth. Pulver
u. 40 „ 50 „ Blei.
758] 7 ℔. 26 Lth. $2\frac{49}{100}$ Qt.
759] 7 kr. $6\frac{2}{5}$ hl. bei den 24 ℔. Kugeln.
12 „ $4\frac{4}{5}$ „ „ „ 12 ℔. Granat.
760] Der Schuß 5 fl. 49 kr. $\frac{11}{15}$ hl.
761] 57 Thlr. 4 Silb.-Grosch. $3\frac{3}{7}$ pf.
762] 1608 „ 7 „ „ $5\frac{1}{7}$ „
763] 437 fl. 30 kr. bayer.
764] 189 fl. 56 kr.
765] 102 fl. | 766] 7 fl. 12 kr.
767] 2 fl. | 768] 5 fl. 25 kr. $1\frac{9}{31}$ hl.
769] $5\frac{1}{3}$ Meil. weit. | 770] $1\frac{9}{14}$ Ml. weit.
771] 70 Meilen weit.
772] 3 Mann würden 15 St. brauchen.
773] Nur 3 Tag. | 774] 16000 Patron.
775] 2 Std. $23\frac{3}{4}$ Min. | 776] $17\frac{1}{2}$ Ellen,
777] 8 Pantalons u. $2\frac{11}{36}$ Ell. Rest.
778] Er kömmt 16 Poststd. weit.
779] a) $3\frac{19}{22}$ Meilen.
b) In 8 Stund. u. $9\frac{3}{17}$ Min.
780] 157 fl. $45\frac{5}{7}$ kr. Neukr. Oestr.
781] 542 fl. 46 kr. $4\frac{12}{13}$ hl.
782] $20\frac{5}{41}$ Ellen.
783] A. zahlt 9 fl. 9 kr. $6\frac{14}{25}$ hl.
B. „ 3 fl. 13 kr. $1\frac{11}{25}$ hl.
784] 12 Loth $1\frac{5}{6}$ Quint.
785] 12 ℔. 29 Lth. $3\frac{7}{25}$ Qt.
786] 40 kr. $6\frac{2}{5}$ hl.
787] 1 fl. 52 kr.
788] 25 kr. 2 pf.
789] 8 Pfund 19 Lth.
790] 10 Lth. $2\frac{78}{125}$ Quint.
791] 54 Pfund 6 Lth. $\frac{24}{31}$ Qt.
792] $3444\frac{21}{40}$ Ellen blaues Tuch,
$109\frac{7}{20}$ Ell. rothes Tuch u.
$2843\frac{1}{10}$ Ell. Unterfutter.
793] 1 fl. 52 kr. 2 pf.
794] 14 fl. 40 kr.
795] 57 kr. 3 hl.

Nro.
796] 121 fl. 36 kr.
797] 56 fl. 18 kr. $5\frac{1}{4}$ hl.
798] 28 kr. $4\frac{4}{7}$ hl.
799] 48 fl. 6 kr.
800] 9 fl. 5 kr. 1 pf.
801] 115 fl.
802] 658 fl. 57 kr. 2 pf.
803] 31 fl. $71\frac{3}{7}$ Neukr.
804] 331 fl. 45 kr. $\frac{4}{5}$ pf.
805] 26 kr. $7\frac{25}{39}$ hl.
806] $861\frac{1}{9}$ Ellen.
807] 485 fl. 45 kr. 7 hl.
808] 770 fl. 59 kr. $3\frac{1}{5}$ hl.
809] 40 kr. 2 pf.
810] Die Stampfzeit ist auf
24 Stunden zu erhöhen.
811] 3 kr. $5\frac{1}{4}$ hl. (sehr nahe).
812] 14 Lth. $1\frac{57}{64}$ Qt. ($14\frac{1}{2}$ Lth. nahezu).
813] 15 Stunden.
814] 9 Monat $25\frac{5}{24}$ Tag.
815] Täglich 12 Säulenstunden.
816] $17\frac{1}{2}$ Ellen Futterzeug.
817] $13\frac{1}{3}$ Std. | 818] 27 Stück.
819] 35 fl. 48 kr.
820] a) 30 Patr. b) 2 Minuten.
821] Zu 1 Zelt br. m. 21 Stück.
822] 22 kr. $2\frac{1}{12}$ hl. d. i. nahe 22 kr. 3 hl.
823] 840 K'. | 824] 2 St. 30 Min.
825] 27 Stücke.
826] 28 ℔. 22 Lth. ($\frac{189}{620}$ Qnt.)
827] 2 ℔. 13 Lth. $\frac{3}{4}$ Quint.
828] $73\frac{101}{380}$ Hemden.
829] 30 fl. 26 kr. $5\frac{1}{3}$ hl.
830] 7 fl. 22 kr. $3\frac{17}{26}$ hl.
831] $97\frac{1}{2}$ Wolfsgruben.
832] 14 Mann.
833] $103\frac{1}{7}$ d. i. 103 Mann.
834] $1299\frac{13}{20}$ Schäffel.
835] $1\frac{1}{7}$ ℔. Brod u. $11\frac{3}{7}$ Lth. Fleisch.
836] In 1 Tag u. (nicht völlig) $2\frac{1}{2}$ Arbeitsstunden ist der Graben vollend.
837] In 60 Stunden $43\frac{1}{2}$ Min.

Nro.

838] 35°11$\frac{23147}{28763}$Fuß;(nahe36°Dbz.)
839] 1 ℔. 18$\frac{2}{23}$ Loth Brod.
840] Gewinn: 5Louisd. 8fl.21$\frac{3}{5}$kr. } d.Louisd.
Verkauf: 41 „ 8fl.21$\frac{3}{5}$kr. } zu 11 fl.
841] Der Verlust ist 8$\frac{2}{5}$ Procent.
842] 146 ℔. 12 Lth. u. ($\frac{8}{25}$ Qnt.)
843] A. war mit 3200 fl. betheil.
844] d. ℔. zu 35 kr. 2$\frac{106}{125}$pf.(d. i. nahe 35 kr. 3 pf.), d. Loth zu 1 kr. $\frac{17}{25}$pf. (d. i. nahe 1 kr. 1 pf.)
845] Der vorjähr. Ertrag: 1750 fl.
846] 506 Pfd. 8 Lth. Blei.
847] 2551 fl. 1 kr. $\frac{44}{49}$ pf. (d. i. 1 pf.)
848] 13 fl. 38 kr. 3$\frac{1}{5}$ hl.
849] 19 fl. 57 kr.
850] 412 fl. 22 kr. 2 pf.
851] Zu 3$\frac{7}{81}$ Procent.
852] 76 fl. 48 kr.
853] Sehr nahe 1kr. 7hl.(1Jahr à 52Woch.)
854] 3673 fl. 10 kr. 4 hl. (auf $\frac{1}{2}$ hl. genau).
855] 3 Monat 18 Tag.
856] Zu 3$\frac{1}{3}$ Procent.
857] Das Capital ist 570 fl.
858] Das ausgel. Capital ist 7500 fl.; die Zinsen von 1 Jahr 8 Monat. sind 500 fl.
859] 19fl.56kr. | 860] 91fl.21kr.5$\frac{1}{3}$hl.
861] 45 fl. 45 kr. 7$\frac{29}{365}$ hl. (das Jahr zu 365 Tag gerechnet).
862] Zu 5$\frac{1}{7}\frac{35}{13}$ Procent.
863] 89 fl. 58 kr. 2 pf.
864] 1 fl. 17 kr. 2 hl. (auf $\frac{1}{2}$ hl. genau.)
865] 8 Jahr 10 Mon. 6 Tag (a. $\frac{1}{2}$ T. genau.)
866] 9$\frac{11}{21}$ Procent.
867] Das Capital sammt den Zinsen beträgt 667 fl. 32 kr. 1 pf.
868] A. hat um 1$\frac{1}{19}$ Prct. d.Zinsfß. übersch.
869] 5 Jahr 88 Tag (87$\frac{44}{49}$ Tag)
870] In 28$\frac{4}{7}$ Jahr.
871] Zu 8$\frac{1}{3}$ Procent.
872] Wöchentl. 21 fl. 3 kr. 1$\frac{1}{13}$ pf.
873] 3823 fl. 48 kr. 4$\frac{4}{7}$ hl.
874] E zahlt 7$\frac{1}{7}$ Prct., u. daher um 2$\frac{1}{7}$ Prct. mehr als nach d. höchsten gesetzl. Zinsfuß von 5 Prct. Bei Vorausbezahlung 20jähr. Zinsen, müßte er das ganze Darlehen als Zins zurücklassen.
875] 1) 42fl.30kr. 3) 13fl. 17kr. 1$\frac{1}{5}$hl.
2) 62fl.18kr. 4) 46fl. 59kr. 4$\frac{2}{5}$hl.
876] 1) 15fl.12kr. 3) 10fl. 40kr. 6$\frac{2}{5}$hl.
2) 57fl.33kr.4$\frac{4}{5}$hl. 4) 16fl. 42kr.
877] 1) 63 fl. 3) 20 fl. 24 kr. 2$\frac{2}{5}$ hl.
2) 23 fl. 27 kr. 4) 437 fl. 30 kr.
878] 171fl. 11kr. $\frac{2}{5}$pf. d.i. 171 fl. 11 kr.
879] 1 Duc. = 5 fl. 35 kr. 3$\frac{1}{10}$ pf.
34 Duc. = 190 fl. 16 kr. 1$\frac{2}{5}$ pf.
880] D. Oblig. kostet 1049fl.3kr.1$\frac{1}{3}$pf.
881] A. erhält 989 fl. 38 kr. 1$\frac{1}{3}$ pf.
882] Die Baarzahl. ist 213 fl. 54 kr.
883] Schuld ohne Rabt. ist 41 fl. 56 kr. $\frac{4}{7}$ hl.
884] E erhält 246 fl. 15 kr.
885] die Baarzahl. beträgt 555 fl.
886] 1858 fl. 23 kr. (u. $\frac{24}{499}$ hl.)
887] d. Baarzahl. ist 2996 fl. 4 kr. 2 (u. $\frac{14}{17}$) pf.
888] Die Baarzahl. ist 1632 fl.
889] 21531 fl. 6 kr. $\frac{24}{209}$ pf.
890] T erhält baar 10924 fl. 8 kr. 3$\frac{1036}{1771}$ pf.
891] Das Angebot des V. hat einen größern baaren Werth, und zwar um 1147 fl. 26 ($\frac{2}{13}$) kr.
892] a) 1276fl.10kr. b) 1276fl.35$\frac{35}{47}$kr.
893] Die Forderg. war 1125 fl. 54 kr.
894] Jährlich 37$\frac{7}{29}$ Procent.
895] 7454 fl. 55 kr. 1 ($\frac{57}{403}$) pf.
896] Ite Comp. 4 fl. 51 kr. 2$\frac{2}{5}$ pf.
IIte „ 8 „ 6 „ — „
IIIte „ 3 „ 14 „ 1$\frac{3}{5}$ „
897] K gebühren 19 fl. 12 kr.
L „ 15 „ 18 „
898] Ite Comp. 6 Mann, IIte 12 Mann, IIIte Comp. 18 u. die IVte 9 Mann.
899] M) 252 fl. 22 kr. 2 pf.
N) 84 „ 7 „ 2 „ u. P) 336$\frac{1}{2}$fl.
900] I) 4200 Patr. II) 1600 Patr.
III) 4200 Patr.
901] Dem A. 29 fl. 19 kr. } Auf halbe
„ B. 77 „ 5 „ } hl. genau.
902] Chlorsaur. Kali 26 Lth. 2$\frac{2}{3}$ Qt.
Schwefel 13 „ 1$\frac{1}{3}$ „
Schwef.-Antimon 8 „ — „

Nro.

903] Der Wachtdienst für 1 präsenten Tag ist $\frac{128}{409}$. Die Anzahl Wachten (in ganzen Zahlen genau) des A müssen seyn 29; des B 25; des C 26; des D 11; des E 19 u. des F 4.

904]

	Schffl.	Metz.	Viertl.	Mßl.	Drßgr.
A	23	4	1	5	—
B	35	0	1	3	1
C	30	4	0	2	1
D	95	1	0	4	—
E	44	4	0	1	—

905] Dem A 224 fl. 39 kr. 2 hl.
„ B 187 „ 12 „ 6 „
„ C 299 „ 32 „ 3 „
„ D 524 „ 11 „ 5 „

906] A. 2 fl. 16 kr. $4\frac{1}{2}$ hl. (4 hl.)
B. 4 „ 7 „ 5 „
C. 2 „ 3 „ $6\frac{1}{2}$ „ (7 hl.)

907] A. 259 fl. 5 kr. 1 hl.
B. 216 „ 23 „ — „
C. 524 „ 31 „ 7 „

908] Man braucht $1141\frac{7}{8}$ ℔. Teig; und hiezu 840 ℔. — Lth. Mehl,
z. Anmach. 173 ℔. 29 Lth. Wasser.
75 „ 15 „ Sauerteig.
19 „ 22 „ Salz.
z. Ausarbeit. 32 „ 26 „ Wasser.

909] die Ite Comp. gibt 12 Mann a. D.
„ IIte „ 9 M. die IIIte 11 M.

910] 2 ℔. Terpentin, 3 ℔. Zinnober, 3 „ Schellack u. 16 Lth. Kreide.

911] den A treffen 3 fl. 33 kr. 3 hl. ($2\frac{2}{3}$ hl.)
„ B „ 3 „ 57 „ - „ ($\frac{8}{27}$ hl.)
„ C „ 3 „ 9 „ 5 „ ($\frac{1}{27}$ hl.)

912] Von der Länge der Schanze muß die 1te Comp. 47′6″ Ddz. vollenden
„ 2te „ $55'8\frac{4}{7}''$ „ „
„ 3te „ $36'7\frac{2}{7}''$ „ „
„ 4te „ $10'2\frac{1}{7}''$ „ „

913] D 29 fl. 55 kr. $2\frac{46}{77}$ hl. (d. i. 3 hl.)
E 33 „ 39 „ $5\frac{71}{77}$ „ (d. i. 6 „)
F 9 „ 8 „ $4\frac{44}{77}$ „ (d. i. 4 „)
G 23 „ 16 „ $2\frac{70}{77}$ „ (d. i. 3 „)

914] H. erh. 192 fl.; I. 156 fl.

915] L erh. 24 fl. 45 kr. u. M. 29 fl. 15 kr.

916] N. 559 fl. 37 k. 1 pf. (eigent. $1\frac{1}{211}$ pf.)
P. 629 „ 34 „ 2 „ („ $1\frac{133}{211}$ „)
Q. 655 „ 48 „ 1 „ („ $1\frac{77}{211}$ „)

917] Talg . . . . 13 ℔. $10\frac{2}{3}$ Lth.
Sch. Schmalz 13 „ $10\frac{2}{3}$ „
Graphit 3 „ $10\frac{2}{3}$ „

918] Bleiweiß 38 ℔. 2 Lth. (eigentl. $2\frac{54}{517}$ Lth.
Kienruß - „ 27 „ („ $26\frac{334}{517}$ „)
Terpentin 13 „ 3 „ („ $2\frac{374}{517}$ „)
Oehl 9 „ 16 „ („ $16\frac{272}{517}$ „)

919] Gewicht $307\frac{1}{3}$ ℔.; Pr. 22 fl. $7\frac{1}{3}$ kr.

920] Werth einer Maaß 46 kr. $3\frac{1}{5}$ pf.
Verkaufspreis 56 kr. $\frac{16}{25}$ pf.

921] 4 fl. 40 kr. $5\frac{187}{241}$ hl.

922] A. $139\frac{8}{9}$ Klftr. } Mittlere
B. $157\frac{2}{9}$ Klftr. } Tragweite.

923] 20705,6.
924] 2,070 56.
925] 549.
926] 0,000 936.
927] 3700.
928] 0,089 1.
929] 63,48.
930] 479,505 29 fl.
931] 2 571,002 963 7.
932] 8,84.
933] 0,027 fl.
934] 5,384 89 fl.
935] 245,280 05.
936] 7,992 18.
937] 9,46.
938] 21,04.
939] 22,41.
940] 0,552.
941] 51,18.
942] 23,075.
943] 1380.
944] 0,014 274.
945] 6 734,720 272.
946] 883,617 603 6.
947] 17,36:
948] 0,000 001 44.
949] 0,795 869 8.
950] 54,248.
951] 1,947 368.
952] 1600.
953] 2590.
954] 39 000.
955] 0,006 230.
956] 60 500,01.
957] 20,6.
958] 37,14.
959] 1 260 000.
960] 0,318 309.
961] 37 600.
962] 0,263 343.
963] 22,669 724.

964] $\frac{1}{4} = 0,25$; $\frac{2}{3} = 0,666\ldots\ldots$
$\frac{3}{5} = 0,6$; $\frac{5}{6} = 0,833\ldots\ldots$
$\frac{22}{7} = 3,142\,857\,142\,857\ldots\ldots$

Nro.

$2\frac{5}{8}=2{,}625$; $\frac{13}{9}=1{,}444\ldots\ldots$

$\frac{12}{33}=0{,}3636\ldots$; $\frac{20}{48}=0{,}4166\ldots\ldots$

965] $\frac{23}{60}=0{,}383\,333\ldots\ldots\ldots$

$\frac{37}{360}=0{,}102\,77\ldots$; $3\frac{41}{90}=3{,}4555$.

966] 0,27722772.......

967] 0,882352..... {Die Wiederkehr hat 16 Ziffern.

968] 0,339726......

969] 0,318309......

970] a) $\frac{51}{1250}$; b) $3\frac{7}{50}$; c) $\frac{17}{1280}$;

d) $3\frac{177}{1250}$; e) $\frac{3}{1111}$; f) $4\frac{153}{550}$.

971] 39 fl. 37 kr. 1,984 hl.;

dann 4 kr. 3,6736 hl.

972] 92 ℔. 12 Lth. 1,152 Qt.

973] 32 „ 1 „ 3,168 „

974] Im Ddz. Mß. $7'6''5'''11^{IV},712$;

Im Dz. Mß. $7'5''4'''\ 1^{IV},4$.

975] 26 Lth. 2,9056 Qnt. bayer.

976] 365 Tag 5 St. 48 M. 51,372 Sec.

977] 0,6 fl. | 978] 0,7833 ... fl.

979] 9,2041 ... fl.

980] 0,737 734 375 Zentner.

981] $3''\ 4'''$ Dz. $=0',34$;

$9'\ 8''\ 5'''$ Ddz. $=9',7013$;

$17^0\ 8'',51$ Ddz. $=204',7091$;

$8^0\ 7''\ 9^{IV}$ Dz. $=80',709$;

$9^0 8' 5'' 7''' 9{,}3^{IV}$ Dz. $=98',5793$;

$3^0 11' 10'' 9''' 3^{IV}$ Ddz. $=47',8975$.

982] Im Dz. 582,08□′;

im Ddz. 802,0555....□′.

983] Im Dz. 2921,042 K′.;

im Ddz. 4377,0243 K′.

984] 0,8 kr. auf $\frac{1}{2}$ Hell. genau.

985] 6 Loth auf $\frac{1}{2}$ Qt. genau.

986] 1,836 Eim. auf $\frac{1}{2}$ Achtl. Mß.

987] 8,56566□″ Dz.

988] 15,7 fl. | 989] 72,458 Schäffel.

990] $108{,}23591^0$ Ddz.

991] 6 fl. | 992] 0,857 fl.

993] 0′,1020. | 994] 0,217 fl.

995] 7,527 777 8□′.

996] 15,719 Pfund.

997] 92,847 222 2□′.

998) 8 kr. (und 0,3 Heller.)

999] 5 Pfd. 22 Lth. auf $\frac{1}{2}$ Qt. genau.

1000] $1^0\ 1'\ 3''\ 0'''\ 9^{IV}$ Ddz.

1001] 43□″ 33□‴ $31□^{IV}$ Ddz.

1002] 4 Mtz. 1 Vrtl. 4 Mßl. 1 Drß.

1003] 41 Pfd. 14 Lth. 1 Qnt.

1004] 134,3310. | 1005] 32 kr. 1 pf.

1006] $26^0\ 9'\ 2''\ 3'''$ Dz.

1007] $107^0\ 0'\ 8''\ 9'''\ 5^{IV}$ Ddz.

1008] 19,6162. | 1009] 176,742 20.

1010] 26 Lth. 2,7 Qt. (od. 3 Qt.)

1011] 10 fl. 55 kr. 5 hl.

1012] 3 Fuß (2′,9998.)

1013] 4 fl. 7 kr. 3 hl.

1014] $2'\ 4''\ 1'''\ 8^{IV}$ Dz.

1015] $5^0\ 0'\ 5''\ 9'''\ 2^{IV}$ Dz.

1016] 30,222 76 mal.

1017] 226,114 040.

1018] 0,001 888.

1019] 1,331 bayer. Meilen.

1020] 3 Pfd. 20 Lth. 3 Qt.

1021] $2{,}5^{IV}$ Dz. | 1022] 0,027 931.

1023] D. Durchsch.-L. ist $1^0 6' 2'' 2'''$ Dz.

1024] 15 229′ 6″ Dz. bayerisch.

1025] 2526,6 bayer. Fuß.

1026] 478 Pfd. 17 Lth. 2 Qnt.

1027] 7,108 mal.

1028] 165 Pfd. 19 Lth. 2 Qt.

1029] 25 fl. 54 kr. 1 hl.

1030] 1) 2 K′. 580 K″. Dz.; 2) 2 K′. 752 K″. Dz.;

3) 1 K′. $490\frac{2}{3}$ K″. Dz.; 4) 8 K′. 944 K″ Dz.

1031] 1) 1 Ztr. 14 ℔. 9 Lth. 1,7 Qt.

2) 1 Ztr. 18 ℔. 9 Lth. 1,7 Qt.

1032] 63,312 rhein. Duodz. Zoll.

1033] 1 bay. Sch.-Eim. = 64,1416 Lit.

1034] 2 ℔. 23 Lth. 1,7 Qt.; 5 ℔. 14 Lth.

3,4 Qt.; 10 ℔. 29 Lth. 2,7 Qt.

1035] 1) 1 fl. 58 kr. 5 hl. 2) 34 kr. 5 hl.

1036] $18^0\ 7'$ Dz.

1037] $10''\ 0'''\ 2{,}88^{IV}$ Ddz.

1038] $5^0\ 5'\ 1''\ 0'''\ 11{,}52^{IV}$ Ddz.

Nro.

1039] 51^0 $5'$ $6''$ $9'''$ $9{,}189^{IV}$ Dz.

1040] $6\square^0$ $91\square'$ Dz.

1041] $2\square'$ $132\square''$ $143\square'''$. $110{,}8\ldots\square^{IV}$ Ddz.

1042] 8 K'. 1631 K''. 400 K'''. 1548,288 K^{IV}. Ddz.

1043] $14\square^0$ $136\square'$ $0\square''$ $64\square'''$ $40{,}5504\square^{IV}$ Ddz.

1044] a) 3 : 4; b) 1 : 12; c) 137 : 120; d) 1 : 2; e) 240 : 119; f) 35 : 16.

1045] a) 1 : $1\frac{1}{2}$; b) 1 : $\frac{82}{129}$.

1046] 1 Handels-℔. zu 1 Apoth.-℔. wie 1 : 9; 1 Zoll-℔. zu 1 Apoth.-℔. wie 25 : 18.

1047] 1 pr. Thlr. : 1 bayer. fl. = 7 : 4.

1048] Kraft I : Kraft II = 100 : 111.

1049] Durchmes. : Umfang wie 1 : 3,141593.

1050] x = 5 fl. 25 kr. $1\frac{9}{31}$ hl.

1051] x = $5\frac{1}{3}$. | 1053] x = $17\frac{1}{2}$.

1052] x = 55 Stund. 12 Min.

1054] x = $30\frac{31}{58}$ Meilen.

1055] 84 Tage.

1056] 3 fl. 25 kr. $1\frac{6}{25}$ hl.

1057) 191 fl. 19 kr. $3\frac{19}{24}$ pf.

1058] x = 20 fl. 15 kr.

1059] x = 72 ℔.

1060] x = 28 fl. 19 kr. $4\frac{3}{7}$ hl.

1061] x = 115 fl. | 1062] x = $292\frac{10}{21}$ ℔.

1063] x = $38\frac{1}{4}$.

1064] x = 182 fl. 12 kr. 2 pf.

1065] x = 18 fl. 35 kr. 7 hl.

1066] x = $28\frac{248}{259}$. | 1067] x = $213\frac{21}{23}$.

1068) Man muß 9 Mann mehr nehmen.

1069] In $4\frac{1}{2}$ Tagen.

1070] Er reicht 84 Tage.

1071] 3 fl. 24 kr. $7\frac{9}{25}$ hl.

1072] $28\frac{73}{224}$ d. i. nahe $28\frac{1}{3}$ Elle.

1073] $15\frac{33}{37}$ Tage d. i. nahezu 16 Tage.

1074] 10 fl. 40 kr. $1\frac{39}{41}$ hl. (2 hl.)

1075] $2798\frac{1}{3}$ Fuß.

1076] 18 fl. 54 kr. 3 pf.

1077] 1 Ztr. 46 ℔. 12 Lth. (s. nahe.)

1078] 5 Ztr. 41 ℔. 4 Lth.

Nro.

1079] 3 ℔. 19 Lth. $\frac{1}{2}$ Qt. sehr nahe.

1080] 472 fl. 8 kr. $7\frac{17}{25}$ hl. (das ist 472 fl. 9 kr.)

1081] 479 fl. 2 kr. $6\frac{6}{7}$ hl. (d. i. 7 hl.)

1082] 38 Mann müssen entfernt werden.

1083] $19\frac{683}{6400}$ d. i. nahezu $19\frac{1}{9}$ Klftr.

1084] $297\frac{309}{688}$ Klftr. Eichenholz.

1085] $17\frac{1}{2}$ fl. | 1086] $30\frac{31}{58}$ Meilen.

1087] 2357 fl. 41 kr. (40 kr. $3\frac{329}{397}$ pf.)

1088] 4 kr. $7\frac{33}{137}$ hl. per Elle.

1089] 33 ℔. 20 Lth. $3\frac{11}{23}$ Qt.

1090] 155 Klftr. 48 Klftr.-Zoll.

1091] B gibt in 24 Stunden 60 Schenk-Eimer 8,94 Mß.

1092] 5 Stund. 4 Min. (nahezu).

1093] 3 Stund. 54 Min. 47 Secund.

1094] $15\frac{15}{44}$ d. i. 15 Mann.

1095] Auf A treffen . . . 266 Mann.
„ B 202,4 d. i. 202 „
„ C 404,9 d. i. 405 „
„ D 300,8 d. i. 301 „

1096] Zuerst wird chargenweise repartirt.

		fl.	kr.	hl.
11 Feldwebel	trifft	3	24	3
23 Sergeanten	„	4	44	7
45 Corporäle	„	8	7	6
daher muß 1 Feldw.	zahlen		18	5
1 Sergt.	„		12	3
1 Corpor.	„		10	7

1097]

	Fleisch		Bier	
1. Menage	31 ℔.	$13\frac{5}{7}$ Lth.;	37 Mß.	$2\frac{6}{7}$ Qt.
2. „	25 „	$22\frac{6}{7}$ „	30 „	$3\frac{3}{7}$ „
3. „	21 „	$13\frac{5}{7}$ „	25 „	$2\frac{6}{7}$ „
4. „	21 „	$13\frac{5}{7}$ „	25 „	$2\frac{6}{7}$ „

1098] Es ist der Verlust des
A. 9678 fl. 41 kr. 2 hl.
B. 4032 „ 47 „ 2 „
C. 2688 „ 31 „ 4 „
A muß daher entschädigen
den B mit 1967 fl. 12 kr. 6 hl.
„ C „ 5311 „ 28 „ 4 „

Nro.

1099] Auf 1 bayer. Pfund gehen *) 19,7663 d. i. nahezu $19\frac{3}{4}$ Kugeln.

1100] 1 Franc = 28,287 kr. = 28 kr. 2,296 hl.

1101] 23 fl. 42 kr. 6 hl. kostet 1 Schffl.

1102]

	Inf. Gewehr. Bayer. Dbz.	Büchse Bayer. Dbz.
a)	. . $6'''\ 8^{IV},5$	. . . $6'''\ 8^{IV},5$
b)	. . $6'''10^{IV},1$	. . . $6'''10^{IV},1$
c)	$3'2''8'''\ 6^{IV},7$	$2'10''\ 4'''11^{IV},2$
d)	$4'6''7'''\ 6^{IV},5$	$4'\ 2''\ 3'''11^{IV},1$
e)	$6'4''1'''\ 7^{IV},5$	$5'11''10'''\ 0^{IV},1$

1103] In der bayer. Muskete haben Spielraum — Rhein. Dbz. Zoll
a) die franz. Musk. Kug. 0,069
b) „ österr. „ „ 0,058
c) „ preuß. „ „ 0,040
d) „ bayer. „ „ 0,046

1104] Tägl. erh. d. Gem. 3 kr. 5,8 hl. der Unteroffizier 7 kr. 3,6 hl.

1105] 13 Schffl. 5 Simri würt. M. geben 16 Malter, 0 Sester, 9 Mßl. 9 Bech. nach badisch. Maaß.

1106] 1 Lth. 2,476 Quint. bayer.*

1107] 58 fl. 48 kr.

1108] a) Gold ist 15,238 (d. i. nahezu $15\frac{1}{4}$) mal höher im Werth als Silber gerechnet.
b) Der Silberwerth d. Ducaten ist 5 fl. $30\frac{3}{8}$ kr.

1109] 1 Mètre = 1,20046 bay. Ell. (10 Mètre nahezu 12 bay. Ell.)

1110] 297,8001 d. i. $297\frac{4}{5}$ ℔.

1111] Man muß 6575,34 K'. Holz nehmen.

1112] Die beiden Compagn. brauchen gemeinschaftlich $9\frac{3}{5}$ Tag.

1113] Das pr. Gewehr wiegt 9 ℔. 2 Qt. bay. u. ist um $26\frac{1}{2}$ Lth. bay. Gew. schwerer als das bayer. Gewehr.

1114] Die ganze Livree zu 20 fl.

1115] 1 Stundensäule in $20\frac{4}{7}$ Minut.

1116] Der eine zahlt 17 fl. 30 kr., der andere zahlt 12 fl. 30 kr.

1117] D. Legirung ist $16\frac{4}{13}$ karät. Gold.

1118] Er muß 48 Mß. Wein, die Mß. zu 20 kr., dazu schütten.

1119] 379 fl. 14 kr. $1\frac{77}{131}$ hl.

1120] Das bayer. Pfund kostet nach bayer. Gelde 50 kr. 3 pf.

1121] Sie brauchen $75\frac{15}{19}$ Stund.

1122] $4\frac{7}{11}$ Tage, d. i. am 5ten Tage nach dem Abgange der Nacheilenden ist das Corps eingeholt.

1123] Noch $2\frac{1}{3}$ Monat.

1124] Das Regiment kömmt in B. an um 3 Uhr 52 Min. Nachmittags.

1125] a) 1 Ztr. 27 ℔. 29 Lth. 1,6 Qt.
b) der Feuerabgang ist $13\frac{1}{10}$ Prct.

1126]

Comp.	trifft heute	gibt heute	auf Morgen Gut	auf Morgen Schuld
I	9,4	9	—	0,4
II	8,8	9	0,2	—
III	9,7	10	0,3	—
IV	10,6	11	0,4	—
V	8,4	8	—	0,4
VI	9,1	9	—	0,1
Summe	$\overset{3}{56},0$	56	0,9	0,9

1127] 28 ℔. von der bessern und 84 ℔. von der schlecht. Sorte.

1128] 1 Yard = 405,34254 Pariserlin.
1 engl. Fuß = 135,11418 Parislin.

1129] Die 12 ℔er Batterie erhielt 675 ℔., die 6 ℔er 3 Ztr. $37\frac{1}{2}$ ℔. Pulver, u. die Haubitz-Batterie erhielt 1 Ztr. $87\frac{1}{2}$ ℔. Pulver.

1130] a) 0,01 bayer. Fuß oder 1 Dz. Lin. bayer.
b) 1 Stunde 54 Min. 50 Sec.

1131] 1 Parislin. = 0,007 187 522 4610 rhein. Fuß.
a) 1 Meter = 3,186 199 956 9 rh. Fuß
b) 1' Wien. = 1,007 165 0040 „ „

1132] Auf dem neuen Plane hat jeder bay. Fuß nur die verjüngte Länge von 0,000 599 d. i. nahezu von 0,0006 bay. Fuß; oder der neue Plan hat die Verjüngung von $\frac{6}{10000}$ der natürlichen Größe.

---

*) Bei dem wirklichen Abwägen findet man als Mittelzahl, daß $20\frac{1}{2}$ Kugeln auf 1 bayer. Pfund gehen, und daß 1 Kugel 1 Lth. 2,24 Qt. wiegt.

Dritter Anhang.

Die Erklärung der räumlich stetigen Größen, die practische Anleitung zu ihrer Darstellung und zur Berechnung ihrer Inhalte.

§. 207. Erklärung der Körper, Flächen, Linien u. Punkte.

Alle Gegenstände, die einen Raum stetig (Seite 3. e.) ausfüllen, werden räumlich stetige Größen genannt. Die Geometrie untersucht deren Form (Gestalt) und Größe (Raumeinnahme), ohne Rücksicht auf ihre anderweitigen Eigenschaften.

Der Raum dehnt sich von jedem Orte weg nach unzählig vielen Richtungen aus; aber nur Drei Hauptrichtungen finden hiebei Statt; sie heißen Länge (d. i. die Richtung vor- oder rückwärts), Breite (d. i. rechts oder links seitwärts) und Höhe, Tiefe oder Dicke (d. i. auf- oder abwärts). Alle Dinge, welche nach den drei Hauptrichtungen Raum einnehmen, werden Körper genannt. Die Grenzen (d. i. das Aeußerste) der Körper heißen Flächen; und in diesen gibt es nur die zwei Hauptrichtungen Länge und Breite; indem jede 3te Hauptrichtung aus der Grenze des Körpers hinaus tritt. Die Grenzen der Flächen heißen Linien; in diesen gibt es nur die eine Hauptrichtung Länge, und jede andere Richtung tritt aus der Grenze der Fläche hinaus. Die Grenzen der Linien heißen Punkte und diese nehmen gar keinen Raum ein.

Die Theile eines Körpers sind kleinere Körper, die einer Fläche sind kleinere Flächen und die einer Linie sind kleinere Linien. Der Punkt hat keine Theile.

Anmerkung. Auf Papier, Tafeln 2c. zeichnet man Punkte und Linien mittelst feiner Nadeln, Bleistifte, Reißfedern 2c.; je spitzer diese sind, desto richtiger können die Bilder der Punkte und Linien werden. Auf dem Felde bezeichnet man Punkte durch eingesteckte Stangen, Stäbe oder Pflöcke, Linien durch gespannte Schnüre oder in die Erde gerissene Furchen (Trace, wovon Traciren kömmt).

§. 208. Erklärung gerader und krummer Linien.

Eine Linie heißt gerade, wenn jeder Theil derselben, wie z. B. bc in Figur 1., mit dem zunächst vorhergegangenen ab einerlei Richtung hat. Gehen hingegen einzelne Theile in

anderer Richtung, wie z. B. cf, fg, gh, ꝛc., so heißt die Linie gebrochen. Geht jeder Theil der Linie nach anderer Richtung, als der zunächst vorhergegangene, so daß (wie in klm) kein Theil der Linie gerade ist, dann heißt sie krumm; endlich nennt man eine Linie gemischt, wenn sie aus geraden und krummen Stücken zusammengesetzt ist, wie nopqs.

§. 209. Eigenschaften der geraden Linie.

Durch zwei Punkte a und b Fig. 2. gibt es nur eine gerade Linie ab; gebrochne, krumme und gemischte aber unzählig viele. Durch zwei Punkte ist daher die Richtung einer geraden Linie vollkommen bestimmt, *) und auch die Länge, wenn a und b die Endpunkte sind.

Die gerade Linie ab [Fig. 2.] ist der kürzeste Weg zwischen zwei Punkten a und b. — Zwei gerade Linien db und fc [Fig. 3.] schneiden sich nur in einem Punkte [a].

*Anmerkung I. Hierauf gründet sich 1) die Richtung einer Truppen-Linie nach Stützpunkt und Richtpunkt (Vorschriften für den Unterricht der k. b. Infanterie-Waffen-Uebungen, I. Theil, Seite 47). — 2) Ferner gründet sich hierauf auch die Erhaltung der Direction beim Frontmarsche; indem z. B. der Zugscommandant einen Punkt aufsucht (sey es ein Gesträuch, Stein, ꝛc.), der in der geraden Linie von ihm zum gegebenen Blickziele (Point de vue) liegt, und dann so marschirt, daß er immer in der Verlängerung der Linie ist, welche durch diese beiden Punkte geht, gleichsam den einen durch den andern gedeckt erhaltend, kann er in gerader Linie auf das Blickziel hinmarschiren.

Anmerk. II. Im Practischen betrachtet man kleine Stücke krummer Linien als gerade, wenn der Unterschied in ihrer Länge unbedeutend ist.

§. 210. Erklärung der Ebene.

Eine Fläche heißt eben oder eine Ebene, wenn man an dieselbe gerade Linien nach allen Richtungen so legen kann, daß diese mit allen Punkten anliegen oder in die Fläche fallen. — Kann man dieses nicht, und ist auch die Fläche nicht aus ebenen Theilen zusammengesetzt, so heißt sie gekrümmt.

Anmerk. 1) Um daher zu untersuchen, ob eine Fläche, z. B. die einer Mauer oder einer Geschütz-Bettung ꝛc., eben sey, lege man gerade Latten nach allen Richtungen an die Mauerfläche ꝛc. an, und sehe nach, ob diese in allen Punkten anliegen.

2) Jede Fläche, welche die Lage hat wie die Oberfläche ruhigstehenden Wassers, nennt man eine wagerechte oder horizontale Fläche oder Ebene, und auch jede Linie in einer solchen Fläche heißt wagerecht oder horizontal.

3) Verhältnißmäßig kleine Theile gekrümmter Flächen, wie z. B. eine Quadratstunde auf der Oberfläche ruhig stehenden Wassers, werden im Practischen als eben angenommen.

§. 211. Erklärung des Winkels.

Wenn zwei Linien ab und ac [Fig. 4.] sich von einem gemeinschaftlichen Punkte a auseinander drehen, und daher in verschiedene Richtungen zu liegen kommen, so nennt man die Größe ihres Richtungsunterschiedes einen Winkel; a dessen Scheitel, ab und ac dessen Schenkel. — Ein Winkel (Richtungsunterschied) wird größer, wenn sich die Schenkel weiter auseinander drehen — und kleiner, wenn sie sich mehr zusammen drehen; hingegen kann man die Schenkel jedes Winkels verlängern oder verkürzen, ohne daß hiedurch die Richtung der Schenkel, also auch nicht die Größe des Winkels, verändert würde.

Um verschiedene Winkel nicht zu verwechseln, schreibt man nahe an ihren Scheitel, zwischen die Schenkel, kleine Buchstaben m, n oder p 2c., und benennt die Winkel nach diesen; oder man bezeichnet sie mit 3 Buchstaben, jenen am Scheitel innerhalb aussprechend und schreibend; so sagt man z. B. Fig. 5. die Winkel m und n, oder bac und cad.

§. 212. Nebenwinkel, rechte Winkel, Scheitelwinkel, winkelrechte (oder senkrechte) und lothrechte Linien.

Wenn ein Schenkel ab eines Winkels m [Fig. 5.] durch den Scheitel a verlängert wird, so heißt der entstehende Winkel n Nebenwinkel von m. Werden aber die beiden Schenkel ab und ac [Fig. 3.] verlängert, so heißt der von den beiden Verlängerungen gebildete Winkel s der Scheitelwinkel von m.

Wenn eine Linie ab [Fig. 6.] so auf einer andern cd steht, daß die beiden Nebenwinkel p und q einander gleich sind, so heißt jeder von diesen ein rechter Winkel, und die Linien ab und cd nennt man winkelrecht (oder senkrecht oder perpendikulär) aufeinander. Ungleiche Nebenwinkel m und n [Fig. 5.] heißen schiefe Winkel; der kleinere [m] heißt ein spitzer, der größere [n] ein stumpfer Winkel.

Zwei Nebenwinkel sind in Summe zwei rechten Winkeln gleich; so z. B. ist [Fig. 8.] bac + cad = bac + caf + fad = baf + fad = 1 rechten + 1 rechten = 2 rechten Winkeln.

Jeder Winkel ist seinem Scheitelwinkel gleich; denn es ist, [Fig. 3] als Summe zweier Nebenwinkel, m + baf = 2 recht. Winkeln = baf + s folglich m = s.

Anmerkung. Eine frei herabhängende, unten (mit einer Bleikugel, einem Stein oder dgl.) beschwerte Schnur heißt ein Loth oder Bleiloth [Fig. 7.]. Die Richtung, welche bei ruhiger Luft ein Loth (oder eine frei herabhängende Latte oder Stange) annimmt, wird lothrecht

genannt. Jede lothrechte Linie steht winkelrecht (senkrecht) auf einer wagerechten (horizontalen) Linie und Ebene. Die Bezeichnungen lothrecht und winkelrecht dürfen nicht miteinander verwechselt werden, indem die lothrechten Linien nur winkelrecht auf den wagerechten Linien stehen. — Die Kanten der Häuser werden z. B. in lothrechten Linien aufgeführt; die sich kreuzenden Fäden von Tuch u. dgl. aber winkelrecht (oder senkrecht) aufeinander.

§. 213. Gleichlaufende (parallele) Linien und Ebenen.

Zwei gerade Linien, die in einer Ebene liegen und sich niemals schneiden, so weit man sie auch verlängern mag, werden gleichlaufend oder parallel genannt [ab und cd Fig. 9.]. Desgleichen heißen eine Linie und eine Ebene und auch zwei Ebenen einander parallel, wenn sie, wie immer erweitert, niemals zusammentreffen.

Zwei parallele Linien [ab, cd Fig. 9.] haben einerlei Richtung; denn bei verschiedener Richtung würden sie einen Winkel bilden, und sich daher in dessen Scheitel schneiden. Ferner haben auch parallele Linien überall gleichen Abstand von einander; denn würde dieser kleiner, so kämen sie endlich einmal zusammen.

Wenn zwei parallele Linien mn, lp [Fig. 10.] durch eine dritte Linie st geschnitten werden, so nennt man a und b gleichliegende Winkel, a und c aber Wechselwinkel. Die gleichliegenden Winkel a und b sind einander gleich; denn weil on und qp gleichlaufend sind, also einerlei Richtung haben, so bilden sie mit ein und der nämlichen 3ten Linie qt gleichen Richtungsunterschied a=b. — Ferner ist auch a seinem Wechselwinkel c gleich; denn es ist a=b gefunden, und b=c als Scheitelwinkel (§. 212), folglich ist a=b=c.

§. 214. Erklärung der Figuren.

Ein Theil einer Ebene, der vollständig oder ringsum durch Linien begrenzt ist, wie Fig. 11., wird eine Figur genannt. Die ganze Grenze zusammen nennt man den Umfang, die einzelnen geraden Theile desselben (wie ab, bc, cd u. s. f.) die Seiten, und a, b, c, ꝛc. die Ecken der Figur.

Eine Figur heißt geradlinig [Fig. 11.], krummlinig [Fig. 16.] oder gemischtlinig [Fig. 12.], je nachdem der Umfang nur aus geraden, nur aus krummen, oder theils aus geraden, theils aus krummen Linien besteht.

Jede geradlinige Figur hat so viele Winkel und Ecken als Seiten. Winkel wie abc [Fig. 11.], die ihre Spitze nach Außen wenden, heißen ausspringende; andere, wie def,

nennt man einspringende Winkel. — Eine gerade Linie, die in der Figur zwischen zwei Ecken gezogen wird, [wie bd Fig. 26.], heißt eine Diagonale.

Eine von 3 geraden Linien begrenzte Figur [13] heißt Dreieck. — Eine von 4 geraden Linien eingeschlossene Figur [14.] heißt Viereck. — Jede von mehr als 4 Seiten begrenzte Figur wird im Allgemeinen Vieleck oder Polygon genannt; letztere sind daher 5-, 6- [Fig. 15.], 7-Ecke u. s. f., je nachdem sie von 5, 6, 7 ꝛc. Seiten begrenzt sind.

Wenn alle Seiten und alle Winkel einer Figur gleich sind, so heißt sie regelmäßig oder regulär [Fig. 15.].

Eine Figur [16.], deren sämmtliche Punkte des Umfangs von einem Punkte [c] innerhalb gleichweit abstehen, heißt Kreisfläche (Kreis). Der Punkt c wird der Mittelpunkt (Centrum), und der gleiche Abstand ac=bc=dc u. s. f. wird Halbmesser (Radius) genannt. Der krummlinige Umfang heißt Kreislinie oder Zirkellinie od. Umkreis, und jeder Theil derselben, wie z. B. abd, ist ein Kreisbogen. Jede gerade Linie ef zwischen zwei Punkten des Umfangs heißt Sehne; geht diese durch den Mittelpunkt, wie ea, so wird sie Durchmesser genannt; dieser ist gleich zwei Halbmessern, und theilt den Kreis in zwei Halbkreise. — Eine gerade Linie mn, die den Kreis nur in einem Punkte f berührt, heißt Tangente.

§. 215. Dreiecke und Vierecke.

I.) Ein Dreieck wird gleichseitig [Fig. 17.] oder ungleichseitig [Fig. 13.] genannt, je nachdem seine drei Seiten gleiche oder ungleiche Länge haben. Ein Dreieck heißt gleichschenklig [Fig. 18.], wenn es zwei gleiche Seiten ac=bc hat; diese heißen die Schenkel, die ungleiche Seite ab aber heißt die Grundlinie. Man nennt ferner ein Dreieck rechtwinklig, wenn einer seiner Winkel [Fig. 19 bei a] ein rechter ist; stumpfwinklig, wenn einer [b Fig. 20.] stumpf ist, und spitzwinklig, wenn es drei spitze Winkel hat [Fig. 13.].

Zusatz. Zwei Dreiecke sind einander vollkommen gleich, in Form und in Größe, wenn beide entweder 1) zwei Seiten und den davon eingeschlossenen Winkel gleich haben, oder 2) wenn jede Seite des einen Dreieckes einer Seite des andern gleich ist, oder 3) wenn sie eine Seite und die beiden anliegenden Winkel gleich haben. — Man überzeugt sich hievon, indem man zwei solche Dreiecke gehörig aufeinander legt, wo sodann die drei Seiten und die drei Winkel des einen jene des andern vollkommen decken.

II.) Ein Viereck [Fig. 21.], bei dem eine Seite ab der

gegenüber liegenden cd parallel ist, heißt Trapez. Ist aber, wie in Fig. 22., jede Seite der Gegenseite parallel, so nennt man es ein Parallelogramm. Bei letztern unterscheidet man: 1) das Quadrat [Fig. 23.], wenn die vier Winkel rechte und die vier Seiten gleich sind; 2) das Rechteck [Fig. 24], wenn die 4 Winkel rechte, aber nur die Gegenseiten gleich sind; 3) die Raute [Fig. 25.), wenn die Winkel schief, aber die 4 Seiten gleich lang sind.

Jedes Parallelogramm [Fig. 26.] wird durch eine Diagonale bd in zwei vollkommen gleiche Dreiecke abd und bdc getheilt; denn es ist m=n als Wechselwinkel bei den parallelen ad und bc (§. 213.), p=q „ „ „ „ „ ab und cd; es haben daher diese Dreiecke zwei Winkel gleich und die ihnen anliegende Seite bd gemeinschaftlich, und sind daher vollkommen gleich (nach obigem Zusatz). — Hieraus folgt auch, daß [Fig. 26.] dc=ab, bc=ad, und a=c ist, oder allgemein, daß in jedem Parallelogramme jede Seite der gegenüberliegenden gleich ist, und auch jeder Winkel seinem entgegenstehenden.

§. 216. Vom Zeichnen der Linien, Winkel und Figuren.

I. Auf Papier, einer Tafel oder dergleichen.

1) Zum Zeichnen der geraden Linie dient das bekannte Lineal. Um sich jedoch, vor dem Gebrauche, von der Richtigkeit des Lineals zu überzeugen, ziehe man längs einer seiner Kanten eine feine Linie, und lege dann die nämliche Kante oberhalb an die gezogene Linie an; im Falle diese Kante wieder längs der gezogenen Linie hinläuft, so ist das Lineal richtig.

Auf Mauern, Brettern rc. werden größere gerade Linien mittelst einer Schnur aufgezeichnet. Diese taucht man zuerst in Farbe, spannt sie dann an der verlangten Stelle fest an, zieht sie an einem ungefähr in ihrer Mitte liegenden Punkte auf, und läßt sie auf das Brett rc. zurückschnellen.

2) Das Zeichnen einer Kreislinie oder eines Bogens geschieht mit dem Zirkel, indem man die Schenkel desselben um den verlangten Halbmesser öffnet, dann eine der Spitzen in den verlangten Mittelpunkt einsetzt, und die andere Spitze (den Zirkel ganz oben haltend) so lange herumführt, bis die Kreislinie vollendet ist.

3) Ein gleichschenkliches Dreieck wird über einer Linie ab [Fig. 27.] gezeichnet, indem man aus a und b Bögen mit einerlei Zirkelöffnung beschreibt (nach 2) die sich schneiden,

und vom Durchschnitte c nach a und b Linien zieht. Beschreibt man die Bögen mit ab als Halbmesser, so wird das Dreieck [abd] gleichseitig.

4) Um auf einer Linie ab in ihrer Mitte f [Fig. 28.] eine winkelrechte zu ziehen, errichte man (nach 3) über ab ein gleichschenkliches Dreieck abc und ziehe die gerade cf. Diese steht winkelrecht auf ab in f; denn wegen ca = cb und af = bf neigt sich fc nicht mehr nach fa als nach fb hin, bildet also gleiche Nebenwinkel p = q (§. 212). — Ist aber in einem beliebigen Punkte f einer geraden mn [Fig. 29.] auf dieser eine Winkelrechte zu errichten, so schneide man, von f aus, gleiche Stücke fa = fb ab, und verfahre dann wie vorhin. Die Schenkel bc und ac werden gewöhnlich bei dieser und den folgenden Aufgaben nicht wirklich gezogen. Ist aber im Endpunkte a einer geraden ab [Fig. 116. Taf. I.] auf dieser eine Senkrechte zu errichten, ohne daß man ab über a hinaus verlängern kann, so schneide man auf ab ein beliebig großes Stück ac ab, zeichne über ac ein gleichseitiges Dreieck acd, verlängere dessen a gegenüberliegende Seite cd um df = da und ziehe af, so ist diese senkrecht auf ab im Punkte a.

5) Soll man von einem Punkte a [Fig. 30.], außerhalb einer Linie mn, auf diese eine senkrechte ziehen, so beschreibe man aus a einen Bogen der mn schneidet, hier in b und c, ziehe aus b und c mit einerlei Zirkelöffnung unter mn sich kreuzende Bögen und ziehe dann ad; diese ist senkrecht [winkelrecht] auf mn im Punkte f.

Von den unzählig vielen Linien, die man von a [Fig. 30.] nach mn ziehen kann, ist die winkelrechte af die kürzeste. Diese heißt die Entfernung von a nach mn oder die Höhe des Punktes a, über der Linie mn.

6) Soll man eine Tangente durch einen Punkt a [Fig. 31.] einer Kreislinie ziehen, so errichte man in a auf dem Halbmesser ac die senkrechte mn (nach 4). Diese ist eine Tangente, denn weil ca die kürzeste Linie von c nach mn ist, so liegen, mit Ausnahme von a, alle Punkte der geraden mn außerhalb des Umkreises.

7) Da bfc und afc [Fig. 29.] rechte Winkel sind (§. 212), so gibt das Verfahren bei 4 zugleich an, wie man rechte Winkel zeichnet. Beides kann auch mechanisch mit Hülfe eines Winkelhackens [Fig. 32.] oder eines rechtwinklichen Dreieckes (Equerre) von Holz oder Eisen [Fig. 33.] geschehen, dessen rechten Winkel man an die verlangte Stelle f hinlegt und nachzeichnet. Die Richtigkeit des Winkelhackens 2c. muß jedoch zuerst, durch

Anlegen an richtig gezeichnete rechte Winkel afc und bfc [Fig. 29.] geprüft werden.

8) Ist an eine gegebene Linie mn [Fig. 34.] ein Dreieck zu zeichnen, welches mit einem gegebenen Dreiecke abc [Fig. 13.] die drei Seiten gleich hat, so trage man zuerst eine Seite ab=di mit dem Zirkel ab, beschreibe dann Bögen aus d mit ac und aus i mit bc, und ziehe von ihrem Kreuzungspunkte f die Linien fd und fi; dann ist Dreieck dif das verlangte, und dem Dreieck abc [Fig. 13.] vollkommen gleich (§. 215).

9) Soll man einen gegebenen Winkel z. B. xay [Fig. 35.] nachzeichnen, so schneide man auf seinen Schenkeln gleiche Stücke ab=ac ab, denke sich bc gezogen, und zeichne das Dreieck, wie oben bei 8, nach. Man erhält Dreieck idf, in welchem der Winkel idf=bac (oder xay) ist, da sie in vollkommen gleichen Dreiecken, gleichen Seiten if=bc gegenüber stehen. (Je länger ab=ac genommen wird, desto genauer kann idf=xay nachgezeichnet werden.)

10) Um durch einen bestimmten Punkt o [Fig. 10] zu einer gegebenen Richtung lp eine parallele Linie zu zeichnen, ziehe man [Fig. 10.] durch o gegen lp hin eine beliebige gerade ts, zeichne (nach 9) bei o an to den Winkel b=a nach, als gleichliegenden Winkel von a (§. 213.), dann ist mn parallel mit lp. Man kann auch c=a als Wechselwinkel nachzeichnen. — Fig. 36. zeigt, wie man parallele Linien ziehen kann, durch Verschieben eines Winkelhackens oder rechtwinkligen Dreiecks längs einem festgehaltenen Lineale, indem hiebei die gleichliegenden Winkel o und q einander gleich werden.

11) Soll man ein Quadrat mit gegebener Seite ab [Fig. 23.] zeichnen, so errichte man in a und b auf ab winkelrechte Linien (nach 4), trage auf diese ac=ab=bd auf, und ziehe cd; dann ist abdc das verlangte Quadrat. Beim Rechteck [Fig. 24.] verfahre man in gleicher Art, nur daß ac=bd aber nicht gleich ab gemacht wird.

12) Ein Vieleck ABCDE [Fig. 37.] wird nachgezeichnet, indem man aus einer Ecke A alle Diagonalen zieht, und die so erhaltenen Dreiecke ABC, ACD 2c. (nach 8) in ihrer Reihenfolge aneinander zeichnet. Man erhält Vieleck abcde [Fig. 38.] vollkommen gleich mit ABCDE.

13) Um einen Winkel zu halbiren [acb Fig. 39.], schneide man auf dessen Schenkeln gleiche Stücke ci=cd ab, beschreibe mit einerlei Halbmesser aus i und d sich (in m) kreuzende

Bögen, und ziehe cm; dann ist acm = bcm = ½ acb; indem die Dreiecke icm und dcm vollkommen gleich sind.

14) Ist eine gerade Linie ab [Fig. 40.] zu halbiren, so ziehe man mit einerlei Zirkelöffnung aus ihren Endpunkten a und b ober= und unterhalb sich kreuzende Bögen (wie in 3). Die Linie cd, durch die Kreuzungspunkte gezogen, halbirt die ab in f, und steht zugleich auf ab winkelrecht.

15) Der Halbmesser eines Kreises [Fig. 41.] läßt sich auf dem Umfange des Kreises genau 6mal als Sehne auftragen. Führt man dieses aus, und zieht dann die Sehnen ab, bd, de ꝛc., so erhält man ein regelmäßiges 6=Eck abdefga im Kreise. Zieht man aber nur die Sehnen be, eg, gb, so bilden diese ein regelmäßiges Dreieck beg. Halbirt man hingegen vom 6=Eck einen Winkel am Mittelpunkt z. B. gca mittelst ch (nach 13) und zieht ah, so ist dieß die Seite des regelmäßigen Zwölfeckes, läßt sich daher 12mal auf den Umkreis als Sehne tragen, und gibt das regelmäßige Zwölfeck im Kreise. —

Zieht man zwei Durchmesser ab und cd [Fig. 42.] aufeinander senkrecht, so bilden die Sehnen bd, da, ac, cb ein regelmäßiges Viereck (Quadrat) im Kreise. Halbirt man cmb (nach 13), so ist ci die Seite des regelmäßigen Achtecks cibfdgah.

Die Zeichnung eines regelmäßigen 5=, 7=, 9=, 10=, 11=Eckes u. s. f. geschieht entweder versuchsweise; indem man, dem Augenmaaße nach, eine Sehne wählt, und dann mit dem Zirkel versucht, ob diese sich 5=, 7=, 9=, 10= oder 11mal ꝛc. auftragen läßt; dieses aber so oft fortsetzt, bis man die richtige Weite im Zirkel hat. — Oder indem man: beim reg. 5=Eck den Durchmesser [ab Fig. 119 Taf. I] in 5 (beim 7=Eck in 7, u. s. f.) gleiche Theile theilt (n. 18.), dann über ihm eine gleichseitiges Dreieck abm errichtet, und von dessen Spitze m durch den 2ten Theilungspunkt d eine gerade md zieht, bis diese den Kreis in n schneidet. Die Sehne na ist dann die Seite des reg. 5=Ecks im Kreise (oder 7=Ecks, wenn ab in 7 gleiche Theile getheilt ist, ꝛc. ꝛc.) und läßt sich 5mal auf den Umfang auftragen.

16) Soll man regelmäßige Vielecke um den Kreis zeichnen, so theile man den Kreisumfang (wie bei 15) in 6 oder 3, oder 12 ꝛc. gleiche Theile, und lege durch die Theilungspunkte Tangenten (nach 6).

17) Um den etwa nicht angezeigten Mittelpunkt eines regelmäßigen Vieleckes [Fig. 43.] zu finden, errichte man in der Mitte zweier anstoßenden Seiten ab und bc winkelrechte Linien (nach 4). Ihr Durchschnitt m ist der gesuchte Mittelpunkt.

Um den Mittelpunkt eines Kreises [Fig. 44.] zu finden, ziehe man zwei anstoßende Sehnen ab, bc und verfahre wie vorhin. — Soll man durch 3 Punkte a, b und c einen Umkreis ziehen, so ziehe man gerade Linien ab und bc und verfahre wieder wie vorhin.

18) Eine gerade Linie ab [Fig. 45.] wird in 4 gleiche Theile getheilt, indem man sie halbirt (nach 14.), und dann die Hälften nochmals in zwei gleiche Theile ad=dc=ce=eb theilt. Durch fortgesetztes Halbiren kann man eine gerade ab in $2 \times 4 = 8$ ꝛc. gleiche Theile theilen.

Um aber [Fig. 46.] eine gerade ab in eine beliebige Anzahl, z. B. 5 gleiche Stücke zu theilen, ziehe man durch ihre Endpunkte a und b unter sich parallele am und bn (nach 10.), trage auf jeder fünf beliebig lange aber gleiche Stücke ap=pq=qs=st=tu=bv=vw ꝛc. auf, ziehe az, py, qx, sw, tv und ub, so ist $ac = cd = de = ef = fb = \frac{1}{5}$ ab. Werden auf am und bn 3 (oder 7, oder 9 ꝛc.) gleiche Theile aufgetragen, so wird ab in 3 (oder 7 oder 9) gleiche Theile getheilt.

Man braucht auch nur am zu ziehen, auf diese gleiche Theile aufzutragen, dann vom letzten u nach dem Endpunkte b die gerade ub zu ziehen, und zu ub durch t, s, q ꝛc. parallele Linien tf, se ꝛc. mit Lineal und Winkelhacken zu führen.

II. Das Abstecken und Traciren von Linien, Winkeln und Figuren auf dem Felde.

1) Soll man auf dem Felde eine gerade Linie ziehen, so bezeichne man ihre Endpunkte mit Stäben oder Stangen (6 bis 10′ lang und $1\frac{1}{2}$″ stark, die man auch mit weiß und rothen Fähnchen versehen kann) oder Pflöcken (2′ lang $1\frac{1}{2}$″ stark), und ziehe zwischen diesen eine Leine (von $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{2}$″ Stärke) straff an. Reicht die Leine nicht hin, so mache man längs derselben mit der Erdhaue eine Furche (Trace) von 3″ bis 4″ Breite und Tiefe.

Lange abzusteckende Linien werden meistens nur durch Pflöcke oder Stäbe angezeigt. Nachdem nämlich die Richtung der Linie durch zwei lothrecht eingesteckte Stäbe oder natürliche Gegenstände bezeichnet ist, stelle man sich hinter einen derselben auf 3—6 Schritte Abstand, visire dicht an beiden vorüber, indem man zugleich durch einen Gehülfen, alle 20 oder 40 ꝛc. Schritte, Stäbe lothrecht so einsetzen läßt, daß sie durch die bereits eingesetzten Stäbe völlig gedeckt werden.

Der Gehülfe muß hiebei, mit der Front gegen den Visirenden, den Absteckstab mit ausgestrecktem Arme nur mit Daumen und Zeigefinger, ganz oben und sehr leicht fassen, ohne daß die Spitze den Boden berühre, damit der Stab gleich einem Lothe (§. 212. Anmerk.) frei herabhänge; zugleich muß mit beibehaltener Front der Gehülfe auf Zuwinken rechts oder links treten, und erst auf das Zeichen, daß er richtig eingerichtet ist, die Hand leicht öffnen, den Stab lothrecht niederlassen und dann in gleicher Lage befestigen, oder gewöhnlich dessen Stelle durch einen Pflock ersetzen.

Zusatz 1. Soll man gerade Linien (z. B. Mauerflächen) rückwärts verlängern, oder sich in ihrer Verlängerung aufstellen,

so trete man, die beiden Endpunkte (Mauerkanten) unverwandt im Auge behaltend, so lange seitwärts, bis sich dieselben decken.

Zusatz 2. Ist eine gerade Linie bereits durch ihre beiden Endpunkte, z. B. Bäume oder Thürme a und b [Fig. 47] bestimmt, und man soll ein oder mehrere Zwischenpunkte dieser Linie ab finden, so treten 2 Mann mit Stäben c und d, Front gegeneinander, möglichst nahe (dem Augenmaaße nach) in die Richtung ab und bleiben stehen. Dann richtet c den d in die Linie cb ein, wodurch d nach f kömmt und stehen bleibt; hierauf richtet f den c in die Linie fa ein, wodurch c nach g, also auch der Richtung ab näher kömmt. In dieser Art fahren beide fort, bis von y aus gesehen der Stab in x den Endpunkt a, und zugleich von x aus gesehen der Stab in y den Endpunkt b deckt. — x und y sind dann Punkte der Linie ab.

Anmerk. In völlig gleicher Art wird eine gerade Linie zwischen zwei Punkten [a, b Fig. 47.] abgesteckt, wenn man einer zwischenliegenden Anhöhe wegen, nicht von a nach b sehen kann.

2) Soll eine Kreislinie oder ein Bogen tracirt werden, so verfahre man nach Fig. 48. Im Mittelpuncte c ist ein Pflock eingeschlagen; über diesen wird eine Leine geschlungen, die, ohne sich aufzuwinden, frei um c beweglich ist. Sodann gebe man der Leinenschlinge die Länge des verlangten Halbmessers, lasse an dessen Ende, in a, einen zugespitzten Pfahl oder eine Erdhaue durch die Schlinge stecken, und mit dieser einen Arbeiter, langsam rückwärts schreitend, eine Furche ziehen. Da hiebei die Schlinge stets straff angezogen bleiben muß, so binde man an dieselbe, bei etwas großem Halbmesser, noch ein Stück Leine, an welchem ein zweiter Arbeiter in b den Halbmesser von unveränderter Länge erhält. — Eine solche Vorrichtung heißt Erdzirkel. — Kreise oder Bögen mit kleinen Radien können auch mit einer Latte oder Stange durch 2 Arbeiter tracirt werden.

3) Soll ein gleichschenkliches Dreieck über einer gegebenen Grundlinie ab [Fig. 49.] tracirt werden, so halbire man, durch Zusammenlegung, eine gehörig lange Leine, bezeichne den Halbirungspunkt c durch einen Knoten oder ein Band, befestige die Enden der Leine in a und b, und gehe, die Mitte c der Leine in der Hand haltend, so lange zu, bis die beiden Hälften straff angezogen sind. — Ist ein gleichseitiges Dreieck zu traciren, so nehme man $ac = ab = bc$ an, und verfahre im übrigen wie oben.

4, 5, 6 und 7) Das Ziehen von winkelrechten Linien,

von Tangenten und von rechten Winkeln geschieht auf dem Felde, wie auf dem Papier; mit Berücksichtigung der so eben erklärten Art auf dem Felde gleichschenkliche Dreiecke und Bögen abzustecken und zu traciren.

Andere Art rechte Winkel abzustecken.

Auf eine Leine trage man 12 gleiche Längen (Fuß oder Ruthen ꝛc.) auf, und bezeichne den dritten, den siebenten und den zwölften aufgetragenen Punkt [Fig. 50.]; verbinde den Anfangspunkt a mit dem 12ten d, und bilde durch straffes Anziehen ein Dreieck abc [Fig. 51.]. Dieses ist bei dem Dritten aufgetragenen Punkte [b] rechtwinklig.*) — Fig. 52 zeigt auch, wie man mit Latten, an jedem beliebigen Punkte, einen rechten Winkel erhalten kann. — Auch die Meßkette (§. 218) kann hiezu benützt werden.

Dritte Art winkelrechte Linien abzustecken.

Soll man rechte Winkel mit Schenkeln von bedeutender Länge abstecken, so zeichne man [Fig. 53.] auf ein ebenes Brett zwei aufeinander genau senkrechte Linien ab, cd (nach I. 4), säge längs diesen feine Rinnen in das Brett, oder stelle in a, b, c, d Nadeln lothrecht auf, und befestige dieses Brett (Winkelkreuz genannt) unten mit seiner Mitte m auf einem Stocke mit eiserner Spitze. Dieser wird dann im Scheitel des abzusteckenden rechten Winkels so aufgestellt, daß das Brett möglichst wagerecht liegt. Während man nun über ab und nachher über cd hin visirt, lasse man durch Gehülfen Stäbe in die Verlängerungen von ab und cd setzen (nach II. 1), und bezeichne zuletzt auch noch den Scheitel m mit einem Stab oder Pflock. — Die Richtigkeit eines Winkelkreuzes wird geprüft, indem man es, nach abgestecktem Winkel xmy herumdreht, bis cd nach y sieht, wo sodann ba nach x sehen muß.

Zusatz. Sind auf eine abgesteckte Linie xy [Fig. 54.] von Punkten p und q außerhalb ihr, senkrechte zu fällen, so geschieht dieß schnell und sicher mit dem Winkelkreuz. Man gehe von x gegen y bis zu einem Punkte m, der dem Augenmaaße nach in der senkrechten von p auf xy liegt; stelle dort das Winkelkreuz auf, so daß ab in der Richtung xy ist, und visire über cd hin. Geht nun, wie bei m, die Visirlinie cd durch p, so ist pm senkrecht auf xy; ginge aber, wie z. B. bei o, cd am Punkte q vorbei, so muß man auf xy noch weiter vor- oder zurückgehen bis cd durch q geht. — Sehr brauchbar zum Fällen von senkrechten

*) Dieses gründet sich auf eine Eigenschaft des rechtwinklichen Dreieckes, den sogenannten Pythagoräischen Lehrsatz, der hier, nebst vielen andern Eigenschaften der räumlichen Größen, weggelassen ist, als außer dem Bereiche des gegenwärtigen Anhanges liegend.

Linien und Abstecken rechter Winkel ist auch der Winkelspiegel, ein einfaches und billiges Instrument, dessen Gebrauch practisch leicht zu erklären ist.

8) Um ein Dreieck zu traciren, welches mit einem gegebenen [Fig. 55.] die 3 Seiten gleich hat, schlage man in den 3 Ecken a, b, c Pflöcke ein, schlinge um den Umfang des Dreieckes eine Leine, bezeichne an dieser die an a, b und c anliegenden Punkte mit durchgezogenen Schleifen, und lasse dieses Dreieck mit straff angespannten Leinen an den verlangten Ort übertragen. — Soll man ein Dreieck traciren, dessen 3 Seiten bekannte Längen haben, so verfahre man in ähnlicher Art, sobald man die drei Längen auf eine Leine aneinander aufgetragen hat.

9) Ein gegebener Winkel [xay Fig. 56.] wird auf dem Felde nachtracirt wie auf dem Papier (I. 9); mit Anwendung des so eben bei 8 angegebenen Verfahrens, ein Dreieck überzutragen. — Wenn man nicht in den Winkel kann, um die Länge bc zu erhalten, wie z. B. bei einer Mauerecke, so bilde man (nach II. Zus. 1) den Scheitelwinkel man (§. 212.) und trage diesen ab; oder man trage den Nebenwinkel nax ab, wodurch sich auch xay bestimmt.

Die Aufgaben 10 bis 18 werden auf dem Felde ausgeführt, wie auf dem Papier (siehe I. §. 216.), mit Anwendung jedoch des oben angegebenen Verfahrens, Linien, Winkel und Dreiecke auf dem Felde zu traciren. — Kann man bei einem nachzuzeichnenden Vielecke nicht die Diagonalen abtragen (Aufg. 12), wie wenn z. B. das Innere Wald oder Wasser wäre, so trage man alle Seiten und Winkel des Umfanges, in ihrer Reihenfolge, ab; die Seiten mittelst einer Leine oder besser mit einer Meßkette (§. 218.), die Winkel nach Aufgabe 9.

Zusatz. Ist eine größere gerade Linie auf dem Felde zu theilen, so ist es am kürzesten, die zu theilende Linie zu messen (n. §. 218), das in Fuß, Zoll ꝛc. erhaltene Maaß in die verlangte Anzahl Theile zu theilen (n. §. 92.), und die so erhaltenen Theile nach dem Maaßstab (§. 217) auf die zu theilende Linie aufzutragen.

§. 217. Von dem Messen und den Maaßstäben.

Messen heißt untersuchen, wie vielmal eine Maaßeinheit in einer räumlichen Größe enthalten ist, und hat daher den nämlichen Zweck wie das Zählen bei den gezählten Größen. Die Haupteinheit zum Messen der Linie ist der Fuß (§. 50 und §. 189.); dieser wird mit seinen Abtheilungen ein= oder

mehreremal auf Papier, Holz oder Metall ꝛc. aufgetragen, und man nennt eine solche Vorrichtung einen Maaßstab. So z. B. ist mn [Fig. 57.] der halbe bayer. Fuß mit 12theiliger, und pq [Fig. 58.] mit 10theiliger Eintheilung. — Maaßstäbe dienen sowohl zum Abnehmen bestimmter Längen, als auch, um die Länge der Gegenstände darauf abzulesen. Soll z. B. 1) eine Länge von 2″ 7‴ Ddz. mit dem Zirkel abgenommen werden, so setze man dessen eine Spitze in den Punkt 2″ [Fig. 57. bei a] ein, und öffne den Zirkel bis die andere Spitze in den Punkt 7‴ [Fig. 57. bei b] eintrifft; dann ist $ab = ac + cb = 2'' + 7'''$ Ddz., d. i. 2″ 7‴ Ddz.-Maaß. — Will man aber 2) die Länge einer Linie z. B. des Halbmessers ac [Fig. 31.] wissen, so nehme man ac in den Zirkel, setze dessen eine Spitze in solch einen Theilungspunkt der Zolle ein, daß die andere Spitze noch [Fig. 57. oder 58.] linker Hand in jenen Zoll trifft, der in seine Linien abgetheilt ist, und lese nun dort die Anzahl der Linien ab.

Stäbe oder Latten von Holz ꝛc., auf deren Fläche 1 oder 2 oder 5, 10 oder mehr Fuß oder Zoll ꝛc. aufgetragen sind [wie z. B. Fig. 59.], werden Meßlatten, Meßstangen oder Maaßstäbe genannt. Mit diesen werden Längen abgemessen oder aufgetragen, indem man sie an die zu messenden Gegenstände ein- oder mehrmal anlegt.

Um Maaßstäbe zu zeichnen [Fig. 57.], nehme man von einem als genau bekannten Maaßstabe die Länge von $\frac{1}{2}$ Fuß (oder 1′) ab, trage sie auf eine gezogene gerade mn, und theile diesen halben Fuß beim Ddz.-Maaß in 6, beim Dez.-Maaß in 5 gleiche Theile (Zolle) ein, nach 18. §. 216. — Hierauf theile man den letzten Zoll linker Hand in seine 12‴ Ddz. oder 10‴ Dz., ebenfalls nach § 216, errichte in den Theilungspunkten senkrechte Linien, und durchschneide diese noch zuletzt durch eine zu mn parallele Linie. Die Einschreibeart ist aus Fig. 57 und 58 ersichtlich, und der Gebrauch aus dem Obigen.

Zusatz. Gibt man [wie in Fig. 58.] den winkelrechten Linien bei p und q genau die Länge von 1‴, und zieht die Querlinie op, so geben die bei 1‴, 2‴ ꝛc. stehenden kleinen Stücke, der Ordnung nach 1^{IV}, 2^{IV}, ꝛc. an. — Eine bessere Einrichtung des Maaßstabes, um noch Scrupel (od. Punkte) abnehmen zu können, ist aber in Fig. 60. dargestellt. Um einen solchen Maaßstab zu erhalten, theile man die unterste Linie ab, wie in Fig. 57 oder 58, in Zolle und Linien ein, errichte dann in ihren Endpunkten a und b winkelrechte Linien, trage auf diese im Dz.-Mß. 10, im Ddz.-Mß. 12 beliebig lange, aber gleiche Theile $af = fg$ ꝛc. $= bh = hi$ u. s. f. auf, und verbinde diese durch gerade fh, gi u. s. f. Die so gezogene, oberste Linie kl theile man hierauf völlig so wie die unterste ab ein, ver-

binde sodann die Theilungspunkte der Zolle o, d 2c., der Ordnung nach, durch aufrecht stehende Linien, hingegen die Theilungspunkte o, m, n, p, q, r 2c. der (‴) durch Querlinien (Transversalen), die man von o unten nach p oben, ferner unten von m nach q oben u. s. f. zieht. Der kleine Theil ts ist dann $\frac{1}{10}$ von dp d. i. 1 Scrupel (od. Punkt), vu ist $\frac{2}{10}$ von dp d. i. 2^{IV} u. s. f. — Ein solcher Maaßstab besteht nun eigentlich aus so vielen verschiedenen Maaßstäben, als er liegende Linien ab, fh, gi 2c. hat. Diese dienen der Ordnung nach für Abmessungen, bei denen 0^{IV}, 1^{IV}, 2^{IV}, u. s. f. bis 10^{IV} vorkommen. Um z. B. eine Länge von 1″ 6‴ 5^{IV} Dz., bei welcher also 5^{IV} vorkommen, abzunehmen, setze man auf der fünften liegenden Linie cw die eine Zirkelspitze über 1″ (also in w) ein, und öffne den Zirkel, bis daß die andere Spitze auf den Querstrich der 6‴ (also in x) zu stehen kömmt; da nun $wx = wy + yz + zx = 1'' + 5^{IV} + 6''' = 1''\ 6'''\ 5^{IV}$ ist, so enthält der Zirkel zwischen w und x die verlangte Abmessung.

§. 218. Das Messen der Linien.

Wie Linien mit dem Zirkel abgemessen, oder damit bestimmte Längen vom Maaßstabe abgenommen und aufgetragen werden, ist im vorigen §. erklärt. Das Abmessen und Auftragen langer Linien auf dem Felde aber geschieht entweder 1) mit Meßstangen oder Latten, oder 2) mittelst der Meßkette d. i. einer Kette, die aus 50 oder 100 Kettengliedern von starkem Eisendraht, jedes zu 1 Fuß Länge, zusammengesetzt ist, oder 3) durch Abschreiten, oder 4) durch Abschätzen nach dem Augenmaaße.

1) Nachdem man die Linie (n. §. 216. II.) abgesteckt und durch eine gespannte Leine angezeigt hat, wenn sie nicht schon natürlich z. B. durch eine Mauer, einen Weg od. dgl. bezeichnet ist, treten zwei Mann (Nr. I und II) jeder mit einer Meßlatte an die Leine [az Fig. 61.]. Nr. I legt die Latte an den Anfangspunkt a dicht an die Leine, und zählt Eins; hierauf legt Nr. II seine Meßlatte genau, aber ohne zu stoßen, an das Ende jener des I und zählt, wenn er die Latte fest an der Leine anliegen hat, Zwei. Auf dieses Zeichen nimmt I seine Latte weg, geht um II herum, und legt seine Latte an das Ende jener des II an. In dieser Art setzen beide das Verfahren fort, bis die ganze Linie az gemessen ist, deren Länge sich als das Product einer Lattenlänge mit der Anzahl der angelegten Latten ergibt, wozu meistens noch eine nicht volle Latte zu addiren ist. — Hat man nur eine Latte zur Hand, so hält Nr. II ein Stäbchen (oder besser die Säbelklinge) flach an das Ende der Latte und bleibt ruhig stehen, bis I die Latte zum zweitenmal angelegt hat. Hiebei zählt nur Nr. 1.

2) Aehnlich, aber schneller, wird eine lange **Linie mit der Meßkette** gemessen. — Nachdem die Linie (§. 216. II)

abgesteckt ist, strecken zwei Kettenzieher, Nr. I und II, die Kette vorsichtig aus, und legen deren Endringe in Kettenstäbe, welche gleich den Absteckstäben sind, jedoch unten einen Stift haben [Fig. 62.], worauf der Kettenring liegt. Nr. I tritt sodann an den Anfangspunkt a der Linie, den Nullpunkt der Kette an a anlegend, visirt über seinen Kettenstab hin, und richtet den Nr. II mit seinem Kettenstabe in die zu messende Linie ein (§. 216.) Sobald II eingerichtet ist, hebt er Kette sammt Stab etwas in die Höhe, zieht die Kette ruhig aber straff an, legt sie so ausgestreckt wieder auf die Erde, steckt in den Endpunkt der Kette (der gewöhnlich, wie auch der Nullpunkt durch einen kleinen Ring bezeichnet ist) ein kleines Stäbchen, Zeichenstäbchen genannt, und ruft dann „Marsch." Auf diesen Ruf eilen I und II, mit fortwährend leicht angespannter Kette, längs der Linie hin. Sobald I an das Zeichenstäbchen kömmt, ruft er „Halt" und beide verfahren nun wieder wie bei der ersten Kettenlage, u. s. f. bis die ganze Linie abgemessen ist. — Nr. I sammelt und verwahrt jedesmal das von II hinterlassene Zeichenstäbchen. Es gibt daher am Ende der Linie, die Anzahl der von Nr. I eingesammelten Stäbchen die Länge der Linie an, wozu noch meistens das letzte Stück einer nicht vollen Kettenlage zu addiren ist. — Da Nr. II gewöhnlich nur mit 10 Zeichenstäbchen versehen wird, so gibt Nr. I, sobald er alle 10 in Händen hat, diese wieder an Nr. II ab. — Nr. I macht sich dafür jedesmal ein Zeichen und zählt am Ende jedes derselben „für 10 Kettenlängen." — Sollen jede 50 oder 100 2c. Fuß angemerkt werden, so schlägt Nr. I dortselbst, an die Stelle des Zeichenstäbchens, einen Pflock ein, worauf die Entfernung von a geschrieben steht. — Anstatt mit der Kette mißt man auch in ganz ähnlicher Art mit der Meßschnur. Es ist dieses ein mit Oelfarbe oder Firniß überzogenes Band von 50′ oder 100′ Länge, worauf die einzelnen Fuß getragen oder eingeschrieben sind.

Zusatz I. Ist die Länge einer gebrochenen Linie (§. 208.) zu messen, so messe man deren einzelne geraden Theile u. addire sie.

Zusatz II. Soll man die Länge einer krummen Linie finden, so zerlege man sie [Fig. 63.] in solche Theile, die als gerade angesehen werden können; schlage in den Theilungspunkten b, c, d, e 2c. Pflöcke ein, und lege an diese eine Leine dicht an, so daß sie der krummen Linie folgen muß. Die hierauf ausgestreckt gemessene Leine gibt dann die Länge der krummen Linie an.

3) **Zum Messen von Linien durch Abschreiten** gehört,

daß man a) gleichförmig ausschreite, und b) die Länge seines Schrittes kenne. Ersteres erlernt sich bald, durch so oft wiederholtes Abschreiten einer abgemessenen Linie, bis dabei jedesmal die nämliche Schrittanzahl erhalten wird. Zugleich ergibt sich hiebei die Länge des Schrittes, denn wer z. B. die Achtelstundensäule (1588′) gleichmäßig in 300 Doppelschritten geht, dessen Doppelschritt hält 1588 : 300 = 5,29′. — Besser ist es noch sich eine vorgeschriebene Schrittlänge (z. B. 5′ per Doppelschritt §. 189. 1. c.) anzueignen. — Um nun eine Linie abzuschreiten, die nicht, etwa durch einen Zaun, Weg ꝛc., vorgezeichnet ist, trete man in ihre Richtung, und beobachte das §. 209. Anmerk. 2. gegebene Verfahren; zähle dabei die Doppelschritte, und mache sich nach jedem 100 ein Zeichen, etwa durch Einbiegen eines Fingers oder dergl. — Das Product der Länge eines Doppelschrittes mit ihrer Anzahl gibt dann auch die Länge der Linie nach Fuß.

4) Das richtige Abschätzen der Länge von Linien nach dem Augenmaaße, so wie auch der Größe der Winkel, namentlich des rechten, ist nicht minder wesentlich. — Man übt sich im Abschätzen der Linien, indem man Entfernungen von bestimmten Gegenständen (Truppen, Häusern ꝛc.) abschreitet, und dann beobachtet, wie diese dem Auge erscheinen; dann auch Entfernungen abschätzet, und durch Abschreiten prüft, in wiefern die Abschätzung richtig war. Beim Abschätzen der Winkel übt man sich, indem man den rechten Winkel und Theile desselben ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ ꝛc.) sowohl in wagerechten als in lothrechten Ebenen absteckt, und nun das Maaß derselben dem Auge einprägt.

§. 219. Das Messen und Uebertragen der Winkel, so wie die Eintheilung des Kreisumfangs.

Die Hauptmaaßeinheit zum Messen der Winkel ist der rechte Winkel; er wird eingetheilt in 90 gleiche Theile (Richtungsunterschiede), die Grade heißen; der Grad wird ferner eingetheilt in 60 Minuten und jede Minute noch in 60 Secunden. Eine Scheibe von Messing oder Horn ꝛc. [Fig. 64.] worauf diese Eintheilung des rechten Winkels, mit Hülfe eines in 180 gleiche Theile getheilten Halbkreises aufgetragen ist, heißt Ueberträger oder Transporteur. — Um mit diesem die Größe eines gezeichneten Winkels zu messen, bringe man den Mittelpunkt c des Transporteurs auf den Scheitel des zu messenden Winkels xcy [Fig. 64.],

und den Halbmesser auf einen Schenkel cx von xcy. Dort, wo dann der zweite Schenkel cy bei dem Halbkreis herauskömmt, steht das Maaß des Winkels; daher ist [Fig. 64.] xcy = 74 Grad d. i. $\frac{74}{90}$ vom Rechten. — Wie aber Winkel von bestimmter Größe (z. B. von 150°) aufgetragen werden, versteht sich nun von selbst.

Durch die Eintheilung des rechten Winkels in 90 Grad wird auch jeder zwischen seinen Schenkeln gezogene Viertelkreisbogen in 90, der ganze Kreisumfang daher in 4 × 90 d. i. in 360 gleiche Theile getheilt, die auch Grade (oder Bogengrade) heißen, so daß bei der Kreislinie die folgende Eintheilung besteht:

Der Umkreis = 360 Grad; 1 Grad = 60 Minuten = 3600 Secund.
1 Minute = 60 „

Bogengrade vom nämlichen Umkreis haben einerlei Länge; so z. B. ist jeder Grad vom größten Umkreis (Aequator) der Erde 15 geograph. Meilen (15 × 25421,6 bayer. Fuß) lang. Grade, Minuten, Secunden werden bezeichnet mit °, ′, ″, völlig so wie Ruthen, Fuß und Zoll, ohne daß bei so ungleichartigen Dingen, wie Winkel und Linien sind, eine Verwechslung zu besorgen wäre. Der Winkel oder Bogen 17° 23′ 47″ wird daher gelesen 17 Grad 23 Min. 47 Sec.

§. 220. Von dem Gebrauche des Richtscheites und der Setzwage.

Erklärung. Das **Richtscheit** oder die **Setzlatte** ist eine 6′ bis 12′ lange, ungefähr 6″ breite und 1″ bis 2″ starke, völlig gerade und glatt gehobelte Latte, die vom Anfange bis ans Ende völlig einerlei Breite haben muß. Die **Setzwage** [Fig. 65. oder 66.] ist ein gleichseitiges oder gleichschenkliches Dreieck (von Holz oder Eisen) zu 1′ bis 2′ (u. darüber) Seitenlänge, dessen Höhe oder Mitte der Grundlinie genau bezeichnet, und in dessen Spitze ein Stift eingeschlagen ist, an dem ein Bleiloth (Senkel) in solcher Art hängt, daß es freie Spielung hat. — Läßt man nun den Faden des Bleilothes in die angezeigte Höhe oder Mitte der Grundlinie [a, Fig. 66.] der Setzwage einspielen, so liegt ihre Grundlinie bc wagerecht, und desgleichen auch das Richtscheit, wenn die Setzwage darauf gestellt ist. Beide zusammen dienen daher, um die wagerechte Lage oder den Fall einer Linie oder Fläche zu untersuchen, was man dieselbe Ablothen, oder Abwägen (Nivelliren) nennt.

Anmerk. Um die Richtigkeit der Setzwage und Latte zu prüfen, bringe man die Latte mit der schmalen Seite auf zwei eingeschlagene Pfähle, stelle die Setzwage auf die Latte, und schlage den einen Pfahl so tief ein, bis der Senkel in a [Fig. 66.] einspielt, und dort ruhig verweilt. Wende sodann, bei unverrückter Latte, die Setzwage um, indem man den Fuß b nach c bringt. Spielt nun der Senkel wieder in a, ohne Nachhülfe, ein, so sind Setzwage und Latte richtig; wo nicht, so muß nachgesehen werden: 1) ob die Latte nicht gerade oder nicht von durchaus gleicher Breite ist, oder 2) ob die Schenkel der Setzwage nicht gleiche Länge haben, oder 3) ob die Höhe der Setzwage nicht richtig angezeigt oder ob der Senkel in keinem Punkte derselben aufgehängt ist; um dann dem einen oder dem andern dieser Fehler abhelfen zu können.

1) Das Messen gerader Linien auf Abhängen.

Punkte auf Abhängen [wie a und b Fig. 68.] haben zweierlei Entfernung: die wahre ab und die wagerechte ad oder cb, wobei ac und bd lothrechte sind. Erstere ab wird nach §. 218. II. gemessen, letztere wie folgt: Nachdem ab abgesteckt ist (§. 216.), nehme man ein Richtscheit, trage darauf eine bestimmte Länge z. B. 10′ [Fig. 67.], befestige die Setzwage so darauf, daß die Mitte ihrer Grundlinie genau über dem 10′-Striche steht, und richte den Senkel so ein, daß man seine Schnur verlängern und verkürzen kann. Beim Messen [Fig. 68.] halte man dann jederzeit das Richtscheit wagerecht (was Statt hat, sobald die Senkelschnur in der Mitte der Grundlinie und dem 10′-Striche einspielt), verlängere dabei die Senkelschnur bis beinahe zur Berührung mit dem Boden (in f), mache dort ein Zeichen, lege sodann an dieses das Richtscheit zum zweitenmal an, und fahre so fort, bis in b angekommen, die Linie ad gemessen ist.

Anmerk. 1. Fällt oder steigt der Boden nur wenig, so hebt, beim Messen mit der Kette, der tiefer stehende Kettenzieher den Ring im Kettenstabe so weit herauf, bis die straff angespannte Kette, dem Augenmaaße nach, in wagerechter Lage ist.

Anmerk. 2. Bei den Land-Karten sind nur die wagerechten Entfernungen der Gegenstände eingezeichnet. Da aber Fallen und Steigen des Bodens auf Waffenwirkung und Bewegung bedeutend einwirken, so werden sie auf militärischen Karten durch einfache schwarze Striche (Schraffirstriche) in der Art angezeigt, daß bei größerem Fallen oder Steigen die schwarzen Striche im Verhältnisse zu den weißen Zwischenräumen breiter sind; und zwar ist die Bergschraffirung topographischer Karten in Bayern angenommen (der Elementar-Unterricht im Bergzeichnen für die Unteroffiziers-Schulen der K. B. Armee enthält hierüber die ausführliche Belehrung): 1) daß Böschungen von 60 Grad und darüber mit vollem Schwarz zu bezeichnen sind; 2) daß bei allen kleineren Böschungen „die Breite des schwarzen Striches“ sich verhalten soll zu „seinem weißen Nebenraum“ wie „der zu bezeichnende Böschungswinkel“ zu „seinem Ergänzungswinkel auf 60 Grad“; also

bei 5° Böschung „d. Breite d. schwarz. Strichs" zum „weiß. Nebenraum" = 5° : 55° d. i. = 1 : 11
„ 10° „ „ „ „ : „ „ = 10° : 50° = 1 : 5
„ 20° „ „ „ „ : „ „ = 20° : 40° = 1 : 2
„ 30° „ „ „ „ : „ „ = 30° : 30° = 1 : 1
u. s. w. 3) daß die Abstufungen der Böschungen nicht von Grad zu Grad, sondern nur von 5° zu 5°, von 6° zu 6°, oder selbst von 10° zu 10° anzugeben sind.

In Würtemberg, Baden u. m. and. ist für die Zeichnung topographischer Karten angenommen: nur die Böschungen von 0° bis 45° darzustellen, also Böschungen von 45° und darüber völlig schwarz, und die Abstufungen zwischen 45° und 0° von 5 zu 5 Grad zu zeichnen (das Aufnehmen des Terrains von August v. Schele, und die Lehre des Situations-Zeichnen von J. G. Lehmann.)

2) Das Abwägen einer kleinern Fläche z. B. eines Stückes Bodenfläche.

Man lege auf die Bodenfläche das Richtscheit mit seiner schmalen Fläche, und setze auf dessen entgegenliegende obere Fläche die Setzwage [Fig. 69.]. Spielt nun die Schenkelschnur in die Höhe cd der Setzwage ein, so ist die Bodenfläche wagerecht; fällt hingegen das Bleiloth außer derselben, z. B. nach cf, so neigt sich auch die Bodenfläche nach dieser Seite a hin, und muß, wenn sie wagerecht werden soll, so lange von a gegen b hin abgehoben werden, bis das Bleiloth cf auf cd einspielt.

3) Das Abwägen (Nivelliren) einer größern Fläche.

Man schlage Pfähle in verschiedenen Richtungen mit etwa 10′ Abstand ein, lege das Richtscheit bei einer (höhern Stelle anfangend) an zwei Pfähle (bei a und b Fig. 70.) an, und bemerke an beiden mit Strichen m und n die Höhe des Richtscheits, in welcher das Bleiloth einspielt. Hierauf lege man das Richtscheit an den Strich n des Pfahles b und an den folgenden Pfahl c an, bezeichne auch auf dem letztern die wagerechte Lage des Richtscheits mit einem Striche p, und fahre in dieser Art bei allen folgenden Pfählen fort. Die Striche an den Pfählen geben dann an, wie viel Erde bei den tieferliegenden aufgeschüttet oder an den höher liegenden weggenommen werden müsse, um eine wagerechte Fläche zu erhalten. Es zeigen auch bn—am, cp—am ꝛc. an, wie viel die Punkte b, c, ꝛc. tiefer liegen als der Punkt a.

4) Die Untersuchung des Gefälles fließender Gewässer oder von Straßen geschieht in ähnlicher Art. Die Pfähle werden hiebei in der Straßenrichtung oder am Ufer in der Stromrichtung ꝛc. eingeschlagen, und die Summe der Höhenunterschiede [Fig. 71.] bB + cC + dD ꝛc. gibt das Gefälle, auf die Strecke von A nach D hin, an. Ist z. B. bei einem Bache bB + cC + dD = 3″ + 1″ + 2″ = 6″ Ddz., und Ab + Bc + Cd = 30′

gefunden, so ist dessen Gefälle 6″ auf 30′ d. i. $\frac{1}{60}$, und ein Damm, welcher diesen Bach auf 1200′ von D aufwärts aufstauen sollte, müßte in D wenigstens 1200′ : 60 = 20′ Höhe erhalten.

Anmerk. 1. Die Höhe des Ufers über der Wasserfläche muß am Anfangs- und Endpunkte der Gefäll-Untersuchung in Rechnung gezogen werden; dauert die Arbeit, bei größern Strecken, einige Zeit, so müssen auch an der obersten und untersten Stelle gleichzeitig Pfähle in das Wasser eingeschlagen, und an diesen der Wasserstand im Beginne der Arbeit angemerkt werden, da er während der Untersuchung sich ändern könnte.

Anm. 2. Soll man ein Gefälle auf größere Strecken und genauer finden, so lasse man sich eine blecherne Röhre [Fig. 72.] von 2′ bis 5′ Länge anfertigen, die an ihren beiden Enden aufrecht stehende Glasröhren (A, B von 1″ bis 2″ Weite) eingekittet hat, und auf ein Gestelle oder Stab aufgesteckt werden kann. Schüttet man nun eine gefärbte (rothe) Flüssigkeit in die Röhre bei A, so steigt sie in der andern zu der nämlichen Höhe B, und die Visirlinie über A und B hin ist eine natürliche Wagerechte (§. 210.). Dieses Instrument (Kanalwage genannt) bringe man in die Linie [az Fig. 73.] deren Gefälle gesucht ist; lasse in a, soweit man gut sieht, durch einen Gehülfen eine Meßlatte lothrecht aufstellen, welche Fuß-, Zoll- und Linieneintheilung hat, und mit einem zweifarbigen (schwarz und weißen) auf- und abschiebbaren Querbrettchen versehen ist. Dieses schiebe der Gehülfe so lange auf oder ab, bis der liegende Farbenstrich dm des Querbrettchens in der wagerechten Visirlinie AB liegt, was ihm der bei A Visirende durch ein Zeichen mittheilt. Der Gehülfe liest nun die Höhe ae von der Latte ab, schreibt sie auf, eilt mit der Latte nach b, und verfährt dort wie bei a; während der Visirende bei unverrückter Kanalwage nun von B aus, über BA, gegen b hin visirt. Der Unterschied bg weniger ae ist das Gefälle von a nach b hin. In völlig gleicher Art wird die Arbeit fortgesetzt, wie Fig. 74. zeigt; und um dabei Verwirrung zu vermeiden, schreibe man die abgelesenen Zahlen in eine Tafel, wie z. B. hier folgend:

Distanz	Visir-Höhe nach		Der Standpunkt der Meßlatte		Total-Steigung oder Gefälle bezüglich A = O		Anmerkung
	rückwärts	vorwärts	steigt	fällt	Steigung	Gefälle	
ab	5′ 4″9‴	2′3″7‴	b um 3′1″2‴	—	b um 3′1″2‴	—	
bc	7′ 8″2‴	3′4″8‴	c „ 4′3″6‴	—	c „ 7′4″8‴	—	
cd	6′ 3″—	6′3″—	d „ 0	—	d „ 7′4″8‴	—	
de	1′ 6″4‴	5′2″9‴	—	e um 3′8″5‴	e „ 3′8″3‴	—	
	20′10″3‴	17′2″—	7′4″8‴	3′8″5‴			

Als Probe der richtigen Zusammenstellung muß der Unterschied der beiden ersten Summen mit jenem der letztern einerlei seyn, und das Totalgefälle (hier oben 3′ 8″ 5‴) angeben. — Werden auch die Horizontal-Entfernungen ab, bc, cd u. s. f. der Aufstellungs-Punkte a, b, c ꝛc. gemessen, und mit diesen und den gefundenen Höhen eine verjüngte Zeichnung (§. 221.) gemacht, so ist diese ein Profilriß der nivellirten Gegend. — Wenn bei der Zeichnung solcher Profilrisse

die Höhen sehr unbedeutend gegen die horizontalen Entfernungen sind, so wird der verjüngte Maaßstab (§. 221.) zum Auftragen der Höhen größer angenommen, als jener für die Horizontalen, beide Maaßstäbe aber dem Profil beigesetzt.

5) Das Abgraben einer Erdfläche nach einem gegebenen Falle z. B. 6″ auf 10′ Länge.

Man lasse anfänglich, nur dem Augenmaaße nach, Erde von a gegen b hinwegheben [Fig. 75.], stelle dann in b ein Stückchen Latte von 6″ Höhe auf, lege auf a und c (=10′) das Richtscheit mit aufgestellter Setzwage, und lasse dann gegen b hin, so lange Erde wegnehmen, bis das Bleiloth in die Höhe der Setzwage einspielt. — Ist das vorhandene Richtscheit kürzer als die gegebene Länge von 10′ (z. B. nur 8′ lang), so findet man bc durch die Proportion 10′ : 8′ = 6″ : bc, woraus bc = $4\frac{4}{5}$″ folgt.

Anmerk. Bei Erdplanirungen im Größern (z. B. bei Straßen-, Graben-Anlagen ꝛc.) wird die Arbeit abgekürzt, wenn man die Hauptpunkte mittelst der Kanalwage, und dann Zwischenpunkte durch Einsehkreuze (Fig. 117. Taf. II.) bestimmt. Diese bestehen aus zwei winkelrecht zusammengefügten Lattenstücken ab u. cd zu 3″ Breite, 1 bis $1\frac{1}{2}$″ Dicke, und von denen das Längenstück ab = 3′, und das Querstück cd = 2′ ist. Sind nun (Fig. 118. Taf. II.) a und b zwei mittelst der Kanalwage in wagerechter, oder in bestimmt geneigter, Richtung festgelegte Punkte und deren Höhe durch Pflöcke bezeichnet, so lasse man auf jeden ein Einsetzkreuz lothrecht aufstellen, sodann zur Bestimmung eines Zwischenpunktes, z. B. in c ein drittes Einsehkreuz so weit eingraben oder auf einen Pflock stellen, bis über die 3 Kreuze visirend alle 3 scharf sich decken. Die Einsehkreuze müssen mit der breitern Seite dem Visirenden zugewendet, zum deutlichern Sehen verschiedenfärbig und von völlig gleicher Höhe seyn. — Die Entfernung der Aufstellungen bei Anwendung der Kanalwage und der Einsehkreuze richtet sich nach der Schärfe des Auges des Visirenden und nach der Beleuchtung.

§. 221. Von den verjüngten Maaßstäben und Figuren.

Die bei großen Gegenständen (z. B. Waffen, Gebäuden, Feldern ꝛc.) abgemessenen Linien können nicht füglich in ihrer wirklichen Größe gezeichnet werden. Man läßt daher auf einem Maaßstabe eine kleinere Länge (z. B. 1″ Dbz.) als Fuß gelten [Fig. 76.], und trägt von diesem Maaßstabe, beim Nachzeichnen eines Gegenstandes, alle Maaße so ab, daß sie eben so viele verkleinerte (verjüngte) Fuß messen, als die wirklichen Linien wirkliche Fuß enthalten. Maaßstäbe dieser Art und die mit ihnen gezeichneten Figuren heißen verjüngte. — Eine verjüngte Figur [abcde Fig. 78.] heißt auch der wirklichen [ABCDE Fig. 79.] ähnlich, indem sie die nämliche Gestalt hat, und nur in Größe verschieden ist. — Wenn in einer verjüngten oder ähnlichen Figur

eine Seite z. B. ab nur der dritte Theil der gleichliegenden Seite AB in der wirklichen Figur ABCDE ist, dann ist auch jede andere Seite bc, cd 2c. oder Diagonale ac 2c. nur der gleichvielte (3te) Theil der gleichliegenden wirklichen Seite BC, CD 2c. oder Diagonale AC. Die Winkel im verjüngten (oder ähnlichen) Bilde aber, sind jenen in der Wirklichkeit völlig gleich; indem die Größe der Winkel unabhängig von der Länge ihrer Schenkel ist. So z. B. ist [Fig. 78. u. 79.] b=B, e=E 2c. Die gleichen Winkel dienen daher auch, um die gleichliegenden Seiten und Diagonalen zu erkennen.

Je größer die darzustellenden Gegenstände sind, eine um so kleinere Länge muß man als verjüngten Fuß oder Ruthe, Meile 2c. annehmen, und es zeigt dieß, daß es unzählig verschiedene Verjüngungen geben kann. — Im allgemeinen aber ist die Verjüngung von dem Zwecke der Zeichnung abhängig, und nur im Nothfalle von der Größe des Papiers. — Läßt man 1″ Ddz. für 1′ gelten, [Fig. 76.], so ist die Verjüngung $\frac{1}{12}$ der wirklichen Größe; nimmt man 2″ Ddz. für 1′ an [Fig. 77.], so ist die Verjüngung $\frac{1}{6}$; läßt man 1^{IV} Dz. für 1′ gelten, indem man z. B. den Ziffern in Fig. 60. zwei Nullen anhängt, so erhält man $\frac{1}{1000}$ Verjüngung, u. dgl. mehr. — Aus dem gehörig eingeschriebenen Maaßstabe muß die Verjüngung einfach erkannt werden können, und ein solcher Maaßstab soll auf keiner Zeichnung fehlen. — Auf der verjüngten Darstellung der Gegenstände beruht die Anfertigung der Karten, Plane und Modelle. —

§. 222. Das Aufnehmen und Zeichnen verjüngter Figuren.

A. Von Dreiecken.

1te Art. Um eine von drei geraden Linien begrenzte Fläche (Hof oder Feld 2c.) verjüngt aufzunehmen, messe man die 3 Seiten (n. §. 216. II.), nehme deren Länge auf einem verjüngten Maaßstabe ab, und zeichne mit diesen 3 Linien ein Dreieck (nach §. 216. Aufg. 8. I).

2te Art. Man messe [n. §. 216. Aufg. 9.] einen Winkel des Dreiecks, z. B. den bei C [Fig. 80.], und die beiden ihn einschließenden Seiten CA und CB; zeichne diese 3 Stücke nach einem verjüngten Maaßstabe [als ca, c, cb Fig. 81.] aneinander, *) und ziehe ab; so ist Dreieck abc die Verjüngung vom Dreieck ABC, und ihm ähnlich.

Zusatz. Die Linie ab hält nun eben so viele verjüngte Fuß, als die gleichliegende AB wirkliche Fuß mißt. Wird daher ab auf dem verjüngten Maaßstabe gemessen, so gibt das gefundene

Maaß (d. i. die Anzahl Fuß) zugleich an, wie viele wirkliche Fuß die AB enthält. Verjüngte Zeichnungen dienen daher auch um das Maaß von Linien (wie AB Fig. 80.) zu finden, die auf dem Felde entweder nicht gemessen wurden, oder wegen Unzugänglichkeit nicht gemessen werden konnten.

*) Anmerk. Wenn beim Nachzeichnen eines Winkels MCN (§. 216. I. 9.) die 3 Seiten des Dreiecks NCM auf dem verjüngten Maaßstabe sehr klein würden, so kann man sie auch (aber alle drei) 2= oder 3=fach oder noch mehrfacher nehmen, wie in Fig. 82. gezeigt ist.

3te Art. Man messe [von MPN Fig. 83.] eine Seite, z. B. MP und ihre beiden anliegenden Winkel bei M und P, trage diese 3 Stücke nach einem verjüngten Maaßstabe aneinander, so ist wieder Dreieck mpn die Verjüngung vom Dreiecke MPN und ihm ähnlich. Die Anzahl Fuß von mn und np, auf dem verjüngten Maaßstabe abgelesen, ist einerlei mit jener von MN und NP; der Winkel bei n aber ist völlig gleich jenem bei N. —

B. Das Aufnehmen von Vier= und von Vielecken.

1te Art. 1) Man lasse in den Eckpunkten [Fig. 79.] Stäbe aufstellen, und zeichne dem Augenmaaß nach, einen Entwurf oder Handriß von der ganzen Figur; 2) stecke hierauf von einer Ecke (z. B. von A) aus, alle Diagonalen AC, AD ab (n. §. 216. II); 3) messe von den hiedurch entstandenen Dreiecken ABC, ACD 2c. alle Seiten (n. § 216. II), und schreibe ihre Länge in den Entwurf; 4) zeichne nach einem verjüngten Maaßstabe die Dreiecke abc, acd 2c. (nach I. §. 216. Aufg. 12.) in ihrer richtigen Ordnung aneinander an, dann ist abcde [Fig. 78.] ähnlich mit ABCDE (Fig. 79.] und ist deren Verjüngung.

Zusatz. Verjüngte Zeichnung krummer Linien. Besteht der Umfang oder einzelne Theil desselben aus krummen Linien [Fig. 84.], so bezeichne man alle Hauptkrümmungspunkte E, F, G, B 2c. mit Stäben, und stecke gerade Linien AB, BC möglichst nahe neben den krummen ab, gleichgültig ob in oder außerhalb der Figur. Fälle sodann, auf AB fortschreitend, von allen Punkten E, G, I, H 2c. auf AB oder BC winkelrechte EK, GL, IM 2c. (n. §. 216. II. Zus., messe die Abstände AK, AF, AL 2c., und auch die winkelrechten EK, GL 2c. und schreibe ihre Längen in einen Entwurf. Bei der verjüngten Reinzeichnung ziehe man eine gerade ab, trage auf diese ak, af, al, ab, bm 2c. nach einem verjüngten Maaßstabe auf, so daß ak, af 2c. so viel Fuß des verjüngten Maaßstabs enthalten, als AK, AF u. s. f. in der Wirklichkeit; errichte sodann auf ab in k, l 2c. senkrechte, trage auf diese ke,

gl ꝛc. ebenfalls verjüngt auf, und ziehe endlich durch die Endpunkte a, e, f, g, b ꝛc. (dem Augenmaaße nach) solche krumme Linien, daß diese mit jenen in der Wirklichkeit möglichst übereinstimmen. Je mehr Punkte man in der krummen Linie absteckt, desto ähnlicher kann die Verjüngung der wirklichen Linie werden.

2te Art. Man stecke die längste Diagonale [AG Fig. 85.] ab, fälle auf diese von allen Eckpunkten B, C, D ꝛc. winkelrechte, und verfahre ähnlich wie oben beim Aufnehmen einer krummen Linie.

3te Art. Man nehme einen Punkt m innerhalb der Figur [86.] an, stecke von ihm aus nach allen Ecken Linien mA, mB, mC u. s. f. ab, messe diese und alle Winkel bei m, nämlich AmB, BmC ꝛc. und trage hiemit die Dreiecke AmB, BmC ꝛc. (nach §. 222. A. 2te Art) verjüngt auf, so ist Fig. abcdef ähnlich ABCDEF.

4te Art. Kann man nicht in die Figur hineinmessen noch durchsehen, wie z. B. bei Waldungen, so messe man die Seiten und Winkel des Umfangs, und trage sie in ihrer Folgereihe verjüngt aneinander. Das Messen der drei letzten Winkel [z. B. D, E, A Fig. 79.] ist überflüssig, kann jedoch zur Prüfung dienen. — Kleinere Figuren kann man auch mit einem Rechtecke [MNPQ Fig. 99.] umgeben, und den Umfang wie bei krummen Linien (siehe den obigen Zusatz) aufnehmen.

5te Art. Kann man nicht nach allen Eckpunkten messen, hingegen von zwei Punkten, z. B. von A und B [Fig. 87.] alle sehen, so messe man AB und die an AB liegenden Winkel der Dreiecke ABC und ABD, nämlich die Winkel CAB und ABC, ferner ABD und BAD; trage hiemit (nach §. 222. A. 3te Art) die Dreiecke abc und abd verjüngt auf, ziehe cd, dann ist abdc die Verjüngung von Fig. ABDC.

Anmerkung. Das eigentlich practische Instrument zum Aufnehmen und auch zum Abstecken von Winkeln auf dem Felde (und daher auch zur Lösung jener Aufgaben des §. 222 und des folgenden §. 223, bei denen man Winkel messen muß) ist der Meßtisch und das Diopterlineal. Ersterer ist ein ebenes mit Papier überzogenes Reißbrett von 1′ bis 2′ Seite, das wagerecht und um seine Mitte drehbar auf einen Stock oder ein Gestelle befestigt werden kann; das Diopterlineal ist ein genaues Lineal, auf dessen Enden 2 Absehen (Diopter genannt) senkrecht stehen [Fig. 88.]. In dem einen Absehen [x] ist eine feine Ritze zum Durchsehen, in dem andern [y] ein feiner Faden so gespannt, daß Faden und Ritze auf einer Kante [uv] des Lineals senkrecht stehen. — Vereint mit dem Absehen kann, zum genaueren Sehen, auf dem Lineal auch noch ein Fernrohr angebracht seyn.

Um mit dieser Vorrichtung Winkel aufzunehmen, bringe man wagerecht über deren Scheitel [A Fig. 89.] den Meßtisch, lege darauf

das Lineal, drehe es so lange herum, bis beim Durchsehen durch die Ritze der Faden einen Gegenstand [B] des einen Schenkels deckt, und ziehe dann auf dem Brette, längs der Kante des Lineals, eine Linie [nb]; hierauf drehe man das Lineal so weit herum, bis in gleicher Art der Faden einen Gegenstand [C] des 2ten Schenkels deckt, und ziehe auch hier eine Linie [mc] auf dem Brette; dann ist der Winkel bac einerlei mit dem wirklichen Winkel BAC. — In den Scheitel a auf dem Brette kann man eine feine Nadel stecken, woran sich das Lineal, beim Herumdrehen, anstützt.

Um aber z. B. mit dem Meßtische eine Figur [90.] verjüngt aufzunehmen, messe man eine Linie AB (gleichviel ob im Umfange oder außerhalb oder in der Figur), stelle den Meßtisch wagerecht über A, und ziehe mit dem Diopterlineal die Visirlinien (Visionen) nach allen Punkten C, D 2c., die man sieht und aufzeichnen will; trage sodann AB verjüngt auf (als ab), bringe den Meßtisch wagerecht über B, so daß b über B, und ba in die Richtung BA fällt, und ziehe auch von b aus die Visionen nach C, D 2c. — Hiedurch erhält man die Durchschnittspunkte c, d 2c. und durch ihre Verbindung die mit ABFEDC ähnliche Figur abfedc.

C. Verjüngt gegebene Figuren, auf dem Terrain abzustecken.

Man verfahre nach §. 216. II. Aufg. 18 oder zum Auftragen der Winkel kürzer mittelst eines Meßtisches, auf dessen Reißbrett (Blatt) man die verjüngte Zeichnung aufklebt, sodann den Meßtisch (Fig. 89.) über den Scheitel A des abzusteckenden Winkels bac bringt, durch Gehülfen Signalstangen in die Richtung der Schenkel abC und abB aufrichten, endlich diese Schenkel AC und AB traciren läßt, und in gleicher Art an den übrigen Ecken der Figur verfährt.

Anmerkung. Wäre abcde [Fig. 78.] das verjüngt gegebene Bild der Feuerlinie einer Feldschanze, die in Fig. 79. aus den Seiten ab, bc 2c. und den Diagonalen ac und ad, oder aus den Seiten und Winkeln des Umfangs (nach §. 216. II.) abgesteckt wurde, und es sollte nun zur Bauausführung die Feldschanze vollständig, nach dem Profil Fig. 101, tracirt werden, so errichte und tracire man auf dem Boden winkelrechte Linien in allen Eckpunkten A, B 2c. auf allen Seiten AB, BC 2c. sowohl nach Außen als nach Innen zu, trage auf diese winkelrechten die Maaße für die Brustwehrdicke 2c. auf, stecke in die aufgetragenen Punkte Stangen lothrecht ein, gebe diesen die in Fig. 101 angegebenen Höhen (z. B. 6′ für die innere Brustwehrhöhe) und verbinde endlich die zuletzt aufgetragenen Punkte durch Latten und Schnüre, so ist die Tracirung der Schanze vollendet.

§. 223. Von dem Messen unzugängiger Linien (Entfernungen).

1te **Aufgabe.** Man finde die Entfernung zweier Punkte A u. B, die beide zugängig, aber durch ein Hinderniß (Graben, Wald 2c.) getrennt sind, wodurch das Anlegen der Kette, des Maaßstabs oder das Abschreiten 2c. unmöglich ist.

1te **Auflösung.** Kann man von A nach B sehen [Fig. 91.] so errichte man in A und B winkelrechte auf AB, trage gleiche

Maaße AC=BD von solcher Länge darauf, daß man am Hinderniß vorbeimessen könne. Die gemessene CD ist dann gleich AB.

Zusatz. In ähnlicher Art verlängert man eine Linie jenseits eines undurchsichtigen Gegenstandes (Gebäude 2c.). Man errichte nämlich in A auf MA eine winkelrechte AC, ebenso in C auf AC und in D auf CD; messe dann DB von gleicher Länge mit AC ab, und errichte in B auf DB die Winkelrechte BN; so ist diese die Verlängerung von MA.

2te **Auflösung**. Kann man einer Anhöhe oder eines Waldes 2c. wegen nicht von A nach B sehen [Fig. 80.], so suche man seitwärts einen Punkt C, von dem aus man sowohl nach A als auch nach B sehen und messen kann. Messe AC, ACB und CB, zeichne hiemit (völlig nach §. 222. A. 2ter Art) ein verjüngtes Dreieck abc [Fig. 81 oder 82] *), und messe ab auf dem verjüngten Maaßstabe. Das Maaß von ab ist dann einerlei mit jenem von AB (§. 222. 2te Art, Zusatz).

3te **Auflösung**. Kann man keinen Punkt C finden, von dem aus A und B sichtbar sind, wie dieses z. B. bei Wäldern vorkommen kann, so messe man [Fig. 92.] ungefähr in der Richtung nach B hin, eine gerade AC, so weit man sehen kann; deßgleichen in C eine gerade CD und den Winkel ACD; fahre dann so fort bis zu einem Punkte D, wo B sichtbar ist, und von wo aus noch CDB und DB gemessen werden. Aus den gemessenen Stücken zeichne man (nach §. 209. A. 2te Art) die Dreiecke acd, cdb verjüngt aneinander, ziehe und messe ab auf dem verjüngten Maaßstabe, so ist ihr Maaß die Entfernung von A nach B. — Soll von A nach B hin gerade durchgehauen werden, so stecke man bei A den Winkel CAB=cab ab, was nach §. 203., weit besser aber mit dem Meßtische, geschieht.

IIte Aufgabe. Man soll die Entfernung zweier Punkte M, N [z. B. Fig. 83. die Breite eines Flusses] finden, von denen nur einer [M] zugängig ist, aber von M nach N gesehen werden kann.

1te **Aufl.** Man messe MP, PMN u. MPN (n. §. 216 u. 218.), zeichne hiemit ein verjüngtes Dreieck (3te Art §. 222. A und Fig. 83.) und messe darin mn auf dem verjüngten Maaßstabe ab; ihr Maaß ist die Weite MN.

2te **Auflösung**. Man fasse den unzugängigen Punkt N [Fig. 83.] ins Auge, stecke ab und messe den Winkel bei M und eine Linie MP nach einem Punkte P, von dem aus man M

---

*) Alle verjüngten Zeichnungen zum Auffinden der Länge unzugängiger Linien müssen, zur Erreichung möglichster Genauigkeit, nach einem wenigstmöglich verjüngten Maaßstabe gezeichnet werden.

und N sehen kann; verlängere MP um einen bestimmten Theil von sich selbst z. B. um $\frac{1}{3}$ MP=PQ, trage bei Q einen Winkel PQX=PMN auf (§. 216. II. Aufg. 9.), gehe dann auf QX vor, bis zu einem Punkte S, wo N vom Stab P gedeckt wird, und messe SQ; dann ist MN = 3 × SQ. — Gestattet es der Raum die Linie PQ=PM (oder $\frac{1}{2}$ PM oder nur $\frac{1}{10}$ PM ꝛc.) abzustecken, dann ist auch MN=QS (oder 2 QS oder 10 QS ꝛc.).

III. **Aufgabe.** **Die Entfernung zweier unzugängiger Punkte C, D [Fig. 87.] zu finden.** — 1te **Auflösung.** Man wähle zwei Punkte A, B, von denen aus man C und D sehen kann, (AB, dem Augenmaaße nach, möglichst gleich und parallel mit CD), und verfahre dann völlig nach §. 222. B. 5te Art. (oder mit dem Meßtische nach Anmerkung des §. 222). Es hält dann cd [Fig. 87.] eben so viele verjüngte Fuß als CD wirkliche mißt, und man braucht daher, um das Maaß von CD zu erfahren, nur cd auf dem verjüngten Maaßstabe abzumessen.

2te **Auflösung.** Läßt es der Raum auf dem Felde zu, so kann man auch die verjüngte Zeichnung auf dem Boden selbst vornehmen, indem man z. B. Am = $\frac{1}{10}$ AB abmißt, hierauf mq parallel zu BD und mp zu BC absteckt, (nach §. 216. Aufg. 10). CD ist dann gleich 10 × pq. Würde aber Am =$\frac{1}{2}$ (oder $\frac{1}{4}$ ꝛc.) AB aufgetragen, so ist CD=2 (oder 4 ꝛc.) pq.

IVte **Aufgabe.** **Durch einen Punkt A [Fig. 87.] zu einer unzugängigen Linie CD eine Parallele zu ziehen.**

Auflösung. Man verfahre völlig so, wie bei der vorigen Aufgabe III, und trage zuletzt [Fig. 87.] den Winkel cda oder pqA=CDA in A an AD auf, so daß XAD=CDA wird, dann ist AX parallel zu CD (§. 213).

Vte **Aufgabe.** **Man soll eine Linie finden, die verlängert einen unzugängigen Winkel BAC [Fig. 93.] halbirt.**

1te **Auflösung.** Man stelle zwei Stäbe D und E in den verlängerten Schenkeln auf (n. §. 216. II. Zus. 1.); halbire sodann die zwei Winkel ADE und AED (n. §. 216. Aufg. 13) und lasse im Durchschnittspunkte F der Halbirungslinien durch einen Gehülfen einen Stab aufstellen, den zwei in D und E zugleich Visirende einrichten: dann gibt AF die Richtung der Linie an, die verlängert den Winkel BAC und DAE halbirt.

2te **Auflösung.** Man kann auch DE und die Winkel bei D und E messen, hiemit ein verjüngtes Dreieck (nach §. 222. A. 3te Art) auftragen, in diesem den Winkel bei A halbiren, das Maaß von DG auf dem verjüngten Maaßstabe ablesen und auf dem Felde von D gegen E hin tragen.

VI. Aufgabe. Es soll die Höhe eines Gebäudes, Baumes ꝛc. [AB Fig. 94.] gemessen werden, dessen Fuß A zugängig ist.

Auflösung. Man messe von A weg eine Linie AC, und dann Ca gleich einem bestimmten Theile z. B. $\frac{1}{4}$ von AC; stelle in a einen Stab lothrecht auf; visire von C nach B, und lasse den Punkt b, bei welchem die Visirlinie CB am Stabe vorübergeht, anmerken; dann ist 4ab=AB. (Nimmt man Ca zu $\frac{1}{5}$ oder $\frac{1}{10}$ ꝛc. von CA, dann ist AB das 5- oder 10fache ꝛc. von ab.) — Man kann auch die Höhe von AB durch verjüngte Nachzeichnung des Dreieckes ABC finden.

Zusatz. Um auf Karten und Planen von Gegenden die einzelnen Gegenstände des Bodens, als z. B. Erhöhungen, Wege, Gewässer, Wälder ꝛc. anzugeben, sind eigene Bezeichnungen eingeführt. Jene für Erhöhungen siehe Anm. 2 des §. 220, für Gewässer Fig. 83, 84 u. 115 für andere Gegenstände (für $\frac{1}{25000}$ Verjüngung) Fig. 114 u. 115; die ausführliche und correcte Darstellung aber ist enthalten in den „Vorschriften für topographische Zeichnungen in der K. B. Armee, mit 42 Kupfertafeln, vom Jahre 1845." — Diese Vorschriften enthalten auch die Bezeichnungen der Gegenstände mit Farben, was schneller von der Hand geht. In Kürze genannt, sind die Farbenbezeichnungen:

Wasserflächen mit blauer Farbe (Berlinerblau); kahler Boden mit blaßrothem Ton (Zinnober); Eis- u. Schneeflächen mit hellblau schraffirt; Wiesen mit hellem Grün (Berlinerblau oder Grünspanauflösung mit Gummi-Gutt); Moore und Sümpfe wie Wiesen, jedoch bei erstern mit blauen, und bei letztern mit blauen und lichtbraunen Streifen; Laubholz mit einer Mischung aus Blau, Carmin und Gelb (Neutraltinte); und Nadelholz mit blasser schwarzer Tusche; Wein-Gärten mit blaßem Carmin, Hopfen-Gärten rothbraun (Terra di Siena); Gemüse- und Ziergärten mit dunklerm Grün als die Wiesen, deren Wege, Bäume und Gesträuche jedoch mit den für diese Gegenstände bestimmten Farben; desgleichen Baumgärten und englische Anlagen; Wohngebäude und Mauerwerk mit Carmin, und zwar die öffentlichen etwas stärker als die Privatgebäude; Nebengebäude und Holzbauten mit lichtbraun, Privatgebäude lichter; Ruinen nur an den Rändern; bei Haupt- und Nebenstraßen die Gräben mit lichtbraun und der Straßendamm mit blassem Carmin; alle übrigen Wege lichtbraun; Brücken mit den für Mauerwerk oder Holzbauten angegebenen Farben; Felder aber behalten die Grundfarbe des Papiers.

Die Karten sind gewöhnlich so gezeichnet, daß oberhalb Nord, daher unten Süd, rechts Ost und links West ist. Bei Karten, die nicht in solcher Lage gezeichnet wurden, müssen die Weltgegenden eigens eingeschrieben werden. Diese kann man mittelst einer Magnetnadel (Compas od. Boussole) bestimmen, indem die Magnetnadel mit einiger Abweichung, nach Norden zeigt. Bei München beträgt diese Abweichung gegenwärtig $14\frac{1}{4}$ Grad nach Westen zu; so daß also die wahre Nordlinie $14\frac{1}{4}$ Grad östlich von der Richtung der Magnetnadel gezogen werden muß. Von München nach Osten zu ist die Abweichung geringer (in Wien z. B. nur noch 12 Grad), westlich ist sie größer (in Paris z. B. $19\frac{1}{6}$ Grad).

§. 224. Das Messen der Inhalte der Figuren.

Als Maaßeinheit ist das Quadrat (§. 215.) angenommen,

und in Bayern als Hauptmaaßeinheit der bayerische Quadratfuß (□') d. i. ein Quadrat (§. 215.), von dem jede Seite 1 bayer. Fuß lang ist. — Den Inhalt einer Figur messen, heißt finden, wie oft sich in dieselbe der □' (oder dessen Theile □'', □''', ꝛc. oder auch die □⁰) legen läßt. Anstatt dieses aber durch wirkliches Hineinlegen der □-Einheit zu ermitteln, werden nur gewisse Linien der Figuren gemessen, und aus diesen ihr Inhalt nach den hier folgenden Regeln durch Rechnung gefunden.

1. Regel. Um den Inhalt eines Rechteckes zu finden, **messe man zwei seiner anstoßenden Seiten mit einerlei Längeneinheit (n. §. 218.), und multiplicire die erhaltenen Maaße miteinander; das Product ist der Inhalt des Rechteckes in gleichnamigen □-Einheiten.**

Beispiel a). Es sey [Fig. 24.] eine Seite ab = 5''' Dz., und die anstoßende ac = 3''' Dz., dann ist der Inhalt des Rechteckes abdc = 5 × 3 □''' Dz. = 15 □''' Dz. — Von der Richtigkeit der Regel überzeugt man sich leicht: auf ab [siehe Fig. 95.] können so viele □''' (aihf) gestellt werden, als diese Seite ab Längeneinheiten hat, also 5; solcher Reihen zu 5 □''' kann man dann so viele in abdc hineinlegen, als dessen anstoßende Seite ac Längeneinheiten hat, nämlich 3; es gehen daher in das Rechteck abdc 5 □''' × 3 = 15 □''' Dz., wie es oben nach der Regel gefunden wurde.

Beispiel b). Bei dem Abmessen der Seiten eines Rechteckes wurde die eine zu 2' 7'' Ddz., die anstoßende zu 4'' 11''' Ddz. gefunden. Was ist der Inhalt dieses Rechteckes?

Rechnung. Die Abmessungen sind mehrfach benannte Zahlen; man bringe sie auf einerlei, gewöhnlich kleinsten, Namen, und gebe ihrem Producte im Flächenmaaße den nämlichen Namen:

2' 7'' × 4'' 11''' Ddz.
× 12 | 31'' | × 12
× 12 | 372''' × 59''' Ddz.
× 59
3348
1860
21948 □''' Ddz. = 152 □'' Ddz. = 1 □' 8 □'' 60 □''' Ddz.
: (144) | : (144)
754 | 8 □''
348
60 □'''

Die beiden Abmessungen sind auf Ddz. Lin. gebracht (§. 59). Die eine gibt 372''' die andere 59'''; daher ihr Product 21948 □''' Ddz., was (nach §. 60.) = 1 □' 8 □'' 60 □''' Ddz. ist.

Antwort. Der Inhalt = 1 □' 8 □'' 60 □''' Ddz. Mß.

2. Regel. Um den Inhalt eines **Quadrates** [Fig. 23.] zu finden, **messe man eine Seite und multiplicire ihr gefundenes Maaß mit sich selbst**; denn jedes Quadrat ist ein Rechteck mit gleichen Seiten. — Ist z. B. eine Seite 4‴ Ddz., so ist der Inhalt des Quadr. gleich 4×4□‴ Ddz. = 16□‴ Ddz.

Zusatz 1. Aus der vorstehenden Regel erklärt sich auch, warum 1□′ = 144□″ Ddz., 1□″ Ddz. = 144□‴ Ddz. ꝛc. (§. 51) ist.

Zusatz 2. Ist die Seite eines Quadrates [mn Fig. 96.] eine fremde Längeneinheit, z. B. mn = 1″ Ddz. rhein., so ist zugleich mn = 1,07536″ Ddz. bay. (§. 189), und daher der Inhalt des Quadrates mit der Seite mn = 1×1□″ rhein. = 1,07536×1,07536□″ Ddz. bayer. — Um daher Flächenmaaße zu verwandeln, verfahre man zwar nach §. 177., multiplicire aber die aus §. 189 u. 190 entnommenen Längenmaaße mit sich selbst. — Was geben z. B. 300□′ rhein. (oder preuß.) Maaß im bayer. Maaße? Man finde genau □″ Dz.

Rechnung. x. □′ bayer.	300 □′ rhein.
1×1 □′ rhein.	1,07536×1,07536□′ bayer.
Man findet x =	346,917 □′ bayer.

Also sind 300□′ rhein. (od. preuß.) = 346□′92□″Dz. bayer.

3. Regel. **Beim Parallelogramm messe man Grundlinie und Höhe**, d. i. [Fig. 97.] eine Seite ab und eine darauf senkrechte be, **multiplicire deren Maaße, so ist das Product der Inhalt.**

Beispiel. Bei einer Wiesenfläche, in Form eines Parallelogramms, wurde gemessen die Grundlinie zu 354° 7′ Dz., die Höhe zu 206° Dz.: wie viele bayer. Tagwerke hält diese Fläche?

Rechnung. Der Inhalt ist = 3547×2060□′
= 7306820□′ = 182Tgw. 67 Dz. 20□′.

Die Richtigkeit der Regel ist ersichtlich aus Fig. 97. In dieser ist das Dreieck ach + Viereck abec = Rechteck abeh; ferner ist " " bde + " abec = Prlgr. abdc; da nun das Dreieck ach = dem Dreiecke bde ist (nach §. 215. I. und II.), so ist auch Parallelogr. abdc = Rechteck abeh = Länge ab × Höhe be. (Nach Regel 1.)

Zusatz 1. Wenn ein Rechteck oder ein Parallelogramm eine bestimmte Größe erhalten soll (z. B. 84□′), und desgleichen auch die Grundlinie (z. B. 12′), so wird die Höhe gefunden, indem man das Maaß der Fläche durch das gleichnamige Maaß der Grundlinie dividirt. Man erhält also hier die Höhe 84 : 12 = 7′.

Zusatz 2. Die Seite eines Quadrates von gegebener Fläche kann versuchsweise gefunden werden. Sollte z. B. die Fläche 84□′ betragen, so sage man:

wäre die Seite d. Quadr. 9′, so wäre d. Inhalt 81□′ also zu klein } d. Seite liegt daher zwisch. 9 u. 10 Fuß.
" " " " " 10′ " " " " 100□′ " " groß }
" " " " " 9,1′ " " " " 82,8□′ " noch zu klein.
" " " " " 9,16′ " " " " 83,9□′ " nahezu 84□′.

Die Seite des gesuchten Quadrates ist daher 9',16. In dieser Art kann man die gesuchte Länge so genau finden, als man will.

4. Regel. **Der Inhalt jedes Dreiecks abc [Fig. 98.] ist das halbe Product vom Maaß der Grundlinie [ab] mit dem Maaß der Höhe [cd]; indem ein Dreieck abc nur die Hälfte eines Parallelogramms abec ist (§. 215).**

Beispiel. Wenn eine Seite eines Dreiecks 1° 5' 3" Dz. Länge hat, und die hierauf aus der gegenüberstehenden Ecke gezogene Senkrechte, d. i. die Höhe cd, 9' 7" Dz. mißt; was ist dann der Inhalt dieses Dreiecks?

15,3	Die Grundlinie und Höhe sind auf Fuß gebracht,
× 9,7	(§. 59.) u. dann miteinander multiplicirt (n. §. 143.);
1071	das Product ist 148,41 □' u. die Hälfte hievon gibt
1377	74,205 □', d. i. 74□'20□"50□"' Dz. (n. §. 146).

148,41 □' = 74,205 □' = 74□' 20□" 50 □"' Dz. Mß.
:(2)

Zusatz. Der Inhalt des rechtwinkligen Dreieckes [Fig. 19.] ist das halbe Product der beiden Seiten, die den rechten Winkel einschließen. Denn mißt man ab als Grundlinie, dann ist ac die Höhe.

5. Regel. **Soll der Inhalt einer geradlinigen Figur von mehr als drei Seiten gefunden werden, so zerlege man sie durch Diagonalen aus einer Ecke in Dreiecke; suche den Inhalt jedes dieser (nach Regel 4.), und addire ihre Inhalte. Denn es ist [Fig. 79.] Fünfeck ABCDE = den Dreiecken ABC + ACD + ADE.**

Zusatz 1. Beim Trapeze Fig. [21.] liegen die Dreiecke abc u. dca zwischen Parallelen ab und cd; sie haben daher einerlei Höhe ce. Nun ist Dreieck abc $= \frac{1}{2}$ ab × ce, und Dreieck adc $= \frac{1}{2}$ dc × ce, daher Trapez abcd $= \frac{1}{2}$ ce × (ab + dc). Man addire daher die Maaße beider Parallelen, u. multiplicire diese Summe mit der halben senkrechten Linie zwischen beiden.

Zusatz 2. Zerlegt man eine Figur durch winkelrechte aus ihren Ecken auf die längste Diagonale [Fig. 85.] oder auf eine Seite [ab Fig. 101.], in rechtwinklige Dreiecke und Trapeze, so kann man auch diese messen und ihre Inhalte addiren.

Zusatz 3. Kann man nicht in das Innere einer Figur [79.], so nehme man dieselbe (nach §. 222. B. 4te oder 5te Art) verjüngt auf, zerlege das verjüngte Bild abcde [Fig. 78.] in Dreiecke, messe von jedem Grundlinie und Höhe auf dem verjüngten Maaßstabe, berechne mit den erhaltenen Zahlen, die mit jenen der wirklichen Grundlinien und Höhen einerlei sind, den Inhalt der Dreiecke und addire diese. Man kann das verjüngte Bild auch (wie in Zusatz 2.) in Trapeze zerlegen.

Zusatz 4. Umgibt man die Figur [99.] mit einem Rechtecke, so ist ihr Inhalt auch gleich jenem des Rechteckes weniger den außer der Figur liegenden Trapezen.

6. Regel. **Wenn man aus dem Mittelpunkte c. (§. 216. Aufg. 17.) eines regelmäßigen Vielecks [Fig. 100.] nach allen Ecken gerade Linien zieht, so wird es in vollkommen gleiche**

Dreiecke zerlegt. Um daher den Inhalt des regelmäßigen Vielecks zu finden, messe man eine Seite ab und die darauf vom Mittelpunkte c gefällte senkrechte cd; berechne hieraus den Inhalt des Dreiecks abc (Regel 4), und multiplicire diesen mit der Seitenanzahl des Vielecks.

Beispiel. Bei einer regelmäßig sechsseitigen Schanze wurde (am Fuße des Banquets) eine Seite ab = 52′ und die darauf senkrechte cd = 45′ gemessen. Wie viele Mann können darin lagern, den Raum per Mann zu 15 □′ gerechnet?

Rechnung. Inhalt Dreieck abc = $\frac{1}{2} \times 52 \times 45 =$ 1170 □′ (Reg. 4.); daher Inhalt des regelm. 6=Eckes = 6×1170 □′ = 7020 □′ und die Anzahl der Lagernden = 7020 : 15 = 468 Mann.

7. Regel. Bei jedem Kreise ist
a) Der Umfang = $3\frac{1}{7}$ Durchmes. (genauer 3,1415926 Durchmes.);
b) der Inhalt = dem Umfang $\times \frac{1}{4}$ Durchmesser (od. $\times \frac{1}{2}$ Radius);
c) d. Durchm. = $\frac{7}{22}$ vom Umf. od. beil. $\frac{1}{3}$ Umf. (genauer $\frac{1}{3{,}1415926}$).

Beispiel 1. Der Durchmesser eines Kreises wurde zu 23′ gefunden; wie groß ist a) der Umfang, b) die Fläche desselben?

Rechnung. a) Der Umfang = $23 \times 3\frac{1}{7} = 72\frac{2}{7}$′; oder genauer ist der Umfang = $23 \times 3{,}1415926$ = 72′ 2″ 5‴ 6,6^{IV} Dz.

b) Die Fläche ist = $72\frac{2}{7} \times \frac{23}{4} = 415\frac{9}{14}$ □′; oder genauer ist der Inhalt = $72{,}2566 \times \frac{23}{4} = 415{,}4755$ □′.

Beispiel 2. Der Umfang eines Rades soll 120″ rhein. betragen, wie groß muß dessen Halbmesser genommen werden?
Rechnung. $\frac{1}{2}$ Durchmesser = $\frac{1}{2} \times \frac{7}{22} \times 120'' = 19\frac{1}{11} = 19{,}0909''$.
Oder genauer $\frac{1}{2}$ Durchmes. = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3{,}1415926} \times 120 = 19{,}0986''$.

Uebungsbeispiele.

1) Wie viele Eisentafeln von 10″ Länge und 8″ Ddz. Breite sind zur Belegung einer Dachfläche (Rechteck) nöthig, die 18′ 4″ Ddz. lang und 4′ 9″ Ddz. breit ist?

2) Wie viele bayer. Tagwerk erfordert, bei 24′ Breite, eine Landstraße, auf eine Strecke von $8\frac{1}{2}$ bayer. Meilen?

3) Was kostet ein Bauplatz, der ein Rechteck ist von 90′ Länge und 215′ Breite, den □′ zu 20 kr. gerechnet?

4) Figur 102 sey der Grundriß vom Innern eines Kreuzblockhauses, von welchem jede Seite 16′ mißt; mit wie viel Mann kann es vertheidigt werden, wenn per Mann 12 □′ zu rechnen sind? und wie viel Fuß Umfang treffen per Mann, wenn $\frac{1}{3}$ als Reserve nicht am Umfange steht?

5) Fig. 101. abcdef ist der Durchschnitt einer Brustwehr gegen stärkstes Flintenfeuer. Wie groß ist die Fläche dieses Durchschnittes?

6) bmno ist der Grabendurchschnitt zu Fig. 101. Man finde die Grabentiefe mq = ns = x, so daß bmno = $\frac{7}{8}$ des Brustwehrdurchschnittes werde.

7) Fig. 103. ist der Grundriß eines franzöſ. Zeltes für 15 Infanteristen oder 8 Cavalleristen. Wie viele bayer. □' Lagerraum treffen auf den Mann?

8) Es soll eine Schanze in Form eines Quadrates (Redoute) erbaut werden, welche durch 60 Mann Infanterie zu vertheidigen ist. Wie groß muß jede ihrer Seiten (am Fuß des Banquets) werden, wenn per Mann $12\frac{1}{2}$ □' Lagerraum treffen sollen? Man finde die Seite auf Fuß u. Dz. Zoll.

Wenn $\frac{1}{3}$ der Besatzung als Reserve bestimmt ist, auf wie viel Fuß des Umfangs trifft dann 1 Mann zur Vertheidigung?

9) Der Umfang eines Baumes wurde unten zu 15' 10'' Ddz. gemessen; wie groß ist der Durchmesser an dieser Stelle?

10) Man finde, wie viel bay. Tagwerke oder Decimalen die französischen (auch pfälzischen) Feldmaaße „Are und Hectare". (§. 188) enthalten?

Resultate. **1)** $156\frac{3}{4}$ Eisentafeln. **2)** 129 Tagw. 57 Decimalen. **3)** 6450 fl. **4)** Es kann vertheidigt werden durch 107 Mann; von diesen stehen 71 Mann am Umfange mit (nahezu) 2' $8\frac{1}{2}$'' Ddz. Breite für jeden Mann. **5)** Der Brustwehrdurchschnitt hält $58\frac{1}{4}$ □'. **6)** Die Grabentiefe muß (beinahe) 5' 8'' Ddz. werden. **7)** Auf den Infanteristen 15,3 □' bayer., auf den Cavalleristen 28,7 □' bayer. **8)** Jede Seite ist 27' 4'' Dz., und auf jede 2' 7'' Dz. des Banquets trifft ein Mann. **9)** Der Durchmesser ist 5' 6''' Ddz. **10)** 1 Are = 2,9349 bayer. Decim., und 1 Hectare = 2,9349 bayer. Tagw.

§. 225. Erklärung der hauptsächlichsten Körperformen.

Die Körper werden nach der Form und Anzahl ihrer Begrenzungsflächen unterschieden. Man nennt

Prisma jeden Körper, bei dem zwei Flächen vollkommen gleiche Figuren sind, die einander parallel liegen, während die übrigen Flächen Parallelogramme sind. Letztere [Fig. 104. ae, bf ꝛc.] heißen die Seitenflächen, erstere [abc und def] die Grundflächen.

Ein Prisma heißt a) senk- oder winkelrecht, wenn seine Seitenflächen Rechtecke sind; b) 3-, 4-, 5-seitig u. s. f. je nachdem die Grundflächen 3-, 4-, 5-Ecke ꝛc. sind; c) Parallelepiped [Fig. 105.], wenn auch die Grundflächen Parallelogramme sind; d) rechtwinkliges Parallelepiped, im Fall alle Flächen Rechtecke, und Würfel oder Kubus [Fig. 106.] wenn es Quadrate sind; e) Cylinder oder Walze, wenn die Grundflächen aus Kreisen bestehen, [Fig. 107.]; die Linie ce zwischen den Mittelpunkten dieser Kreise heißt die Achse. — Beim rechtwinkligen Parallelepiped [Fig. 105.] ist die Kante ab die Länge, bc die Breite und bd die Höhe. Beim Würfel ist ba = bc = bd.

Pyramide nennt man einen Körper [Fig. 108.], der nur eine Grundfläche hat (sey es ein 3-, 4-, 5-Eck ꝛc.), und dessen Seitenflächen Dreiecke sind, die sich in einem Punkte f, der Spitze der Pyramide, vereinen. Ist die Grundfläche ein Kreis [Fig. 109.] so nennt man die Pyramide einen Kegel; die gerade Linie von seiner Spitze h nach dem Mittelpunkt c heißt dessen Achse;

Linien wie ha, hb ꝛc. von h nach Punkten des Umkreises heißen **Seiten** des Kegels. Ein Kegel heißt senkrecht, wenn seine Achse hc auf der Grundfläche senkrecht steht. Die Höhe einer Pyramide ist die senkrechte fh von ihrer Spitze f auf die Grundfläche.

Wird bei einem Kegel ein Theil, zunächst der Spitze, parallel zur Grundfläche weggeschnitten, dann heißt das bleibende Stück abdf [Fig 110.] ein **abgekürzter Kegel**; *) ec ist dessen Achse, ad, bf sind Seiten desselben.

* Anmerk. Dieses ist die äußere Hauptform der Ferne-Waffen, die im Innern, der Achse ef nach [Fig. 111.], cylindrisch ausgebohrt sind. Der Winkel bme, den die verlängert gedachte Seelenachse ef und eine Seite bc (Visirlinie) miteinander bilden, heißt der Visirwinkel. Je größer dieser ist, um so höher erhebt sich die verlängerte Seelenachse ex, und mit ihr die abgeschossene Kugel über die Visirlinie by, und in desto größerer Entfernung wird daher die von der Erde angezogene Kugel die Visirlinie zum zweitenmale (in n) schneiden. bn heißt die Visirschußweite, und diese ist also abhängig von der Größe des Visirwinkels bme; dieser aber wird größer, wenn eb allein zunimmt. — Hieraus erklärt sich, warum rückwärts oberhalb des Rohrs Aufsatz gegeben wird, wenn man eine größere Visirschußweite erhalten will.

Soll der Visirwinkel aufgehoben, und daher bc und ef parallel werden, so muß man bei c den Unterschied eb—fc aufsetzen.

Kugel endlich nennt man einen Körper [Fig. 112.], wenn alle Punkte seiner Oberfläche von einem Punkte [c] innerhalb gleichweit abstehen; dieser heißt der Mittelpunkt und jeder von den gleichen Abständen ca, cb ꝛc. von der Oberfläche heißt Kugelhalbmesser (oder Radius). Jede gerade ef zwischen zwei Punkten der Oberfläche heißt **Sehne**; hingegen **Durchmesser**, wenn sie (wie ed) durch den Mittelpunkt c geht. Schneidet eine Ebene die Kugel, so ist die Durchschnittsfigur ein Kreis.

§. 226. Vom Aufnehmen und verjüngten Zeichnen der Körper.

Da jeder Körper Ausdehnung nach 3 Hauptrichtungen, die Fläche aber worauf man zeichnet, deren nur zwei hat, so sind, um einen Körper so zu zeichnen, daß man jede seiner Ausdehnungen nach dem Maaßstab ablesen kann, zwei Bilder nöthig: eins, worin **Länge** und **Breite**, ein anderes, worin **Höhe** und **Länge** eingetragen sind. Das erstere heißt **obere Ansicht** auch Grundriß, letzteres die **Seitenansicht** oder auch der Aufriß oder Profilriß. — Fig. 113. sind diese beiden Bilder des Cyments (Pulvermaaßes) für $\frac{8}{16}$ Loth Pulver auf $\frac{1}{2}$ verjüngt gezeichnet, und die nöthigsten Abmessungen eingeschrieben. — Um solche Bilder eines Körpers zu zeichnen, nehme man von jedem seiner Theile die Länge, Breite und Höhe ab, theils durch Anlegen eines Maaßstabes an dieselben, theils mit dem gewöhnlichen Zirkel, theils mit dem sogenannten

Tastenzirkel, dessen Spitzen einwärts gebogen sind, und theils mit noch andern erleichternden Werkzeugen; schreibe die Zahlen der Abmessungen in einen Entwurf (Handriß) ein, und fertige dann die Reinzeichnung von oberer und Seitenansicht ꝛc. nach einem verjüngten Maaßstabe (nach §§. 221 und 222.) oder zeichne kleinere Gegenstände in natürlicher Größe ($\frac{1}{1}$) auf. —

Bei zusammengesetzten Gegenständen sind häufig, um alle Abmessungen einsehen und ablesen zu können, auch noch eine vordere oder hintere Ansicht, oder Durchschnitte nöthig. Bei letztern wird die Durchschnittsfläche durch gleichlaufende Striche bezeichnet (schraffirt).

§. 227. Vom Messen der Oberflächen der Körper.

Bei Körpern, deren Begrenzungsflächen ebene Figuren sind, messe man diese einzeln nach den Regeln des §. 224.; die Summe derselben gibt dann die ganze Oberfläche des Körpers.

I. Beim senkrechten Cylinder ist die gekrümmte Seitenfläche, wenn man sich diese in eine Ebene ausgebreitet vorstellt, ein Rechteck, dessen eine Seite die Höhe des Cylinders, und anstoßende Seite der Umkreis seiner Grundfläche ist. Der Inhalt der gekrümmten Seitenfläche wird daher nach §. 224. Regel 1. und 7. berechnet. — Es sey z. B. die Höhe eines senkrechten Cylinders = 2′ 4″ Ddz., der Durchmesser der Grundfläche = 5″ Ddz.; wie groß ist dessen Oberfläche?

Rechn. Der Umfang einer Grundfl. $= 5 \times 3\frac{1}{7} = \frac{110}{7}$″ Ddz. (§. 224.
Der Inhalt einer Grundfläche ist $= \frac{110}{7} \times \frac{5}{4} = \frac{275}{14}$ □″ Ddz. Reg. 7.)
Die gekrümmte Seitenfl. $= \frac{110}{7} \times 28 = 440$ □″ Ddz. (Reg. 1. u. 7.)
Die ganze Oberfläche des Cyl. $= 2 \times \frac{275}{14} + 440 = 479\frac{2}{7}$ □″ Ddz.

II. Beim senkrechten Kegel besteht die Oberfläche aus der kreisförmigen Grundfläche und der gekrümmten Seitenfläche. Letztere ist an Fläche einem Dreiecke gleich, dessen Höhe eine Seite des Kegels, und dessen Grundlinie der Umkreis der Kegelgrundfläche ist. Die Oberfläche des Kegels wird daher nach §. 224. Regel 4. u. 7. berechnet. Es sey z. B. die Seite eines Kegels = 10′, der Durchmesser seiner Grundfläche = 2′; man finde die Größe seiner Oberfläche.

Rechnung. Der Umfang der Grundfl. $= \frac{22}{7} \times 2 = \frac{44}{7}$′ (Reg. 7. des
Der Inhalt der Grundfl. $= \frac{44}{7} \times \frac{2}{4} = \frac{22}{7}$ □′ $= 3\frac{1}{7}$ □′ §. 224.)
Der Inh. der Seitenfl. $= \frac{1}{2} \times \frac{44}{7} \times 10 = \frac{220}{7}$ □′ $= 31\frac{3}{7}$ □′ (Reg. 4.)
Dieß addirt, gibt die ganze Oberfläche des Kegels $= 34\frac{4}{7}$ □′.

III. Die Oberfläche jeder Kugel ist $= \frac{22}{7} \times$ Kugeldurchmesser $\times$ Kugeldurchmesser, oder genauer ist sie $= 3{,}1415926 \times$ Kugeldurchmesser $\times$ Kugeldurchmesser.

Beispiel. Wie groß ist die Oberfläche der bayerischen Musketenkugel, deren Durchmesser 0,634″ Ddz. rhein. ist?

Rechn. Oberfl. $= 3{,}1415926 \times 0{,}634 \times 0{,}634 \,\square$″ Ddz. rhein. $= 1{,}2628 \,\square$″ Ddz. rh. (n. §. 143. od. §. 152. mult.)

§. 228. Das Messen der räumlichen oder kubischen Inhalte.

Der Würfel (Kubus) ist als Maaßeinheit für die Körper angenommen; und den Inhalt eines Körpers messen, heißt finden, wie vielen Würfeln von bestimmter Größe er gleich kömmt oder sich gleichsam in ihn hineinstellen lassen. — Ein Würfel, dessen Kanten 1^0, oder 1′, oder 1″ 2c. Länge haben, heißt Kubikruthe (K^0.), oder Kubikfuß (K′.) u. s. f.

Folgende Regeln dienen zur Berechnung der kubischen Inhalte der Körper.

1. Regel. Bei dem rechtwinkligen Parallelepiped messe man die Länge, die Breite und die Höhe mit einerlei Längeneinheit; multiplicire die drei gefundenen Maaße; so ist das herausgebrachte Product der Inhalt des Parallelepipeds. Es sey z. B. [Fig. 105.] die Länge ab = 6‴ Dz., die Breite bc = 3‴ Dz. und die Höhe bd = 4‴ Dz., so ist der Inhalt des Parallelepipeds ae $= 6 \times 3 \times 4$ K‴. Dz. = 72 K‴. Dz.-Mß.

Um die **Richtigkeit** dieser Regel einzusehen, zerlege man die Grundfläche, Parallelogramm ac, in $\square$‴ Dz. Man erhält $6 \times 3 = 18 \,\square$‴ Dz. (nach §. 224.). Es lassen sich daher auf diese Grundfläche 18 K‴. [wie am] stellen. Diese füllen aber den Körper ae nicht aus; sondern man kann solcher Lagen zu 18 K‴. so viele in den Körper bringen, als es die Höhe (af=bd) zuläßt. Diese beträgt [Fig. 105.] 4‴ Dz. Mß.; also gehen in den Körper 4 Lagen, jede zu 18 K‴., d. i. im Ganzen 4×18 K‴. = 72 K‴. Dz. Maaß.

Zusatz 1. Sind Länge, Breite und Höhe ungleich- oder mehrfach-benannte Zahlen, so bringe man sie auf einerlei Namen und gebe dem Inhalt im Kubikmaaße den nämlichen Namen. — Z. B. Was ist der Inhalt eines Balkens (rechtwinkl. Parallelepiped) von 15′ 8″ Ddz. Länge, 11″ Ddz. Breite und 11″ Höhe?

Rechn. Man bringe alle Maaße auf Ddz.-Zoll; dann ist der Inhalt $= 188 \times 11 \times 11 = 22748$ K″. Ddz. = 13 K′. 284 K″. Ddz. (§. 60.).

Zusatz 2. Das Product der Länge ab [Fig. 105.] mit der Breite bc gibt den Inhalt der Grundfläche ac (§. 224.). Es ist daher auch der Inhalt des rechtwinklichen Parallelepipeds = der Grundfläche multiplicirt mit der Höhe.

Zusatz 3. Da Länge × Breite × Höhe = dem Inhalt ist, so ist auch die Länge $= \frac{\text{dem Inhalt}}{\text{getheilt durch Breite} \times \text{Höhe}}$; und überhaupt ist jede

Abmessung eines rechtwinkligen Parallelepipeds gleich dessen Inhalt getheilt durch das Product der beiden andern Abmessungen. Z. B. es soll eine Kiste gemacht werden, die im Lichten (Innern) die Form eines rechtw. Parallelepipeds von 3′ innerer Höhe und 2′ Breite hat, und genau 5 bayer. Schäffel, d. i. 5×8,944 K′. (§. 189.) faßt; was muß ihre Länge seyn?

Rechn. Die Länge $= \frac{5 \times 8{,}944}{3 \times 2} = \frac{44{,}720}{6} = 7{,}4533'$.

Antw. Die Länge muß 7′ 5″ 5‴ $3{,}3^{IV}$ Dbz. bayer. betragen.

2. Regel. Der Würfel ist ein rechtw. Parallelepiped von gleicher Länge, Breite und Höhe. Der Inhalt jedes Würfels ist daher Kante×Kante×Kante. — Ist diese z. B. 6′, so ist der Inhalt des Würfels = 6×6×6 = 216 K′.

Zusatz 1. Da beim Kubikfuß jede Kante = 12″ Dbz. = 10″ Dz. ꝛc. ist, so erklärt sich nun auch, warum 1 K′. = 12×12×12 = 1728 K″. Dbz. = 1000 K″. Dz., ferner 1 K″. Dbz. = 1728 K‴. Dbz. Maaß u. s. f. seyn müsse.

Zusatz 2. Es sey Fig. 106. ein Würfel mit der Kante ab = 1′ bay., also auch ab = 129,38 Pariser-Linien (§. 189); so sieht man, daß sein Inh. = 1 K′. bay. = 129,38×129,38×129,38 K‴. Parisermaaß ist. — Hat man daher Körpermaaße zu verwandeln, so verfahre man zwar nach §. 177., setze aber die vorkommenden Längenmaaße 3mal als Factor an, indem sie dann erst Körpermaaß ausdrücken. — Beispiel. Der Pariser-Kubikfuß destillirten Wassers wiegt $69\frac{7}{8}$ Pfund poids de marc; was wiegt demnach der bayerische Kubikfuß destillirten Wassers? — Man findet nach dem oben gesagten und dem §. 177., daß der bayer. Kubikfuß destillirten Wassers 44,30015 bayer. Pfund wiegt.

Zusatz 3. Soll ein Würfel von bestimmtem Inhalte (z. B. von 20 K′. angefertigt werden, so findet man die Länge einer seiner Kanten versuchsweise; ähnlich wie im §. 224. Regel 3. Zus. 2. die Seite eines Quadrates.

3. Regel. Der Inhalt jedes Prisma und auch des Cylinders ist ebenfalls gleich dem Producte der Grundfläche mal der Höhe; wobei der Inhalt der Grundfläche nach §. 224. berechnet wird.

Beispiel. Man finde den Inhalt eines Cylinders (Walze), dessen Höhe = 5′ 8″ Dz., und Durchmesser = 6″ 5‴ Dz. ist.

Rechnung.

Die Höhe ist = 5,8′ (od. 580‴ Dz.); d. Drchm. = 0,65′ (od. 65‴ Dz.)

Inh. d. Grundfl. = 3,141 592 6 × 0,65 × ¼ × 0,65 (§. 224. Reg. 7.).
= 0,331 830 7 □′ (nach §. 143. od. 152.)

D. Inh. d. Cyl. = 0,331 830 7 × 5,8 = 1,924 618 1 K′.
" " " " = 1 K′. 924 K″. 618 K‴. Dz.

4. Regel. Der Inhalt jeder Pyramide und jedes Kegels ist nur der dritte Theil vom Producte der Grundfläche mit der Höhe. Man rechne daher wie bei der vorigen Regel, nehme aber vom Herausgebrachten nur den dritten Theil.

5. Regel. Der Inhalt eines abgekürzten Kegels wird in folgender Art gefunden: 1) Man messe die Höhe u. die Durchmesser der beiden Grundflächen; 2) multiplicire das Maaß jedes Durchmessers mit sich selbst; 3) auch beide Durchmesser miteinander, und addire diese 3 Producte; 4) multiplicire hierauf diese Summe mit dem 12ten Theil der Höhe, und dann noch mit $3\frac{1}{7}$ (oder genauer mit 3,1415926).

Beispiel. Was ist der Inhalt eines Baumstammes (in abgekürzter Kegelform), dessen Höhe = 24', die Durchmesser an den beiden Enden zu 1' 6" Dz. und 5" Dz. abgemessen wurden? (Man suche genau K". Dz.)

Rechnung. 1) Die Maaße sind zuerst alle auf einerlei Namen (hier Fuß) gebracht, und dann ist nach der Regel gerechnet.

2) $1{,}6 \times 1{,}6$	3) $1{,}6 \times 0{,}5$	4) $3{,}61 \times \frac{24}{12}$
96	0,80	—— $\times 2$ (§. 107.)
16	$+\,2{,}56$	7,22
2,56	$+\,0{,}25$	$\times 3{,}1415\|9$ (§. 152.)
	Summe 3,61	219911
		6283
$0{,}5 \times 0{,}5$		628
0,25		22,6822 K'.

Antw. Der Baumstamm hält 22 K'. 682 K". Dz. Mß.

6. Regel. Um den Inhalt einer Kugel zu finden, messe man 1) ihren Durchmesser, setze 2) das gefundene Maaß 3mal als Factor und bilde das Product; 3) multiplicire dieses noch mit $3\frac{1}{7}$ (oder genauer mit 3,1415926); 4) nehme vom Herausgebrachten den 6ten Theil, so ist dieses der Inhalt der Kugel. — Man finde z. B. den Inhalt einer Kugel vom Durchmesser 1'2" Ddz.

Rechnung. Der Inhalt $= 14 \times 14 \times 14 \times 3\frac{1}{7} \times \frac{1}{6}$
〃 〃 $= 1437\frac{1}{3}$ K". Ddz. Mß.

Zusatz 1. Der Inhalt ausgehöhlter Körper wird gefunden, indem man sie zuerst als voll berechnet, hierauf auch den Inhalt der Höhlung sucht, und letztern vom erstern abzieht.

Zusatz 2. Körper, die weder rein Prismen noch Pyramiden sind, sucht man in Stücke von dieser Form zu zerlegen; rechnet sodann diese Stücke einzeln aus, und addirt zuletzt ihre Inhalte.

Zusatz 3. Kennt man das Gewicht von 1 K'. (od. 1 K°. ꝛc.) eines Körpers, so findet man hiemit dessen Inhalt, indem man das Gewicht des Körpers durch jenes der Kubikeinheit dividirt. Da z. B. 1 rhein. K'. Gußeisen 392,31 bay. Pfund wiegt, so ist der wahre Inhalt eines Körpers von Gußeisen, der zu 4120 Pfd. abgewogen wurde, gleich 4120 : 392,31 = 10,502 K'. — Bei Körpern, die entweder keine ausgesprochene Form oder ungleiche Dichte haben (wie z. B. bei Fleisch, Brod ꝛc.), wird überhaupt der wahre Inhalt, d. i. die Masse, nur durch das Gewicht bestimmt.

Uebungsbeispiele.

1) Wie viele bayer. Schenkeimer (§. 189.) Wasser faßt ein Behälter, der im Lichten die Form eines Parallelepipeds hat, von 10′ Länge, 4′ 3″ Dz. Tiefe und 6′ Breite?

2) Ein Holzstoß (Parallelepiped) von 25′ Länge, 8′ 7″ Dz. Höhe und 4′ Scheiterlänge, wie viel bay. Klafter zu 126 K′. hält derselbe?

3) Es soll ein bayer. Metzenmaaß (§. 189.) gefertigt werden, in cylindrischer Form zu 1 Fuß Durchmesser im Lichten. Was muß die Tiefe im Lichten werden?

4) Wie viel Klafter Brennholz gibt eine Tanne von 80′ Höhe, 2′ unterm und 4″ Ddz. oberm Durchmesser? (89 volle K′. Tannenholz zu 1 Klafter gerechnet) (§. 203.).

5) Wie viele bayer. Schäffel Getreide gehen in ein Magazin (prismatischen Raum) von 52′ Länge, 18′ 7″ Breite und 8′ Höhe?

6) Ein rhein. K′. Kanonenmetall wiegt 478,55 bayer. Pfund; wie viel bayer. Pfund wiegt der bayer. K′. von diesem Metalle?

7) Man finde Inhalt und Gewicht einer eisernen (sogenannten 6 Pfünder) Kugel von 3,46″ rhein. Durchmesser. Inhalt auf 1000tel Zoll rhein., Gewicht auf Pfund, Loth u. Quint. bayer. — (1 rhein. K′. Gußeisen wiegt 392,31 Pfd. bayer.)

8) Welche Tiefe im Lichten muß eine Kiste (Parallelepiped) erhalten, die bei 15″ rhein. Ddz. innerer Länge und Breite, 100 bayer. Pfd. Pulver faßt? (Das Gewicht von 1 rhein. K′. Pulver zu $53\frac{1}{4}$ Pfd. angenommen.) Man finde genaue Hundertelzoll.

9) Wie viel Loth Pulver gehen in ein cylindrisches Pulvermaaß [Cyment Fig. 113.] von 0″,8 Ddz. rh. innerm Durchmesser und 1″,01 rhein. Ddz. Höhe im Lichten? (1 rhn. K′. Pulver zu $53\frac{1}{4}$ Pfd.)

10) Welche Höhe im Lichten muß ein Pulvermaaß für $1\frac{3}{4}$ Pfd. Pulver erhalten, bei einem innern Durchmesser von 3″,46 Ddz. rhein.?

11) Wie viel K′. Mauerwerk hält eine Pyramide, deren Höhe 18′ und quadratische Grundfläche $5\frac{1}{2}$′ zur Seite hat?

12) Wie viel K′. Erde gehen in einen Schanzkorb (Cylinder) von 6′ innerer Höhe und 4′ Durchmesser im Lichten?

13) Wie viel K′. Erde hält ein Graben (senkrechtes Prisma) von 6′ Tiefe, 12′ obere und 6′ untere Weite, auf eine Länge von 100′? und welche Zeit brauchen 125 Mann zu dessen Aushebung, wenn 1 Mann in 1 Stunde 10 K′. Erde aufhauen und ausheben kann?

14) 1000 bay. Ztr. Heu in Gebund nehmen Raum ein 19372 K′. bay.*
" " " " im Magazin zusammengehäuft 9686 " " †
" " " " mit Hülfe der hydraulischen
Presse in Ballen zusammengeschnürt . . 3221 " "
(Stroh in Gebund wiegt, bei gleicher Raumeinnahme, 16 Procent weniger als Heu im Gebund.)

Wie viele Ztnr. Heu, das mit der hydraulischen Presse in Ballen geschnürt ist, gehen daher in einen parallelepipedischen Schiffsraum von 50′ Länge, 14′ Breite und 10′ Tiefe? Und auf wie viel Tage reicht dieser Heuvorrath für 350 Cürassierpferde bei täglichen Rationen zu 10 Pfund?

15) Es soll ein Hafermaaß für $\frac{1}{4}$ leichte Ration (§. 229. A. a. Zus. 3 u. §. 201.) in abgekürzter Kegelform gefertigt werden. Welche innere Höhe

---

*) Reducirt a. d. Aide-Mémoire von Laisné.

†) Beinahe 10 K′. per Zentner.

muß es erhalten, wenn im Lichten der obere Durchmesser 5'', der untere 7'' Ddz. bayer. erhalten soll? — Wie aber muß diese Höhe seyn a) für $\frac{1}{3}$ schwere, b) für $\frac{1}{3}$ Cürassier-Pferd-Ration? und was wiegt jede der 3tel Rationen bei mittlerm Hafer? (§. 201.)

16) Man verwandle den rh. Kubikfuß in bayer. Maaß, wobei bekannt anzunehmen ist, daß 1 rh. Fuß = 139,13 und 1 bayer. Fuß = 129,38 Pariserlinien.

17) Die innern Abmessungen des bay. Batterie-Wagens sind in rhein. Ddz. Zoll: Länge = 96, obere Breite 34, untere Breite = 32, Tiefe 24, Deckelhöhe = 15,75. Man finde a) den Inhalt des Kastens; b) den Inhalt des Deckels, diesen als Cylinder berechnet, dessen Grundfläche ein Halbkreis vom Radius 15,75 ist; c) den vollen Inhalt des Wagens in rhein. und bayer. Kubikfuß.

18) Man finde die nämlichen Inhalte für den neuen bayer. Rüstwagen und den französ. Fourgon, deren Abmessungen im Lichten nach rh. Ddz. Zoll betragen: Länge = 123,5, obere Breite = 41, untere Breite = 39, Tiefe = 24 und Deckelhöhe = 17.

19) Diese Maaße für den alten bayer. Rüstwagen sind:
Länge = 120,5, obere Breite = 38, untere Breite 23,5;
Tiefe = 24,2; Deckelhöhe = 17. Was sind für diesen Wagen die unter Nr. 17 verlangten Inhalte?

Antworten.

1) 100 Eimer. — **2**) $6\frac{19}{21}$ Klafter. — **3**) 1' 8'' 9''' 8^{IV} Dz. oder 1' 10'' 9''' 3,7^{IV} Ddz. — **4**) 1 Klftr. $7\frac{1}{2}$ Klafterzoll. — **5**) $869\frac{4}{5}$ Schffl. — **6**) 384,828 Pfd. bayer. wiegt ein bayer. K'. Kanonenmetall. — **7**) Der Inhalt ist 21,688 K''. rhein. Ddz.; das Gewicht 4 Pfd. 29 Lth. 2 Quint bayer. — **8**) Die Tiefe im Lichten ist 14'',42 Ddz. rhein. — **9**) 0,5006 Lth. bay. ($=\frac{1}{2}$ Lth. $=\frac{8}{16}$ Lth.). — **10**) 6'',04 Ddz. rhein. — **11**) $181\frac{1}{2}$ K'. — **12**) $75\frac{3}{7}$ K'. Erde. — **13**) Der Inhalt des Grabens ist 5400 K'., und die Arbeitszeit zu dessen Vollendung ist 4 Stund 19 Minut. — **14**) Beinahe $2173\frac{1}{4}$ Ztnr.; und etwas über 62 Tage reicht der Vorrath. — **15**) 6'' Ddz. bayer. — a) 9'' Ddz. bayerisch. — b) $7\frac{1}{2}$'' Ddz. bayer. — (oder genauer 6'' $2\frac{1}{2}^{IV}$; 9'' 4^{IV}; 7'' 6''' 3^{IV} Ddz. bay.). — Die Drittel-Rationen wiegen der Reihe nach: 3 Pfund 4 Loth; 2 Pfund 19 Loth; 2 Pfund 2 Loth.

16) 1 rhein. Kubikfuß = 1,243543308 bayer. K'.

17) a) Inhalt des Kastens = 44 K'. rh. = 54 K'. 1237 K''. Ddz. bay.
b) Inhalt des Deckels = 21 K'. 1119 K''. Ddz. rh. = 26 K'. 1589 K''. Ddz. bayer.
c) Inhalt des vollen Wagens = 65 K'. 1119 K''. Ddz. rh. = 81 K'. 1098 K''. Ddz. bayer.

18) a) Inhalt des Kastens = 68 K'. 1056 K''. Ddz. rh. = 85 K'. 554 K''. Ddz. bayer.
b) Inhalt des Deckels = 32 K'. 768 K''. Ddz. rhein. = 40 K'. 598 K''. Ddz. bayer.
c) Inhalt des ganzen Rüstwagens = 101 K'. 96 K''. Ddz. rh. = 125 K'. 1152 K''. bayer.

19) a) Inhalt des Kastens = 51 K'. 1542 K''. Ddz. rh. = 64 K'. 916 K''. bayer.
b) Inhalt des Deckels = 31 K'. 1134 K''. Ddz. rh. = 39 K'. 632 K''. bayer.
c) Inhalt des ganzen Wagens = 83 K'. 948 K''. Ddz. rh. = 103 K'. 1548 K''. bayer.

Vierter Anhang.

Uebersicht der Gebühren im K. B. Heere.

§. **229.** Von der Generalität abwärts bis einschl. der Junker (Gagirte).

A. Gage-, Quartiergeld- und Fourage- ꝛc. Regulativ in der Garnison:

a) der Generale, Regimentirten und besonderer Stellen; b) der Leibgarde der Hartschiere; c) der Gendarmerie und d) der Militärbeamten.

a) Generale, Regimentirte und besondere Stellen.

Charge.	Waffengattung.	Jährlich: Gage.	Quartier-Geld.	Stallgeld.	Pferds-Gratification.	Commandozulage od. Funct. Gehalt.	Jahres-Summe.	Monats-Summe.		Täglich Fourage-Rationen.
		fl.	fl.	fl.	fl.	fl.	fl.	fl.	kr.	
Kriegs-Minister	General-Lieut.	.	.	.	.	.	12000	1000	.	7*)
Kriegs-Minister	General-Major	.	.	.	.	.	12000	1000	.	5**)
General der Infanterie, Cavalerie u. Feldzeugmeister (Commandant)		5700	800	180	900	3500	11080	923	20	9*)
Generallieut., Commandt.		4400	600	140	700	3000	8840	736	40	7*)
Generalmajor, Brigadecdt.		3000	500	100	500	1500	5600	466	40	5**)
Oberst.	Generalquartiermeister-Stab	2000	400	80	400	.	2880	240	.	4
Oberst.	Infanterie	2000	400	40	200	300	2940	245	.	2
Oberst.	Cavalerie	2000	400	80	400	300	3180	265	.	4
Oberst.	Artillerie, 1., 2. u. 4. Rgt.	2000	400	40	200	† 300	2940	245	.	2
Oberst.	Artillerie, 3. reit. Rgt.	2000	400	80	400	300	3180	265	.	4
Oberst.	Genie-Stab	2000	400	40	200	.	2640	220	.	2
Oberst.	Genie-Regiment . . .	2000	400	40	200	300	2940	245	.	2
Oberstlieutenant.	Generalquartiermeister-Stab	1600	300	60	300	.	2260	188	20	3
Oberstlieutenant.	Infanterie	1600	300	40	200	.	2140	178	20	2
Oberstlieutenant.	Jäger	1600	300	40	200	200	2340	195	.	2
Oberstlieutenant.	Cavalerie	1600	300	60	300	.	2260	188	20	3
Oberstlieutenant.	Artillerie, 1., 2. u. 4. Rgt.	1600	300	40	200	.	2140	178	20	2
Oberstlieutenant.	Artillerie, 3. reit. Rgt.	1600	300	60	300	.	2260	188	20	3
Oberstlieutenant.	Genie-Corps	1600	300	40	200	.	2140	178	20	2

*) Worunter 4 schwere für Wagenpferde.
**) Wobei 2 schwere für Wagenpferde.
†) Als Regimentscommandant.

Charge.	Waffengattung.	Jährlich						Monats-Summe.		Täglich Fourage-Rationen.
		Gage.	Quartier-Geld.	Stallgeld.	Pferds-Gratification.	Commandozulage od. Funct. Gehalt.	Jahres-Summe.			
		fl.	fl.	fl.	fl.	fl.	fl.	fl.	kr	
Major.	Generalquartiermeisterstab	1400	300	60	300	.	2060	171	40	3
	Infanterie und Jäger . .	1400	300	40	200	.	1940	161	40	2
	Cavalerie	1400	300	60	300	.	2060	171	40	3
	Artillerie, 1., 2. u. 4. Rgt.	1400	300	40	200	.	1940	161	40	2
	Artillerie, 3. reit. Rgt. .	1400	300	60	300	.	2060	171	40	3
	Genie-Corps	1400	300	40	200	.	1940	161	40	2
Hauptmann I. Cl., Rittmeister.	Generalquartiermeisterstab	1000	200	40	200	.	1440	120	.	2
	Infanterie und Jäger *	1000	200	.	.	.	1200	100	.	.
	* Aeltester Hauptmann der Jäger-Bataillone . . .	1000	200	20	100	.	1320	110	.	1
	Cavalerie	1000	200	40	200	.	1440	120	.	2
	Artillerie, 1., 2. u. 4. Rgt. Ouvriers-Cp. u. Fuhrwesen	1000	200	20	100	.	1320	110	.	1
	Artillerie, 3. reit. Rgt. .	1000	200	40	200	.	1440	120	.	2
	Genie-Stab	1000	200	.	.	.	1200	100	.	.
	Genie-Regiment	1000	200	20	100	.	1320	110	.	1
	Sanitäts-Compagnien . .	1000	200	20	100	.	1320	110	.	1
Hauptm. II. Cl.	Infanterie u. Jäger . .	800	200	.	.	.	1000	83	20	.
Oberlieutenant.	Infanterie und Jäger . .	600	100	.	.	.	700	58	20	.
	Cavalerie	600	100	40	200	.	940	78	20	2
	Artillerie, 1., 2. u. 4. Rgt. Ouvriers-Cp. u. Fuhrwesen	600	100	20	100	.	820	68	20	1
	Artillerie, 3. reit. Rgt. .	600	100	40	200	.	940	78	20	2
	Genie-Corps	600	100	.	.	.	700	58	20	.
	Sanitäts-Compagnien . .	600	100	20	100	.	820	68	20	1
Unterlieutenant.	Infanterie und Jäger . .	500	100	.	.	.	600	50	.	.
	Cavalerie	500	100	40	200	.	840	70	.	2
	Artillerie, 1., 2. u. 4. Rgt. Ouvriers-Cp. u. Fuhrwesen	500	100	20	100	.	720	60	.	1
	Artillerie, 3. reit. Rgt. .	500	100	40	200	.	840	70	.	2
	Genie-Corps	500	100	.	.	.	600	50	.	.
	Sanitäts-Compagnien . .	500	100	20	100	.	720	60	.	1
Junker aller Waffengattungen		312	48	.	.	.	360	30	.	.

Adjutanten. **General-** und **Flügeladjutanten** und Ordonanzoffiziere S. M. des Königs haben die Gage u. das Quartiergeld ihrer Charge, Pferdgratification mit Stallgeld und Fourage wie die gleichnamige Charge der Cavalerie. — Desgl. die Adjutanten der activen Generale, und jährlich 140 fl. Functionszulage. — Regiments- und Bataillons-Adjutanten haben zu den Bezügen ihrer Charge und Waffe jährlich 100 fl. Functionszulage, und hiezu jene der Infanterie, des 1., 2. und 4. Artillerie- und des Genie-Regiments jährlich 100 fl. Pferdgratification, 20 fl. Stallgeld und 1 Fourage-Ration per Tag.

Besondere Stellen.

Bei dem **topogr. Büreau** des Glquartiermeisterstabs
" den Stadt- und Festungs-**Commandantschaften**
" dem **Cadetten-Corps**
" dem **Montur-Depot**.
" den **Garnisons-Compagnien** . . . .
" dem **Invaliden**haus und der **Veteranen**anstalt

haben die Stabs- u. Oberoffiziere: Gage und Quartiergeld wie die gleichnamigen Chargen der Infanterie.
Die Platzstabsoffiziere beziehen hiezu Pferdgratification, Stallgeld und Fourage-rationen gleich den Infanterie-Stabsoffizieren.
Im Invalidenhaus hat jährlich der Commandant 16 Klftr. Holz u. 16 ℔. Lichter, jeder Offizier und Beamte 8 Klftr. Holz und 12 ℔. Lichter.
Im Cadettencorps haben die im Institutsgebäude wohnenden Offiziere Holz und Licht nach Bedarf. —

Artillerie: Die Offiziere der Artillerie-Berathungscommission haben die Bezüge ihrer Charge in den Regimentern. Jene Offiziere der Artillerie, welche zu der Zeughaus-Hauptdirection den Zeughaus-Verwaltungen, dem Laboratorium, Pulvermühle, Salpeter-Raffinerie, Gieß- u. Bohrhaus und zur Gewehrfabrik-Direction versetzt sind, haben die Gage und das Quartiergeld ihrer Charge in der Artillerie. Hiezu beziehen, an Fourage, Pferdgratification und Stallgeld, bei der Zeughaus-Hauptdirection: der Vorstand gleich den Stabsoffizieren des 1., 2. u. 4. Artillerie-Regiments, die Mitglieder (Stabsoffiziere) nur für ein Reitpferd.

Gießmeister und Bohrmeister haben jährlich 600 fl. Gage und 100 fl. Quartiergeld . . . . = 700 fl.
Zeugwarte haben jährl. 500 fl. Gage u. 100 fl. Quartiergeld = 600 fl.
Unterfeuerwerksmeister u. Unterzeugwarte haben jährlich 424 fl. Gage und 48 fl. Quartiergeld . . . = 472 fl.
Werkmeister haben jährl. 312 fl. Gage u. 48 fl. Quartiergeld = 360 fl.

Zusätze. 1.) In Aerarial-Gebäuden wohnende Offiziere ꝛc. haben für ein Quartier mit Meublirung, Beheizung und Beleuchtung das ganze, und für ein solches ohne Meublirung ꝛc., das halbe Quartiergeld pro aerario rückzulassen. — Für die Regiments- und die Bataillons-Adjutanten ist hiebei die jährliche Gebühr: 6 Klftr. Holz und 10 ℔. Lichter.

2.) Für Aerarial-Stallung ist, vom Tage der Benützung an, per Pferd monatlich 1 fl. 40 kr. pro aerario rückzulassen.

3.) Tägliche Fourage-Ration für ein Pferd:

Schwere,	für Offiziers-Wagenpferde	$\frac{1}{20}$ Schffl. Haber,	10 ℔. Heu,	4 ℔. Stroh;
"	" Cuirassier-Reitpferde	$\frac{1}{24}$ " "	10 " "	3 " " ;
Leichte,	" für alle andern Reitpferde	$\frac{1}{30}$ " "	9 " "	3 " " .

Der Fouragebezug ist nur für die wirklich gehaltenen Pferde gestattet. In den folgenden Fällen jedoch hört der Fouragebezug erst 2 Monate nach der betreffenden allerh. Entschließung auf:

a) Bei der Versetzung zu einer Abtheilung oder Stelle, wo das Halten von Pferden nicht vorgeschrieben ist; b) Bei Pensionirungen; c) In Sterbefällen, v. Sterbtag an gerechnet; d) Bei erfolgter Suspension vom Dienste.

Tritt aber der Abgang der Pferde früher als jene 2 Monate ein, so hört der Fouragebezug damit auf.

4.) Fourage in Geld: In kleinern Garnisonen, wo Offiziere die Fourage sich selbst anschaffen müssen, regelt sich der Vergütungssatz nach den polizeilich festgesetzten Marktpreisen der Garnison, mit einem Beischlag von 5 Heller für jede vollständige Ration.

5.) Bei erfolgtem Tode werden die Gage und das Quartiergeld für den Sterbemonat und für den Nachmonat den Hinterlassenen verabfolgt.

b) Leibgarde der Hartschiere.

Chargen.	Jährlich Gage. fl.	Quartier-Geld. fl.	Stallgeld. fl.	Pferds-Gratification. fl.	Zins-Beitrag. fl.	Jahres-Summe. fl.	Monats-Summe. fl.	kr.	Täglich Fourage-Rationen.
General-Capitain	4400	600	80	400	.	5480	456	40	4*
Premier-Lieutenant	2500	500	40	200	.	3240	270	.	2
Second- "	Diese Bezüge nach der Charge.		40	200	.	.	.	.	2
Cornet			40	200	.	.	.	.	2
Exempten			40	200	.	.	.	.	2
Adjutant			.	.	.	.	.	.	.
Premier-Brigadiers (Oberlt.)	600	100	.	.	.	700	58	20	.
Sous- " (Unterlieut.)	500	100	.	.	.	600	50	.	.
Fourier (Junker)	384	48	.	.	72	504	42	.	.
Profos (Junker)	264	48	.	.	120†	432	36	.	.
Hartschiere	312	48	.	.	72	432	36	.	.
Zusätze wie oben bei a.									

*) Worunter 2 schwere für Wagenpferde.
†) Worunter 48 fl. für das Bereithalten eines Arrestlocals.

c) Gendarmerie.

Chargen.	Jährlich Gage. fl.	Quartier-Geld. fl.	Stallgeld. fl.	Pferde-Gratification. fl.	Functions-Zulage. fl.	Jahres-Summe. fl.	Monats-Summe. fl.	kr.	Anzahl Pferde.
Cps.-Commandant Gl.-Major	3000	500	80	400	.	3980	331	40	4
Cps.-Commandant Oberst. .	2000	400	80	400	300	3180	265	.	4
Hauptmann	1000	200	40	200	200	1640	136	40	2
Oberlieutenant	600	100	40	200	125	1065	88	45	2
Unterlieutenant	500	100	40	200	125	965	80	25	2
Kriegs-Commissär	1400	300	.	.	.	1700	141	40	.
Stabs-Auditor	1400	300	.	.	.	1700	141	40	.
Corps-Adjutant	Die Bezüge nach der Charge.				200	.	.	.	.
Fourage-Geld *) Corps-Commandant					.	827⅓	.	.	.
Fourage-Geld *) die übrigen Offiziere					.	413⅔	.	.	.
Reisekosten des Commandanten bei Inspizirungen: Generalmajor .					.	750	.	.	.
Reisekosten des Commandanten bei Inspizirungen: Oberst					.	540	.	.	.
Zulagen bei der Haupt- ꝛc. Stadt München:									
a) Hauptmann					.	300	25	.	.
b) jeder Lieutenant					.	150	12	30	.
c) Rechnungs-Beamte					.	80	6	40	.
Zusätze wie bei a, 1, 2 und 5.									

*) Dasselbe beträgt 34 kr. per Ration.

d) Militär-Beamte.

Branche.	Gleichachtung.	Chargen.	Jährlich Gage. fl.	Jährlich Quartier-Geld. fl.	Jährlich Jahres-Summe. fl.	Monats-Summe. fl.	Monats-Summe. kr.
Dienst-Personal.	Oberst.	General-Sekretär	2000	400	2400	200	.
	Oberstlieutenant	Oberregistrator u. Archivar	1600	300	1900	158	20
	Major.	Geheimer Secretair . . .	1400	300	1700	141	40
		Geheimer Registrator . .	1400	300	1700	141	40
	Hauptmann I. Classe.	Präsidial-Secretair des General-Auditoriats .	1000	200	1200	100	.
	Hauptmann	Ministerial-Secretair I. Cl.	1000	200	1200	100	.
	II. Classe.	detto detto II. Cl.	800	200	1000	83	20
	Hauptm. II. Cl.	Geheim. Registratur-Gehilfe	800	200	1000	83	20
	Oberlieutenant.	Divis.-Commando-Secretär	600	100	700	58	20
	Unterlieutenant.	Canzlei-Secretär	500	100	600	50	.
	Junker.	Regts.-Canzlei-Actuar *)	312	48	360	30	.
Aerztliches Personal.	Generalmajor.	General-Stabs-Arzt . . .	3000	.	3000	250	.
	Oberst.	Ober-Stabs-Arzt I. Cl. .	2000	400	2400	200	.
	Oberstlieut.	" " " II. "	1600	300	1900	158	20
	Major.	Stabs-Arzt	1400	300	1700	141	40
	Hauptmann	Regiments-Arzt I. Cl. . .	1000	200	1200	100	.
	II. Classe.	" " II. " . .	800	200	1000	83	20
	Oberlieutenant.	Bataillons-Arzt	600	100	700	58	20
	Unterlieutenant.	Unter-Arzt	500	100	600	50	.
Administrations-Personal.	Generalmajor.	Genrl.-Verwaltungs-Direct.	2900	600	3500	291	40
	Oberst.	Ober-Kriegs-Commis. I. Cl. Haupt-Kriegs-Cassier . . .	2000	400	2400	200	.
	Oberstlieut.	Ober-Kriegs-Commis. II. Cl. Haupt-Kgs.-Cassa-Control.	1600	300	1900	158	20
	Major.	Kriegs-Commissär . . . . Haupt-Kgs.-Cass.-Buchhalt	1400	300	1700	141	40
	Hauptmann	Rgts.-Quartiermeister I. Cl.	1000	200	1200	100	.
	II. Classe.	" - " II. "	800	200	1000	83	20
	Oberlieutenant.	Bataillons-Quartiermeister	600	100	700	58	20
	Unterlieutenant.	Unter- "	500	100	600	50	.
	Junker.	Regiments- (Verwaltungs-) Actuar **)	312	48	360	30	.
Justiz-Personal.	Generalmajor	General-Auditor	2500	.	2500	208	20
	Oberst.	Ober-Auditor (nach drei Gehalts-Classen)	2400	.	2400	200	.
		" "	2200	.	2200	183	20
		" "	2000	.	2000	166	40
	Major.	Stabs-Auditor	1400	300	1700	141	40
	Hauptmann	Regiments-Auditor I. Cl.	1000	200	1200	100	.
	II. Classe.	" - " II. "	800	200	1000	83	20
	Oberlieutenant.	Bataillons- "	600	100	700	58	20
	Unterlieutenant.	Unter - "	500	100	600	50	.

*) Die 6 ältesten haben 72 fl. jährlich Zulage.
**) Die 50 " " 72 fl. " "

Branche.	Gleichachtung.	Chargen.	Jährlich Gage. fl.	Jährlich Quartier-Geld. fl.	Jährlich Jahres-Summe. fl.	Monats-Summe. fl.	Monats-Summe. kr.
Apotheker-Personal.	Hauptmann II. Cl.	Ober-Apotheker I. Cl. . .	1000	200	1200	100	.
		" " II. " . .	800	200	1000	83	20
	Oberlieut.	Unter- " I. Cl. . .	600	100	700	58	20
	Unterlieut.	" - " II. Cl. . .	500	100	600	50	.
Veterinärärztl. Personal.	Major.	Ober-Veterinär-Arzt *) . .	1400	300	1700	141	40
	Hauptmann II. Classe.	Rgts.-Veterinär-Arzt I. Cl.	1000	200	1200	100	.
		" - " - " II. "	800	200	1000	83	20
	Oberlieut.	Divisions- " - "	600	100	700	58	20
	Unterlieut.	Unter- " - "	500	100	600	50	.
Fohlenhofs-Personal.	Hauptm. II. Cl.	Verwalter I. Cl.	900	.	900	75	.
	Oberlieut.	" II. "	600	100	700	58	20
	Unterlieut.	Unterverwalter I. Cl. . . .	500	100	600	50	.
		" II. " . . .	400	100	500	41	40

*) Der gegenwärtige Ober-Veterinär-Arzt bekleidet die Charge eines Oberstlieutenants mit einem Jahresgehalte von 1900 fl. und den Bezügen für 1 Reitpferd.

B. Zulagen
in der Garnison und bei Executions-Commando.

a) **Adjutanten-Zulagen** sieh' A. Seite 438.

b) **Ordens-Zulagen.** 1.) Mit dem Militär-Max-Josephs-Orden sind Pensionen verbunden. Nämlich:

6 Großkreuze beziehen jährlich jeder . . . . 1500 fl.
8 Commandeure " " " . . . . 500 fl.
50 der Ritter " " " . . . . 300 fl.

Eine Anzahl Kinder von Max-Josephs-Ordens-Mitgliedern erhalten eine jährliche Präbende von 300 fl., Söhne genießen diese bis zum 25ten Lebensjahre, wenn sie nicht früher eine Versorgung finden; aber lebenslänglich, wenn sie ihren Lebensunterhalt sich nicht erwerben können. Töchter genießen dieselbe bis zu ihrer Versorgung, außerdem ebenfalls lebenslänglich.

2.) Mit dem Militärsanitäts-Ehrenzeichen sind folgende Pensionen verbunden:

4 goldene Ehrenzeichen zu . . . 300 fl.
4 " " zu . . . 200 fl.
8 silberne Ehrenzeichen zu . . . 150 fl.
} jährlich, insolange der Besitzer im Militärverband ist.

c) **Höhere Functions-Zulagen.** Die zu einer höhern Function berufenen Offiziere beziehen, wenn sie bei freigewordener Stelle durch allerhöchstes Rescript zur Function ernannt sind, folgende Zulagen:

Der Generalmajor als General-Commandant jährlich . . . . 3500 fl.
" Oberst " Brigade- " . . . . 2600 fl.
" Oberstlieutenant " Regiments- " " . . . . 800 fl.
" Major als Commandant eines Jäger-Bataillons . . . . 400 fl.
" Hauptmann oder Rittmeister als Major . . . . 500 fl.

Stallgeld, Pferdsgratification und Fourage richten sich nach den Gebühren für die höhere Charge, in welcher die Function verrichtet wird.

d) **Jährliche Zulagen für besondere Verwendungen:**

1.) Technische Revisoren der Militär=Rechnungs=Kammer 100 fl. oder 200 fl.

2.) Haupt=Kriegs=Cassier Zählgeld . . . . 500 fl.

3.) Die Offiziere im Haupt=Conservatorium der Armee: Conservator 200 fl.; — Bibliothekar 200 fl.; — Gehilfe 100 fl.

4.) Artillerie. Zeughaushauptdirection: der Offizier für Maschinenwesen 300 fl.; — Hauptlaboratorium: die Feuerwerksmeister (Ober=, Unter ꝛc.) jeder 120 fl.; — Pulvermühle u. Salpeterraffinerie: die Inspectionsoffiziere jeder 120 fl.; — Gieß= und Bohrhaus: der Vorstand, wenn er noch Hauptmann ist, 120 fl.; der Gieß= und der Bohrmeister jeder 200 fl.

Ouvriers=Compagnie: die Werkmeister 72 fl. jeder.

Gewehrfabrik: Vorstand (wenn er noch Hauptmann ist) 500 fl.; technischer Inspector 180 fl.; Aufsichtsoffizier 120 fl.

(Die zum einjährigen practischen Curs beorderten Offiziere der Infanterie, Jäger und Artillerie haben keine Zulage.)

5.) Genie-Corps. Während der Rekruten= und practischen Uebungen beim Genie=Regiment erhalten die Subaltern=Offiziere und die Junker, welche Offiziersdienste verrichten, sowie die Militär=Beamten und der funktionirende Zeugwart monatlich 10 fl.

Werden Infanterie=Pioniere aus andern Garnisonen beigezogen, so haben die dabei bethätigten Offiziere die halbe Gage als Zulage.

6.) Cadeten-Corps: der Commandant (wenn er Oberst ist) 300 fl.; der ordinirende Arzt 300 fl.; der Arzt für Chirurgie. . . 100 fl.; der Vorstand der Oeconomie=Commission und die Aufsichts=Offiziere in den ersten zwei Jahren 180, im dritten und vierten 240, vom fünften Jahr an . . . . 300 fl.; die zum Unterrichte verwendeten Offiziere . . . . . 300 bis 500 fl.; die, mit Professoren und Lehrern des Civilstandes Gleichgestellten erhalten:

der Lyceal= u. Gymnasial=Professor	vom 1. bis zum 6. Jahre Besoldung	800 fl.,
	„ 7. „ „ 12. „ „	900 fl.;
der Studienlehrer	„ 1. „ „ 6. „ „	600 fl.,
	„ 7. „ „ 12. „ „	700 fl.;

Anderweitige Lehrer aus dem Civilstande erhalten durch spezielle Kriegs=Ministerial=Rescripte bestimmte Remunerationen.

7.) Kriegs-Schule: der Commandant 300 fl.; die zum Unterrichte verwendeten Offiziere 300 bis 500 fl.; die Aufsichtsoffiziere: in den ersten zwei Jahren 180 fl., im 3. u. 4. 240 fl., vom 5. Jahre an 300 fl.

8.) Executions-Commando-Zulagen. Wenn ein Commando von der requirirenden Behörde, beziehungsweise von der K. Regierung, als wirkliches Executions=Commando erklärt ist:

	Täglich im Inlande fl.	kr.	Täglich im Auslande fl.	kr.
Generallieutenant mit Adjutant und Bedienten:	25	.	40	.
Generalmajor mit Adjutant und Bedienten:	22	.	33	.
Oberst mit Bedienten	11	.	16	20
Oberstlieutenant mit Bedienten	8	.	12	.
Major „ „	7	.	9	.
Hauptmann oder Rittmeister	5	.	6	.
Ober= oder Unterlieutenant	3	.	4	.
Junker	2	.	3	.

Beamte nach ihrem Range.

9.) Die zur Unterdrückung tumultuarischer Auftritte und Aufrechthaltung der öffentl. Sicherheit außerhalb ihrer Garnison bestimmten Offiziere erhalten per Tag: ein Generallieutenant 5 fl. 36 kr.; ein Generalmajor 4 fl. 1 kr.; ein Oberst 3 fl. 50 kr.; ein Oberstlieutenant 3 fl. 1 kr.; ein Major 2 fl. 44 kr.; ein Hauptmann I. Classe, Rittmeister 2 fl. 11 kr.; ein Hauptmann II. Classe, 1 fl. 46 kr.; ein Oberlieutenant 1 fl. 13 kr.; ein Unterlieutenant 1 fl. 5 kr.; ein Junker 36 kr.

10) Bei Assistenz-Commando's zum Forstschutze erhält jeder Offizier 1 Gulden als Zulage; befinden sich aber die zum Forstschutz-Commando auswärts Commandirten bereits auf Commando zur Unterdrückung tumultuarischer Auftritte, dann treten die für Letzteres (Ziffer 9.) bestimmten Zulagen ein.

C. Gebühren außerhalb der Garnison, auf dem Marsche, im Lager und Cantonirung.

Auf dem Marsche, in Cantonirung und in Lagern außerhalb der Garnison, sowohl im In- als Auslande, ist

a) die Gage unverändert dieselbe wie in der Garnison; —

b) Quartiergeld und Quartier:

Das ganze Quartiergeld bleibt belassen:

1) den Ledigen noch drei Monate vom 1ten des dem Ausmarschtage folgenden Monats an, und

2) den Verheiratheten und den mit unversorgten Kindern versehenen Wittwern fortlaufend — wenn die zurückgebliebene Familie das alte Quartier beibehalten hat.

Natural-Quartier auf dem Marsche.

Die Offiziere 2c. haben auf folgende Localitäten, welche zwar auf dem Lande selten vollständig zu finden seyn werden, Anspruch:

Chargen.	Zimmer.	Kammer.	Küche.
Ein General der Infanterie, Cavalerie, Feldzeugmeister	5	3	1
„ Generallieutenant	4	2	1
„ Generalmajor	3	1	1
„ Oberst, Commandant	3	1	.
„ Oberstlieutenant, Major	2	1	.
„ Kriegscommissär, Stabsauditor, Stabsarzt . . .	2	1	.
„ Regimentsquartiermeister mit Canzlei	2	1	.
„ Regimentsauditor mit Canzlei	2	1	.

Zum Quartier gehört auch Beheizung und Beleuchtung.

Der Quartierträger erhält per Tag und Kopf 4 kr., wobei ein General der Infanterie 2c. für 12 Mann, ein Generallieutenant für 8, ein Generalmajor für 6, ein Oberst für 4, ein Oberstlieutenant, Major oder Hauptmann für 3, ein Ober- oder Unterlieutenant für 2, ein Junker für 1 Mann, und Militärbeamte nach ihrem Range berechnet werden.

c) Stallgeld.

Dasselbe hört bei allen berittenen Offizieren nach 3 Monaten vom Ersten des dem Ausmarschtage folgenden Monats an auf, und ist bei Benützung einer Aerarialstallung auch während dieser Zeit der Abzug desselben (pro aerario) zu erleiden.

Auf dem Marsche gebühren jeder Charge für so viele Pferde Stallung, als für sie Fourage-Rationen angesetzt sind.

d) Gage-Zulagen.

Vom Tage des Ausmarsches aus der Garnison bis einschlüßig des Tages des Einrückens in dieselbe treten folgende Zulagen ein:

1) für die Generale der Infanterie, Cavalerie und Feldzeugmeister, Generallieutenants (General-Commandanten) und Generalmajore (Brigadiere) das $\frac{1}{4}$ der Gage und Funktionszulage und zwar ohne Abzug des darunter begriffenen Quartiergeldes,

2) für alle übrigen Offiziere und Militär-Beamten vom Obersten abwärts die Hälfte der reinen Gage.

e) Mundportionen.

Jede Mundportion wird mit 16 kr. vergütet, und es gebühren täglich:

	Anzahl Portionen.	Betrag fl.	Betrag kr.
Einem General der Infanterie, Cavalerie, Feldzeugmeister	12	3	12
„ Generallieutenant	8	2	8
„ Generalmajor	6	1	36
„ Oberst	4	1	4
„ Oberstlieutenant, Major, Hauptmann	3	.	48
„ Ober- oder Unterlieutenant	2	.	32
„ Junker	1	.	16

Jedem Militär-Beamten nach seinem Range.

f) Vorspann.

1) Bei Märschen im Inlande und zur Friedenszeit, wenn mit aller Bagage marschirt wird, gebühren:

	4- spännige Wägen.	2- spännige Wägen.
Einem General der Infanterie, Cavalerie und Feldzeugmeister	5	.
„ Generallieutenant	4	.
„ Generalmajor	3	.
„ Obersten (Commandanten)	2	.
„ Oberstlieutenant, Major, Hauptmann	1	.
„ Ober-, Unterlieutenant	.	1
Für die Regiments- oder Bataillons-Registratur	1	.
„ eine Compagnie oder Escadron	2	.
„ einen Profosen	.	1
„ je 6 Kranke	.	1

Für die Militär-Beamten nach ihrem Range.
Die Junker haben keine Vorspannsgebühr.

2) Bei Märschen in ein Uebungslager gebühren:

	Rüstwägen.	Vorspann per Station. Wägen.	Pferde.	Knechte.
Einem Lager-Commandanten nach Bedarf	.	.	.	.
„ Divisions- oder Brigade-Commando	1	.	4	2
„ Chef des Generalquartiermeisterstabs	2	.	8	4
„ Infanterie-Regimente	2	.	8	4
dazu ordinäres Landfuhrwerk	.	12	24	12
„ Infanterie- oder Jäger-Bataillone	1	.	4	2
dazu ordinäres Landfuhrwerk	.	5	10	5
„ Cavalerie-Regimente	1	.	4	2
dazu ordinäres Landfuhrwerk	.	6	12	6
Einer Cavalerie-Division	1	.	2	1
„ Artillerie- „	1	.	4	2
„ jeden einzeln marschirenden Compagnie	.	1	2	1

3) In dem Falle, wo keine Garnisons-Verlegung verbunden ist und die gesammte Bagage nicht mitgenommen wird, gebührt:

	4-spännige Wägen ꝛc. ꝛc. Offiziersgepäck-	Vorraths-	Kohlen-	Feldschmieden-	2-spännige Stabsgepäck-	Arznei-Verband-	Feldkapellen-	4-spännige Chaisen.	Deckelwägen.	2-spännige Chaisen.
Für ein Infanterie-Regiment: Regiments-Stab	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.
Jedes Bataillon	1	1	.	.	.	1	.	.	.	.
„ ein selbstständiges Bataillon	1	1	.	.	.	1	.	.	.	.
„ „ Cavalerie-Regiment	1	1	1	1	1	1	.	.	.	.
„ jeden Feldgeistlichen	.	.	.	.	.	.	1	.	.	.
Gebühren für die Generale &c.										
Feldmarschall	.	.	.	.	.	.	.	1	2	.
General d. Infant., Caval., od. Feldzeugmeister als Truppencorpscommandant (Außerdem wie ein Generallieutenant.)	.	.	.	.	.	.	.	1	2	.
*) Generallieutenant, Armeedivisions- oder Artilleriecorps-Commandant	.	.	.	.	.	.	.	1	1	.
Generalmajor, Brigadier	.	.	.	.	.	.	.	.	1	1
Verwaltungsdirector, wenn höher als ein Oberkriegscommissär I. Cl.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	1
Oberstabsarzt, Ober-Kriegscommissär I. Cl., Oberauditor	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1

*) Der Generalquartiermeister und der Genie-Corps-Commandant nach ihre Charge.

4) Die Vergütung an die Vorspanns-Leistenden beträgt für das Pferd 30 kr., für den Wagen 15 kr., und für den Knecht 10 kr. per Meile ohne besondere Berechnung der Rückfahrt.

5) Beim Garnisonswechsel (wohin jedoch zeitweise Dislocationen und Commando's nicht zu rechnen sind) erhalten die Offiziere für nicht in natura benützte Vorspann eine Gepäcktransport-Entschädigung per Stunde (nach dem Stundenzeiger Tafel III.):

	als verheirathet		als ledig	
	fl.	kr.	fl.	kr.
Stabsoffiziere, Hauptleute und Militär-Beamte dieses Ranges	1	24	.	42
Ober- und Unterlieutenants 2c.	.	42	.	21

D. Umzugs-Gebühren.

Bei nicht nachgesuchten Versetzungen erhält per Wegstunde: der General der Infanterie, Cavalerie, Feldzeugmeister 10 fl., der Generallieutenant 6 fl., der Generalmajor 4 fl., der Oberst 2 fl. 30 kr., der Oberstlieutenant, Major 2 fl., der Hauptmann I. und II. Cl., Rittmeister 1 fl. 30 kr., der Ober- und Unterlieutenant 1 fl., der Junker, Hartschier 2c. 20 kr., Militär-Beamte nach ihrem Range.

Zum Offiziere beförderte Unteroffiziere und Regiments-Cadeten erhalten die Umzugsgebühren eines Junkers; ebenso die Zöglinge des Cadeten-Corps, wenn sie als Offiziere oder Junker angestellt werden.

Ist die Versetzung wegen einer Beförderung erfolgt, dann erhält der Versetzte die Gebühren seiner vorherigen Charge.

Die Characterisirten erhalten die Umzugsgebühren nur nach jener Charge, wofür sie den Gehalt beziehen.

Die Berechnung geschieht nach dem Stundenzeiger Tafel III. (v. J. 1842), wobei $\frac{8}{16}$ Stunde für eine halbe, unter $\frac{8}{16}$ gar nicht, und darüber für 1 ganze Stunde bezahlt wird.

E. Gebühren bei Dienstreisen.

a) Diäten (per Tag).

Ein General ohne Unterschied erhält . . . . 11 fl.
" Stabsoffizier ohne Unterschied . . . . 8 fl.
" Subalternoffizier ohne Unterschied . . . . 5 fl.
" Junker oder jeder Unteroffizier, der zu einer höhern Funktion und zum Taggelde bestimmt ist. . . . . 3 fl.
" Gendarmerie-Oberbrigadier, wenn er statt eines Offiziers auswärts Musterungen vornimmt, ... 5 fl.

Die Characterisirten erhalten die Diäten nach ihrem höheren Range; die Militär-Beamten nach ihrem Range.

Nach 30 Tagen (Reisetage mit eingerechnet) vermindern sich diese Gebühren auf $\frac{2}{3}$tel.

Wegen Erkrankung tritt kein gänzlicher Einzug der Diäten ein, sondern nur die Abminderung auf $\frac{2}{3}$tel vom 31ten Tage an.

Der während eines Commissoriums Beförderte hat vom Tage der allerh. Entschließung die Diäten der höheren Charge.

Von diesen Taggeldern trifft:
bei einer mindestens 12stündigen Abwesenheit die ganze,
" " " 6 " " " halbe und
" " Abwesenheit unter 6 Stunden keine Gebühr.

b) Reisekosten.

1) Bei Eisenbahnen und Dampfschiffen sind diese zu benützen. Die I. Classe gebührt den Generalen, Stabsoffizieren, den sie begleitenden Adjutanten und den Militär-Beamten jenes Ranges. Die II. Classe: den Subaltern-Offizieren, Junkern und Beamten jenes Ranges.

2) Wo keine Eisenbahnen und Dampfschiffe gehen, ist sich der Eilwägen zu bedienen.

3) Wo die Gelegenheiten sub 1 und 2 nicht geboten sind, dürfen ⅔tel der Extrapost und

4) wo die Gelegenheiten sub 1, 2 und 3 fehlen, können 46 kr. per Wegstunde nach dem Stundenzeiger (Tafel III.) vom Jahr 1842 zur Verrechnung kommen.

Außerdem dürfen noch als besondere Kosten in Ansatz kommen jene für die Fahrt von und zu den Bahnhöfen und Dampfschiffen, für Verbringung des Gepäckes, die Brücken- und Pflasterzoll-Gelder, die Flußüberfahrten u. s. w.

F. Pensions-Regulativ.

Chargen.	Jährliche Pension.				
	Mann.	Wittwe.		Waise. einfache	Waise. Doppel-
	fl.	fl.	kr.	fl.	fl.
General der Infanterie, der Cavalerie und Feldzeugmeister . .	5850	2166	40	260	390
Generallieutenant	4500	1666	40	200	300
Generalmajor	3150	1166	40	140	210
Oberst	1800	800	.	96	144
Oberstlieutenant	1500	633	20	76	114
Major	1300	566	40	68	102
Hauptmann I. Cl., Rittmeister	1000	400	.	48	72
„ II. Cl.	800	333	20	42	63
Oberlieutenant	500	233	20	36	54
Unterlieutenant	420	200	.	36	54
Junker *	240	.	.	.	.
Gieß- und Bohrmeister	500	233	20	36	54
Zeugwarte	420	200	.	36	54
Unterfeuerwerksmeister *	336	157	20	36	54
Unterzeugwart *	336	157	20	36	54
Werkmeister *	240	96	.	36	54
Hartschier . . . . „ -Garde-Fourier „ - „ -Profos	240	120	.	36	54

*) Diese Chargen erhalten keine Verehelichungs-Erlaubniß. Die eingezeichneten Wittwen- und Waisen-Pensionen können nur von den Hinterlassenen der schon früher Verheiratheten angesprochen werden.

Pensions-Regulativ (Fortsetzung).

Branchen.	Chargen.	Jährliche Pension. Mann fl.	Wittwe. fl.	kr	Waise. einfache fl.	Doppel- fl.
	Militär-Beamte:					
Dienst-Personal.	General-Secretär	1800	800	.	96	144
	Oberregistrator, Archivar	1500	633	20	76	114
	Geheimer Secretär / Geheimer Registrator	1300	566	40	68	102
	Präsidial-Secretär des General-Auditoriats	1000	400	.	48	72
	Ministerial-Secretär I. Cl.	1000	400	.	48	72
	" " " II. Cl.	800	333	20	42	63
	Geheimer-Registratur-Gehilfe	800	333	20	42	63
	Divisions-Commando-Secretär	500	233	20	36	54
	Canzlei-Secretär	420	200	.	36	54
	Regiments-Canzlei-Actuar	240	.	.	.	.
Sanitäts-Personal.	General-Stabsarzt	1800	1000	.	120	180
	Oberstabs-Arzt I. Classe	1800	800	.	96	144
	" " II. Cl.	1800	633	20	76	114
	Stabs-Arzt	1300	566	40	68	102
	Regiments-Arzt I. Classe	1000	400	.	48	72
	" " II. Cl.	800	333	20	42	63
	Bataillons-Arzt	500	233	20	36	54
	Unter-Arzt	420	200	.	36	54
Administrations-Personal.	General-Verwaltungs-Director	3150	1166	40	140	210
	Oberkriegscommissär I. Cl. / Haupt-Kriegs-Cassier	1800	800	.	96	144
	Oberkriegscommissär II. Cl. / Haupt-Kriegs-Cassa-Controleur	1500	633	20	76	114
	Kriegskommissär / Haupt-Kriegs-Cassa-Buchhalter	1300	566	40	68	102
	Regiments-Quartiermeister I. Cl.	1000	400	.	48	72
	" " II. Cl.	800	333	20	42	63
	Bataillons- "	500	233	20	36	54
	Unter- "	420	200	.	36	54
	Regiments- (Verwaltungs-)Actuar	240	.	.	.	.
Justiz-Personal.	General-Auditor	*2500	833	20	100	150
	Ober-Auditor (Nach den drei Gehalts-Classen)	2400	800	.	96	144
	" " (Nach den drei Gehalts-Classen)	2200	733	20	88	132
	" " (Nach den drei Gehalts-Classen)	2000	666	40	80	120
	Stabs- "	1300	566	40	68	102
	Regiments-Auditor I. Cl.	1000	400	.	48	72
	" " II. Cl.	800	333	20	42	63
	Bataillons-Auditor	500	233	20	36	54
	Unter- "	420	200	.	36	54

*) Nach dem dermaligen Besetzungsverhältniß, wie auch Seite 441.

Branche.	Chargen.	Jährliche Pension. Mann. fl.	Wittwe. fl.	kr.	Waise. einfache fl.	Doppel- fl.
Apotheker-Personal.	Ober-Apotheker I. Cl.	1000	400	.	48	72
	" " II. Cl.	800	333	20	42	63
	Unter- " I. Cl.	500	233	20	36	54
	" " II. Cl.	420	200	.	36	54
Veterinärärztl. Personal.	Ober-Veterinär-Arzt.	1300	566	40	68	102
	Regiments-Veterinär-Arzt I. Cl. . .	1000	400	.	48	72
	" " " " II. Cl. . .	800	333	20	42	63
	Divisions-Veterinär-Arzt	500	233	20	36	54
	Unter " " "	420	200	.	36	54

Zusätze zu F.

1) Pensionirte Offiziere, die in Folge erhaltener schwerer Verwundung vor dem Feinde dienstuntauglich geworden sind, rücken vor, wenn sie die Tour im activen Dienste trifft, und zwar:

Der Ober- und Unterlieutenant bis zum Hauptmann I. Classe,
" Hauptmann II. und I. Classe " Oberstlieutenant,
" Major und Oberstlieutenant " Obersten,
" Oberst zum Generalmajor und
" Generalmajor zum Generallieutenant.

2) Anspruch auf Pension haben die Wittwen und die ehelichen Kinder aller jener verstorbenen Militärs, welche mit Allerh. Bewilligung sich verehelicht, die bestimmten Militär-Wittwenfonds-Beiträge geleistet haben, und bei ihrem Tode noch im Bezuge einer Pension oder Gage waren.

3) Die Wittwen und Waisen eines auf dem Felde der Ehre gebliebenen oder an den Folgen der vor dem Feinde erhaltenen Wunden verstorbenen Offiziers, desgleichen jene eines im Dienste gebliebenen oder an den Folgen einer im Dienste erhaltenen Wunde verstorbenen Gendarmerie-Offiziers erhalten die dem gehabten Grade ihres Gatten vorgehende höhere Wittwen- ꝛc. Pension, z. B. die Wittwe eines Hauptmanns II. Cl. jene eines Hauptmanns I. Cl. u. s. f.

4) Jede Wittwe erhält den dritten Theil des letzten Activitätsgehaltes oder der Pension ihres verstorbenen Gatten, und zwar die Generalswittwe vom Gehalte ihres Gatten mit Ausschluß des Functionsgehaltes und der sonstigen Zulagen, die Wittwe der Offiziere vom Obersten abwärts von der Gage und dem Quartiergelde ohne alle Nebenbezüge.

5) Die Waisen-Pensionen (Unterhalts-Beiträge) sind: für Waisen der Offiziere vom General abwärts bis einschlüssig zum Hauptmann I. Cl.: jede einfache Waise $\frac{1}{25}$, jede Doppelwaise $\frac{3}{50}$ des letzten Activitäts-Gehaltes ihres verlebten Vaters. — Jedoch erhalten jährlich

a) Waisen der Hauptleute II. Classe 42 fl. als einfache, und 63 fl. als Doppel-Waisen;

b) Die Waisen der Offiziere vom Oberlieutenant abwärts 36 fl. als einfache und 54 fl. als Doppel-Waisen.

6) Die Waisen der Generale und Stabsoffiziere, sowie der zu dieser Kategorie gehörigen Militär-Beamten beziehen ihre Unterstützung lebenslänglich oder bis zur Versorgung; die Waisen der Offiziere vom Hauptmann abwärts aber nur bis zum Schlusse des 20ten Lebensjahres, oder im Falle beschränkter Erwerbsfähigkeit und bei legal hergestellten physischen Gebrechen

über dieses Alter hinaus. Verändert die Wittwe ihren Stand, z. B. durch Wiederverehelichung, so verliert sie ihre Pension, die Kinder beziehen aber ihre Unterstützung fort.

G. Anstellungs- und Beförderungs-Taxen; Beiträge zum Militär-Wittwen- und Waisen-, sowie zum Offiziers-Unterstützungs-Fond; anderweitige Abzüge von der Gage und Heirathscautionen.

a) Die Anstellungs-Taxe hat 2 Classen, und zwar:

Erste Classe. Neu-Angestellte, die mindestens in den Rang eines Unterlieutenants eintreten u. nicht vom Unteroffizier aus befördert wurden, entrichten:

als ledig eine volle Monatsgage incl. Quartiergeld als Anstellungs- (Patent-) Taxe und weitere 2 solche Monats-Gagen zum Militär-Wittwen- und Waisenfonde;

wenn sie verheirathet sind, eine volle Monats-Gage mit Quartiergeld als Anstellungs- (Patent-) Taxe und 3 volle solche Monatsbeträge als Heiraths-Lizenz-Taxe.

Zur zweiten Classe gehören die vom Unteroffizier zum Offizier oder Junker beförderten, sowie die im Junkersrange angestellten Individuen aus dem Civilstande. Diese entrichten, wenn sie ledig sind, eine volle Monatsgage incl. Quartiergeld als Anstellungs- (Patent-) Taxe, und, wenn sie als verheirathet angestellt würden, das Nämliche, wie die zur ersten Classe zählenden Neu-Angestellten.

b) Die Beförderungs-Taxe hat ebenfalls 2 Classen:

Zur ersten Classe gehören jene, die vom Unterlieutenant höher vorrücken. Diese entrichten, als ledig, eine einmonatliche Gage- und Quartiergeld-Differenz als Beförderungs- (Patent-) Taxe und zwei weitere Differenzen zum Militär-Wittwen- u. Waisen-Fonde; wenn sie verheirathet sind, die einmonatliche Differenz als Beförderungs-Taxe und eine weitere 3monatliche Gage-Differenz zu genanntem Fonde.

Zur zweiten Classe gehören jene, die vom Junker zum Unterlieutenant vorrücken. Diese entrichten als ledig nur die einmonatliche Gagedifferenz als Patenttaxe; sind sie aber verheirathet, entrichten sie ebensoviel, wie die zur ersten Classe zählenden Individuen.

c) Heiraths-Taxen.

Bei der ersten, wie bei jeder folgenden Verehelichung ist eine 3monatliche Gage und Quartiergeld als außerordentlicher Beitrag schon vor Einreichung des Gesuches zu erlegen und nach erfolgter Genehmigung noch eine Viertels-Gage incl. Quartiergeld zu entrichten.

d) Ständige Beiträge zum Militär-Wittwen- u. Waisenfond.

Alle Generäle, Stabs- und Oberoffiziere, Junker u. Militär-Bamte aller Grade, überhaupt alle fix Angestellten, sowie die Pensionisten haben und zwar:

1) die Generäle von ihrer Gage,
2) vom Obersten abwärts von der Gage und dem Quartiergeld, und
3) die Pensionisten von ihrem Pensionsgehalte

einen halben Kreuzer per Gulden monatlich zu entrichten.

e) Die ständigen Beiträge zum Offizier-Unterstützungs-Fonde sind von derselben Größe, wie zum Wittwenfonde.

f) Die Beiträge für Bibliothek und Musik des Regiments oder Bataillons sind nach freiwilliger Uebereinstimmung der Offiziere bestimmt und daher bei verschiedenen Abtheilungen auch von verschiedener Größe.

g) Urlaubs-Abzüge.

Nach Ablauf von 42 Tagen beträgt der Abzug: die Hälfte der reinen

Gage, also mit Ausschluß des Quartiergeldes und sonstiger Nebenbezüge, dann nach Abzug der aus dieser Gage zu entrichtenden Beiträge zum Wittwen- und Waisen-, dann zum Offiziers-Unterstützungsfonde und sind dabei die Kreuzerbrüche über ½ zu einem ganzen Kreuzer angenommen, jene unter ½ aber weggelassen. Eine Tabelle hierüber enthält das Verordnungsblatt vom Jahre 1862. Nr. 16.

h) Die gerichtlich verfügten Abzüge dürfen bei einem Gehalte von 500 fl. das ⅕tel, bei 1000 fl. das ¼tel und bei über 1000 fl. das ⅓tel, als das gesetzliche Maß, nicht überschreiten.

i) Die Heirathscautionen sind für den Unter- und Oberlieutenant und gleichgeachteten Beamten 15000 fl.; für alle höheren Chargen 10000 fl.; für die Hartschiere 3000 fl. — Den Junkern und Beamten von Gleichachtung (Actuaren) wird keine Heirathserlaubniß ertheilt.

H. Die Gebühren des Heeres im Kriege,

von der Mobilmachung an bis zum Wiedereinrücken in die Friedensgarnisonen, sind zusammengestellt in den im J. 1859 erschienenen „Allerh. Vorschriften über d. Verpflegung d. k. k. Heeres im Kriege," wovon der §. 231 Hauptumrisse enthält.

§. **230.** Gebühren der Mannschaft vom Feldwebel ꝛc. abwärts.

I. Des Heeres, ausschließlich der Gendarmerie.

A. Tägliche Löhnungen, Brod, Zulagen und besondere Verpflegsvorkommnisse.

a) In der Garnison.

Waffen-Gattung	Chargen	Täglich kr.	Waffen-Gattung	Chargen	Täglich kr.
Infanterie und Jäger	1.) Unterstab:		Sanitäts-Comp.	Feldwebel	40
	Auditoriats-Actuar	33		Sergeant	30
	Regiments-Tambour	36		Korporal	25
	Bataillons-Tambour	24		Hornist I. Classe	24
	Musikmeister	36		„ II. „	18
	Stabs-Hornist	36		Gefreiter	17
	Hautboist I. Classe	24		Gemeiner I. Classe	15
	„ II. „	20		„ II. „	12
	Profos	30	Cuirassier- u. Chevauxlegers-Regt.	1.) Unterstab:	
	Büchsenmacher	30		Auditoriats-Actuar	33
	Profosengehilfe	11		Stabs-Trompeter	38
	2.) Compagnien:			Profos	32
	Feldwebel	36		Büchsenmacher	30
	Oberjäger	36		Profosengehilfe	13
	Sergeant	24		2.) Escadronen:	
	Secondjäger	24		1ter Wachtmeister	38
	Korporal	21		2ter Wachtmeister	26
	Vicekorporal	18		Korporal	23
	Hornist I. Classe	24		Vicekorporal	20
	„ II. „	18		Trompeter I. Classe	26
	Tambour I. Classe	13		„ II. „	20
	„ II. „	11		Sattler	30
	Pionier	12		Schmied	30
	Gefreiter	13		Gefreiter	15
	Gemeiner	11		Gemeiner	13

Waffen-Gattung	Chargen	Täglich kr.
Artillerie	1.) Unterstab:	
	Auditoriats-Actuar . . .	33
	Stabs-Trompeter	38
	Profos	32
	Profosengehilfe 1.,2.,4.Rgt.	12
	detto 3. reit. Rgt.	14
	2.) Batterien:	
	Oberfeuerwerker	40
	Feuerwerker	30
	Korporal	25
	Trompeter I. Classe . . .	26
	" II. " . . .	20
	Sattler	30
	Schmied	30
	Bombardier	17
	Fahrbombardier	17
	Ober-Kanonier	15
	Fahr- "	16
	Unterkanonier 1.,2.,4.Rgt.	12
	" 3. reit. Rgt.	14
	3.) Fuhrwesens-Escad.	
	1ter Wachtmeister	40
	2ter "	30
	Korporal	25
	Vice-Korporal	20
	Trompeter I. Classe . . .	26
	" II. " . . .	20
Artillerie	Sattler	30
	Schmied	30
	Fuhrsoldat	16
	4.) Ouvrier-Comp.	
	Feldwebel	40
	Sergeant	30
	Korporal	25
	Tambour I. Classe . . .	13
	" II. " . . .	12
	Ouvrier I. Classe	17
	" II. "	15
Genie-Regiment	1.) Unterstab:	
	Auditoriats-Actuar . . .	33
	Stabs-Trompeter	38
	Profos	32
	Büchsenmacher	30
	Profosengehilfe	12
	2.) Compagnien:	
	Obermeister	40
	Untermeister	30
	Führer	25
	Trompeter I. Classe . . .	26
	" II. " . . .	20
	Gefreiter	17
	Gemeiner I. Classe . . .	15
	" II. "	12

Zu besondern Dienstverrichtungen verwendete Individuen.	Löhnung per Tag. fl.	Löhnung per Tag. kr.	Zulage per Tag. fl.	Zulage per Tag. kr.
Die im topographischen Bureau commandirten Unteroffiziere und Cadeten	.	.	.	15
Genie-Direktions-Actuare	.	33	.	.
Genie-Warte und Bauzeichner I. Classe	1	6	.	.
" " " " II. "	1	.	.	.
Oberkrankenwärter	.	.	.	6
Unterkrankenwärter und Laboranten	.	30	.	.
Aerztl. u. pharmazeut. Individuen in den Krankenhäusern	.	48	.	.
Rechnungs-Practicanten, Listenführer und die zum Unterrichte im Wagenmeistersdienste beorderten Unteroffiziere	.	.	.	6
Die Lehrer der Regimentsschulen:		per Monat		
a) am Sitze des Regimentsstabes	.	.	15	.
b) bei einem Infanterie- oder Jäger-Bataillon, dann einer Cavalerie-Division	.	.	10	.
Als Munitionäre in den Festungen com. Unteroffiziere d. Art.	n. d. Charge		.	12
Zeugschreiber (statt Löhnung, Brod u. Montur) prov. 36 kr., defin.	.	40	.	.
Zeugdiener (" " ") " 24 kr., "	.	36	.	.

Zusätze.

1.) Löhnungs-Surplus aus früheren Sold-Verhältnissen.

Diejenigen Individuen, welche durch das neue Löhnungsregulativ in ihren bisherigen Gesammtbezügen eine Verkürzung erleiden würden, wird der differirende Betrag als besondere Zulage bewilliget.

Demnach gebührt ferner noch:

a) Denjenigen Oberfeuerwerkern, Obermeistern, Feuerwerkern und Untermeistern der Artillerie-Regimenter und des Genie-Regiments, dann den Feldwebeln und Sergeanten der Sanitäts-Compagnien, welche dermal schon in dem Löhnungs-Bezuge von 40 kr. resp. 30 kr. stehen, das nach der neuen Regulirung bei dem Fleischpreise von 9 bis 12 kr. per ℔. wegfallende Surplus von 1 kr. 2 hl. und den Korporälen des Fuhrwesens das zu ihrer erhöhten Löhnung sich noch berechnende Surplus von 6 hl. der bisherigen Menagezulage;

b) den betreffenden Individuen der vorbenannten Chargen, dann den 2ten Wachtmeistern des Fuhrwesens und den Tambouren der Ouvriers-Compagnie, welche bisher in einer örtlichen Subsistenz-Zulage gestanden haben, der zur Ergänzung ihres bisherigen Gesammtbezuges an Löhnung, Menage- und Subsistenz-Zulage im Gegenhalte zur neuen Gebührs-Regulirung sich berechnende Differenzbetrag der bisherigen Subsistenz-Zulage, insolange als diese Individuen ihren dermaligen Garnisonsort nicht wechseln.

Aufhören der vorerwähnten Gebühren.

Dieses Surplus hört auf:

a) mit dem Tage des Vorrückens in eine höhere Charge,
b) bei Einquartierungen mit Quartierverpflegung, oder mit eigener Menagirung, wenn für letztere besondere Zulagen schon genehmigt sind oder noch werden,
c) bei der Versetzung zur Garnisons-Compagnie oder Veteranen-Anstalt.

Neu befördert oder neu ernannt werdende Individuen der bezeichneten Chargen haben hierauf keinen Anspruch.

Zusatz 2.) Löhnungs-Abzüge zur Ersatzleistung oder Schuldentilgung können nur unverheiratheten Unteroffizieren, und nur innerhalb des Mehrbetrags ihrer Löhnung gegen die Gemeinen-Löhnung, gemacht werden. —

Zusatz 3.) Menage und Menagezulage. Die von der Mannschaft vom Feldwebel ꝛc. abwärts in die gemeinschaftliche Menage aus der Löhnung zu machende Einlage ist auf den Minimal-Betrag von 7 kr. per Tag und Kopf festgesetzt.

Menagezulage. Die präsente, d. i. im Löhnungsbezuge stehende Mannschaft erhält vom Feldwebel ꝛc. abwärts — für jeden halben Kreuzer, den das ℔. Fleisch nach der festgesetzten Taxe der zuständigen Polizeibehörde über zwölf Kreuzer kostet, eine tägliche Menage-Zulage von zwei Heller.

Demnach beträgt die Menagezulage bei einem Fleischpreise von:

12½ kr. per ℔. . .	— kr.	2 hl.	15½ kr. per ℔. . .	1 kr.	6 hl.
13 „ „ „ . .	— „	4 „	16 „ „ „ . .	2 „	— „
13½ „ „ „ . .	— „	6 „	16½ „ „ „ . .	2 „	2 „
14 „ „ „ . .	1 „	— „	17 „ „ „ . .	2 „	4 „
14½ „ „ „ . .	1 „	2 „	17½ „ „ „ . .	2 „	6 „
15 „ „ „ . .	1 „	4 „	18 „ „ „ . .	3 „	— „

Bei Berechnung der Menagezulage für die Garnisonen in der **Pfalz** soll für den Bruchkreuzer, der sich bei Ermittlung der Kosten des Fleisches nach bayerischem Gewichte entziffert, wenn derselbe

a) mehr als ¼ kr. beträgt — ein halber und wenn er
b) ¾ kr. übersteigt — ein ganzer Kreuzer in Ansatz gebracht werden.

Als Menagezulage wegen abnormer Körpergröße erhalten jene Leute, welche bei der einfachen Menageportion nicht bestehen können, auf ärztliches Gutachten entweder eine zweite Menage-Einlage oder eine zweite Brodportion.

Zusatz 4.) Brodportion und Brodgeld. Dem dienstleistenden Manne gebühren täglich 1½ ℔. Brod; dieses wird in den meisten Garnisonen in Geld bezahlt, nach einem eigens bekannt gegebenen Tarife und in der Pfalz nach den Certificaten der Bürgermeisterämter.

Jede Frau erhält täglich ½ und jedes Kind ¼ Brodportion; die Knaben bis zum Ende des 13ten, die Mädchen bis Schlusse des 15ten Lebensjahres. — Sind die Männer dienstlich abwesend oder krank, so erhält die Frau eine ganze Portion. — Bleibt die Frau beim Garnisonswechsel in der alten Garnison zurück, so hat sie für die Zeit, während welcher die Abtheilung ꝛc. marschirt, eine ganze, für die übrige Zeit aber die halbe Portion Brod. Auch bei andern Ausmärschen hat die Frau ꝛc., wenn sie zurückbleibt, ihre Brodgebühr. — Ist der Mann mit Fortbezug der Löhnung beurlaubt, so bezieht sie ihr Brod fort.

Zusatz 5.) Medaille-Zulagen. Die Zulage für die silberne Medaille ist die Hälfte, jene für die goldene die ganze Friedens-Löhnung jener Charge und Zeit, in welcher diese Auszeichnung erworben wurde. Diese Zulagen bleiben bei jeder erfolgenden Beförderung die nämlichen, und werden auch im Militärkrankenhaus, in Urlaub, in Pension, bei der Garnisonscomp. und Veteranenanstalt und als Einsteher bezogen. Sie hören auf bei jedem freiwilligen Austritt aus dem Heer.

Zusatz 6.) Dienstalters-Zulagen. Für die nachbezeichneten Chargen, als:

a) Unterstab: Auditoriats-Actuar, Regiments-, Bataillons-Tambour, Musikmeister, Stabshornisten, Stabstrompeter, Profosen, Hautboisten und Büchsenmacher,

b) Compagnien ꝛc.: Feldwebel, Oberjäger, 1ter Wachtmeister, Oberfeuerwerker, Obermeister,

Sergeanten, Secondjäger, 2ter Wachtmeister, Feuerwerker, Untermeister,

Korporäle und Führer, Hornisten I. und II. Classe, Trompeter I. und II. Classe, Sattler, Schmiede und Büchsenmacher

ist eine Dienstesalterzulage bewilliget, und zwar:

a) nach 6 in ein und derselben Charge vollbrachten Dienstjahren 3 kr. täglich,
b) „ 12 „ „ „ „ „ „ „ 5 kr. „
c) „ 18 „ „ „ „ „ „ „ 7 kr. „

Diese Zulage gebührt nur für die Tage der wirklichen Dienstpräsenz und für die mit Fortbezug der Löhnung genehmigte Urlaubszeit.

Die bei den Commandantschaften im Garnisons- und Festungs-Aufsichtsdienste, dann bei den Zeughausverwaltungen u. übrigen technischen Anstalten im Magazins- und technischen Dienste mit fixirten höheren Löhnungsbezügen verwendeten Unteroffiziere genießen ebenfalls diese Zulage.

Bei den Hautboisten, Hornisten und Trompetern werden bei Bemessung der Dienstesalterzulage die Dienstesjahre ohne Rücksicht auf die Löhnungsclassen von dem Tage an gezählt, an welchem die betreffenden Individuen Hautboisten ꝛc. geworden sind, d. i. sie geht von jenem Tage an, wo die Ernennung zum Hautboisten II. Classe ꝛc. und nicht erst von dem Tage an, wo sie in die I. Classe vorgerückt sind.

Treten diese Individuen als Korporäle in den Waffendienst oder zur Garnisons-Compagnie über, so bleiben sie im Bezuge ihrer bisherigen Zulage.

Aufhören der Dienstalterszulage. Diese Zulage cessirt im Untersuchungs- und Straf-Arreste und mit der Aufnahme in eine Versorgungs-Anstalt.

Zusatz 7.) Reengagirungs=Zulagen. Diejenigen Individuen, welche keine Dienstalterszulage beziehen, d. i. welche nicht im Unteroffiziersrange stehen, nämlich:

a) die Vicekorporäle,
b) die Gefreiten, Pionniere, Gemeinen, Tamboure,
c) die zum Gemeinen degradirten Unteroffiziere, wenn sie — mit Einrechnung der als Unteroffiziere vollbrachten Dienstzeit — solche ansprechen können,
d) Einsteher, welche nach Ablauf der für ihren Einsteller übernommenen Dienstzeit sich wieder freiwillig anwerben lassen und wenn sie nach Abrechnung dieser Einstandszeit die erforderliche Zeit zum Anspruche auf diese Zulage vorher schon gedient hatten,
e) Deserteure, welche die ihnen auferlegte Dienstzeit treu und redlich ausgedient hatten, und sich — als nach ihrer bewiesenen Aufführung hiezu geeignet befunden — wieder anwerben lassen,
f) die Zeugdiener

erhalten unter den für die Reengagirungs=Zulage bestehenden einschlägigen Bestimmungen eine solche Zulage, und zwar:

a) für die ersten sechs erneuerten Dienstjahre von 1 kr.,
b) „ „ folgenden weiteren Dienstjahre „ 2 kr. per Tag, welche Zulage der Löhnung beigeschlagen wird.

Mit der Beförderung zum Unteroffizier hört diese Zulage auf.

Zusatz 8.) Garnisons=Zulagen. In Berücksichtigung der obwaltenden localen Verhältnisse ist:

a.) für die in der Festung Germersheim liegende Besatzung eine tägliche Zulage von 3 kr., für die
b.) in den Festungen Landau und Ulm befindliche Besatzung eine tägliche Zulage von 1 kr., und
c.) in Frankfurt a/M. eine solche von $6\frac{1}{2}$ kr. per Mann und Tag bewilliget.

In Landau und Ulm cessirt diese Zulage im Arreste, während sie in Germersheim und Frankfurt a/M. im Arreste fortbezogen wird.

Zusatz 9.) Arbeits=Zulagen. a) **Artillerie.** Hauen und Beifahren von Faschinen=Reisig: täglich 18 und 12 kr.

Batteriebau bei Nacht: 12 kr. der Unteroff., 8 kr. der Gem. per Nacht.

Eisenmunition=Untersuchung auswärts: U. 12, G. 8 kr. täglich bei Kasernirung; doppelte Löhnung, wenn nicht kasernirt wird.

Im Hauptlaboratorium die ständig commandirte Mannschaft: täglich bei 12stündiger Arbeit der U. 12, der G. 6 kr.
„ „ 7 „ „ „ „ 8, „ „ 4 kr.

Im Zündhütchen=Laboratorium die ständig commandirte Mannschaft per Arbeitsstunde: der Unteroff. 2, der Gem. 1 kr.

Salpeterraffinerie: U. 12 kr., stände M. 8, wechselnde M. 6 kr. täglich.

Fuhrwesensmannschaft: (Unteroff. u. Gem.) bei Fuhren=Leistungen über Mittag abwesend 6 kr. Zulage.

Zur Aufsicht und Pflege der Reit= und Zug=Equipagen=Vorräthe zu Ingolstadt: der Unteroff. 6 kr. täglich, Mannschaft per Arbeitsstunde $1\frac{1}{2}$ kr.

Ouvriers an Arbeitstagen: Feldwebel täglich 10 kr.; Sergeant per Arbeitsstunde 3 kr. und hiezu für Werkmeisters=Function als provisorisch 15, als ständig 30 kr. täglich; jeder Korporal und Ouvrier $1\frac{1}{2}$ kr. per Arbeitsstunde. Bei täglich mehr als 10 Arb.=St., oder an Sonn= und Feiertagen, haben Alle per Stunde 4 kr. Zulage. — Als Schmiede, Wagner ꝛc. zugetheilte Mannschaft anderer Abtheilungen haben die gleichen Zulagen, und Löhnung des Ouv. II. Cl.

b) **Genie**-Regiment: 1) In den Werkstätten arbeitend die gleichen Zulagen wie bei der Ouvrier-Comp.; 2) bei den jährlichen practischen Uebungen täglich 6 kr., die ganze Mannschaft und die Zugetheilten der Infanterie.

c) Bei Remonten- und Fohlen-Transport: der Unteroffizier für die Schreibgeschäfte als Gesammtbezug täglich 1 fl. 30 kr. (keinen Löhnungs- und Brodbezug); die übrige Mannschaft: der Unteroffizier 30, der Gemeine 18 kr. Zulage.

Zusatz 10.) Arrestanten-Gebühren. a) Arrestanten in der Kopfzahl haben im Untersuchungs- u. im Strafarreste die volle Löhnung; das über die Verpflegung hinaus Verbleibende wird dem Manne — wenn er nicht in die Kosten verurtheilt wurde — ausbezahlt. Von verheiratheten Arrestanten erhalten die Frauen diesen Ueberschuß.

b) Arrestanten außer der Kopfzahl erhalten 9 kr. Tagsverpflegung. An den Tagen bei Wasser und Brod werden diese 9 kr. bis auf 1 kr., der ihnen belassen ist, pro aerario eingehalten.

c) Gefängnißarrestanten (und Festungsschanzsträflinge) haben 7 kr. Tagsgebühr. — Die Brodgebühr der Arrestanten ist 1 ℔. täglich; wird der Dienst aber während der Arrestzeit oder nach deren Beendigung verrichtet, so gebühren 1½ ℔.

Zusatz 11.) Das Propretäts-Geld beträgt für die in der Armee zugehende Mannschaft 1 fl. 30 kr., und wird bezahlt:

a) an neu zugehende, zum Dienste wirklich einrückende und mit Montur zu versehende Conscribirte und Freiwillige; b) an Einsteher; c) an neu zugehende, welche früher schon gedient und mit Abschied auf kurze oder längere Zeit ausgetreten waren, gleichviel, ob sie sich auf 2 oder 6 Jahre einreihen lassen; d) den wieder eingereiht werdenden anerkannten Deserteuren und e) den aus der Gefangenschaft zurückkehrenden Soldaten.

Propretäts-Geld darf nicht bezahlt werden:

a) an Gendarmen, die nach dem Einstehen in der Gendarmerie verbleiben, b) an die einstehenden Zeugdiener, c) an jene Unteroffiziere und Gendarmen, welche — ohne Unterbrechung der eigenen Dienstzeit — für desertirte Einsteher auf den Rest deren Dienstzeit um die deponirte Einstandssumme einstehen und d) der ohne Unterbrechung der Dienstzeit fortdienende Reengagirte.

Rückersetzt muß das Propretätsgeld werden:

a) von den vor Ablauf ihrer Dienstzeit aus besonderer Rücksicht zu ihrem Privatvortheile Entlassenen, wenn sie nicht unbemittelt sind, b) von den entlassenen Einstellern, wenn sie das Propretätsgeld bei ihrem Zugange empfangen hatten, c) von den behufs zeitlichen Urlaubs zu den Garnisons-Compagnien versetzten Soldaten, und d) von den Selbstentleibten.

Zusatz 12.) Das Schreibtafelgeld beträgt 50 kr. für jeden neu ernannten Unteroffizier im Waffendienste. Der Rückersatz desselben oder der Schreibtafel in natura erfolgt von jenen Unteroffizieren, welche a) vor Beendigung der Zeit, wofür sie den Betrag erhielten, desertiren, b) durch Selbstverschulden untauglich wurden, c) auf Grund des §. 4 des Heerergänzungsgesetzes entlassen wurden, d) sich selbst entleibten, e) gegen Ersatzmannstellung ausgetreten und f) freiwillig in den Stand der Gemeinen zurücktreten oder rückversetzt werden.

Wird eine in natura zurückgelassene Schreibtafel an einen neu ernannten Unteroffizier abgegeben, so gebührt das Schreibtafelgeld nicht.

Zusatz 13.) Als Helmwichsgeld werden für einen rohen, d. i. noch nicht mit Wachs eingelassenen Helm 36 kr. und für einen schon mit Wachs eingelassenen 24 kr. bezahlt. Das weitere Wichsen, auch wenn der Helm bei der Reparatur einen neuen Schirm erhalten sollte, hat der Mann selbst zu bestreiten.

Zusatz 14.) Das Patronen-Wichsgeld beträgt für Patrontaschen des Musters 1840: 5 kr. 6 hl., 1855: 4 kr., 1860: 3 kr., Genie-Regiment 3 kr. 4 hl., Berittene aller Waffen 2 kr. 4 hl.

Zusatz 15.) Das Pferdsbeschlaggeld beträgt beim ersten Zugang für jedes Pferd 1 fl. 12 kr.; weiters für jeden Monat per Pferd: a) der schweren Cavalerie 36 kr., b) der leichten Cavalerie und Artillerie 30 kr., c) der Zugpferde 45 kr.

b) Geldgebühren bei temporären Verwendungen.

1.) Executions-Commando's.

Als Executions-Gebühren sind für die k. bayerischen Truppen festgesetzt:

	im Inlande		im Auslande	
	fl.	kr.	fl.	kr.
für einen Feldwebel 2c.	1	12	1	30
„ „ sonstigen Unteroffizier	.	30	1	.
„ „ Bombardier, Gemeinen der Caval. u. Artill.	.	18	.	36
„ Gefreite und Gemeine der Infanterie	.	15	.	32

Bei dem Bezuge dieser Executions-Gebühren und da in Executions-Fällen die Mannschaft vom Feldwebel abwärts ohnehin noch einquartirt wird, hat dieselbe weder Löhnung noch Brod vom Aerare anzusprechen.

2.) Commando's zur Unterdrückung tumultuarischer Auftritte.

Die zur Unterdrückung tumultuarischer Auftritte und zur Aufrechthaltung der öffentl. Ordnung und Sicherheit außerhalb der Garnisonsorte entsendeten Militär-Commando's, insoferne sie nicht als wirkliche Executions-Commando's erklärt sind, erhalten, vom 1ten Unteroffizier abwärts, die Löhnung, Einquartierung mit Verpflegung, und dazu als Zulage täglich 3 kr. und die Hälfte der Monturraten.

Auf vorübergehende Dislocationen einzelner Heeres-Abtheilungen in andere Garnisonen, wobei die Mannschaft in Casernen untergebracht ist, und vorschriftsmäßig menagirt, hat diese Zulage keine Anwendung.

Auch bei diesen Commando's sind für den Genuß der Einquartierung 7 kr. an der Löhnung abzuziehen und pro aerario zu vereinnahmen.

3) Forstschutz-Assistenz-Commando nach 3 Classen:

a) Bei Commandirung außerhalb der Garnison erhält die Mannschaft ihre Löhnung nach der Charge, und eine Zulage, geregelt nach dem von der treffenden Kreisregierung jährlich festgesetzten Kostportion-Preise, womit die Mannschaft sich selbst zu verpflegen hat;

b) bei Commandirung von Mannschaft, die bereits wegen tumultuarischer Auftritte auf Commando sich befindet, erhält der Mann über die hier oben bei a vorgetragenen Gebühren, noch 3 kr. täglich Zulage;

c) wenn das Commando auf längere Zeit außerhalb der Garnison stationirt ist, findet Einquartierung (sieh' diese Seite 459) mit Verpflegung statt, gegen Einbehalt von täglich 7 kr., und erhält der Mann täglich 3 kr. Zulage.

c. Gebühren auf dem Marsch, in Lagern und Cantonirung.

1.) Die Löhnung ist in diesen Verhältnissen die gleiche wie in der Garnison, und es bleibt die Mannschaft im vollen Bezuge derselben, wenn menagirt wird; findet aber die Natural-Verpflegung der Mannschaft auf Märschen, in Cantonirungen, Festungen und Garnisons-Plätzen durch den Quartierträger oder aus Magazinen statt, so werden auf die Dauer dieser Verpflegung 7 kr. an der Löhnung pro aerario einbehalten. Dieser Abzug findet beim Genusse der vollen oder auch der Mittags-Verpflegung allein statt.

2.) Einquartierung. Als Mundverpflegung kann und zwar als Frühstück eine nahrhafte Suppe; als Mittagessen eine nahrhafte Suppe, ½ ℔. Fleisch mit Gemüse oder statt des Fleisches eine ergiebige Mehlspeise, dann ½ Maß (½ Litre) Bier; als Abendessen eine Suppe und ¼ ℔. Fleisch oder statt des Fleisches ½ Maß (½ Litre) Bier gereicht werden. Statt Bier kann ¼ Maaß (¼ Litre) Wein oder $\frac{1}{16}$ Maß ($\frac{1}{16}$ Litre) Branntwein verabfolgt werden.

Für jede Mahlzeit ½ ℔. Brod oder täglich 1½ ℔. Brod.

Die Vergütung an die Quartierträger geschieht nach den von den Kreisregierungen für jedes Jahr bekannt gemachten Kostportionspreisen. Wenn statt der Mittag- und Abend-Portion das Essen nur einmal genommen werden kann, so werden hiefür die bestimmten Beträge miteinander vergütet.

Im Großherzogthum Hessen beträgt die Vergütung für Einquartierung und Verpflegung in jeder Nachtstation per Unteroffizier 32 kr., per Gemeinen 24 kr.; Vorspann per Pferd und Stunde 26 kr.

Als Wohnung erhält der Mann entweder ein besonderes Zimmer mit Beheizung und Beleuchtung oder in dessen Ermangelung einen Platz in der Wohnstube des Quartierträgers mit Bett oder wo solches mangelt, frisches Stroh.

3.) Vorspann. Im Falle der Erkrankung einzelner Versetzter während des Marsches wird denselben ¼ Vorspann bis zum nächsten Militär-Krankenhaus gegeben.

4.) Entschädigung für Entgang der Natural-Verpflegung. In den Fällen, in welchen bei Beförderung auf Eisenbahnen oder Dampfschiffen der Genuß der Quartierverpflegung nicht möglich oder das Einrücken in die Garnison voraussichtlich zu so später Abendstunde erfolgen wird, daß die Menagirung nicht mehr zuläßig seyn sollte, darf an Unteroffiziere und Soldaten, sowie an eine Frau oder 2 Kinder die entgangene Mittagskost mit 15 kr. oder diese und die Abendkost, wenn sie als verstärktes Essen im Quartier genossen werden, mit 21 kr. zusammen vergütet werden.

5.) Umzugs-Gebühren. Jeder Verheirathete mit minderjährigen Kindern, und jeder in das Invalidenhaus oder zur Veteranen-Anstalt versetzt werdende Mann erhält, außer der normalmäßigen Einquartierung und Verpflegung während des Marsches, eine Umzugsentschädigung von 12 kr. per Wegstunde.

d.) Gebühren im Urlaube.

1.) Die Mannschaft vom Unteroffizier abwärts kann mit Fortbezug der Löhnung &c. einen Urlaub erhalten, und zwar:

a) die Unteroffiziere und ihnen Gleichgeachtete jährlich während ihrer 1ten Capitulation bis zu 28, während ihrer weiteren Dienstzeit bis zu 42 Tag;

b) die Gefreiten, Gemeinen und ihnen Gleichgestellten, ohne Ersatz derselben im Präsenzstande, in einzelnen besonders berücksichtigungswürdigen Fällen bis zur Dauer von 14 Tag.

2.) Der Bezug an Löhnung, Brod und Dienstalters-Zulagen findet bei diesen Beurlaubungen statt wie folgt:

a) der auf die erste Hälfte der bewilligten Urlaubszeit treffende Betrag darf beim Urlaubsantritte und hiebei für einen etwa sich ergebenden halben Tag die ganze Tagsgebühr vorausbezahlt werden;

b) der Restbetrag für die weiteren, innerhalb der in Ziffer 1 bestimmten Grenzen genossenen Urlaubstage soll, insoferne nicht der Anspruch hierauf gemäß Ziff. 3 erlischt, nach dem Einrücken aus Urlaub bezahlt werden;

c) das Brodgeld ist für die ganze Urlaubsdauer nach dem Brodpreise desjenigen Monats zu berechnen, in welchem der Urlaub angetreten wird.

3.) Der Anspruch auf den in Ziff. 2. b. bezeichneten Restbetrag an Löhnung, Brodgeld und Dienstalterszulage geht verloren:

a) mit dem Genusse eines über die in Ziffer 1 festgesetzten Tage sich erstreckenden Urlaubes und

b) durch verschuldete Urlaubs-Ueberschreitung.

4.) Bei den Ziffer 1 eintretenden Beurlaubungen besteht weder auf andere, als die dort bezeichneten Gebühren und Zulagen, noch auf Reise-, Verpflegs-Entschädigungen und Benützung der Eisenbahnen um die halbe Fahrtaxe ein Anspruch.

5.) **Urlaubs-Reise-Entschädigung.** Die Bestimmungen über die Verpflegs-Entschädigung für die Mannschaften vom Feldwebel abwärts, incl. der zum Dienste einrückenden Conscribirten, bei Beurlaubungen und Einberufungen sind mit einem Stundenzeiger und dem Gebührs-Tarife zur Berechnung am 5. Dezember 1851 erlassen worden.

Diejenigen, welche schon eine Verpflegung oder sonstige Vergütung vom Aerare erhalten, mithin die Löhnung während eines Urlaubes fortbeziehen oder sich auf längere oder unbestimmte Zeit freiwillig beurlauben lassen, haben auf die Urlaubs-Reise-Entschädigung keinen Anspruch.

6.) **Eisenbahnfahrtaxe.** Den aus der Pfalz in die diesseitigen Kreise oder aus diesen in die Pfalz beurlaubten — und vom Urlaube einberufenen Mannschaften, insoferne sie normgemäß auf die Urlaubs-Reise-Entschädigung Anspruch haben, ist für die Reise durch das Ausland ein weiterer Zuschuß durch Uebernahme eines Theiles der Eisenbahnfahrtaxe für die letzte Wagenclasse auf die Kriegs-Casse bewilligt.

Anmerkung. Montur der Beurlaubten sieh' B) Kleidung, c Zusatz 1 und d.

B. Kleidung.

a. Monturstücke außer dem Ratensystem.

Hieher gehören der Helm mit Zugehör, der Tornister, Mantelsack, die Schulterblätter, der Mantel und Mantelüberzug, und die Sporn mit Futteralen. Sie sind im Dienste so lange zu tragen, als sie sich in einem zweckentsprechenden Zustande befinden. Die Mäntel dürfen in der kälteren Jahreszeit und nach Verhältniß der Witterung auch außer Dienst getragen und von den aus dem Krankenhause Entlassenen und zugleich Beurlaubten auch mit in den Urlaub genommen werden.

b. Monturstücke im Ratensysteme.

Jeder Mann erhält beim Zugang die bestimmte Kleidung und zwar die größeren Stücke einfach, die kleineren doppelt. Ist der Mann mit der kleineren Montur beim Zugange schon versehen, so braucht er dieselbe nicht mehr zu empfangen.

Welche Monturstücke übrigens für den Soldaten vorgeschrieben sind und in welcher Anzahl sie demselben in einer sechsjährigen Präsenz-Dienstzeit gebühren, gibt nachfolgende Uebersicht zu erkennen:

c. Gebühr an Monturstücken im Ratensysteme und Betrag der Schuldschreibung per Stück.

Monturstücke.	1., 2. u. 4. Artillerie-Regt.; Ouvriers-Comp.														
	Unteroffiziere der Artillerie.					Fahrbombardiere und Kanoniere.					Sattl. u. Schmiede, dann Gem. d. Artill.; Ouvriers-Comp.				
	in 6 Jahren	Schuldschreibg. per Stück		Schuldschreibg. im Ganzen		in 6 Jahren	Schuldschreibg. per Stück		Schuldschreibg. im Ganzen		in 6 Jahren	Schuldschreibg. per Stück		Schuldschreibg. im Ganzen	
		fl.	kr.	fl.	kr.		fl.	kr.	fl.	kr.		fl.	kr.	fl.	kr.
Waffenröcke . . .	2	7	27	14	54	2	7	27	14	54	2	7	27	14	54
Spenser	2	5	3	10	6	2	5	3	10	6	2	5	3	10	6
Schirmmützen . .	2	1	1	2	2	2	1	1	2	2	2	1	1	2	2
Hosenträger . . .	1	.	15	.	15	1	.	15	.	15	1	.	15	.	15
Paar weißled. Handschuhe	2	1	24	2	48	2	1	24	2	48	.	.	.	.	.
„ gewirkte Handschuhe	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	2	.	26	.	52
Halsbinden . . .	3	.	10	.	30	3	.	10	.	30	3	.	10	.	30
Tuchhosen	2	4	17	8	34	2	4	17	8	34	3	4	4	12	12
Reithosen ohne Besetz	3	9	1	27	3	3	9	1	27	3	.	.	.	.	.
Reithosenbesetz . .	3	1	13	3	39	3	1	13	3	39	.	.	.	.	.
Gradlhosen . . .	6	1	53	11	18	.	.	.	.	.	6	1	49	10	54
Unterhosen . . .	12	.	42	8	24	12	.	42	8	24	12	.	42	8	24
Hemden	12	1	14	14	48	12	1	14	14	48	12	1	14	14	48
Handtücher . . .	6	.	17	1	42	6	.	17	1	42	6	.	17	1	42
Sacktücher	6	.	20	2	.	6	.	20	2	.	6	.	20	2	.
Paar Bundschuhe .	3	3	.	9	.	3	3	.	9	.	9	3	.	27	.
„ Halbstiefel . .	5	3	55	19	35	5	3	55	19	35	.	.	.	.	.
„ Sohlen ohne Fleck	12	.	30	6	.	12	.	30	6	.	.	.	.	.	.
„ „ mit „	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	12	.	36	7	12
Schuld in 6 Jahren	.	.	.	142	38	.	.	.	131	20	.	.	.	112	51

Monturstücke.	Infanterie und Jäger. in 6 Jahren	Schuldschreibung per Stück fl.	kr.	im Ganzen fl.	kr.	Garnisons-Compagnien. in 6 Jahren	Schuldschreibung per Stück fl.	kr.	im Ganzen fl.	kr.
Waffenröcke	3	6	33	19	39	3	6	50	20	30
Schirmmützen	1	1	.	1	.	1	1	.	1	.
Hosenträger	1	.	15	.	15	1	.	15	.	15
Paar gewirkte Handschuhe	1	.	24	.	24	1	.	41	.	41
Halsbinden	2	.	10	.	20	2	.	9	.	18
tüchene Schlitzhosen	3	3	27	10	21	5	3	48	19	.
leinene ditto	1	1	24	1	24	.	.	.	.	.
Unterhosen	12	.	42	8	24	12	.	43	8	36
Hemden	11	1	14	13	34	11	1	14	13	34
Handtücher	6	.	17	1	42	6	.	17	1	42
Sacktücher	6	.	20	2	.	6	.	20	2	.
Paar Bundschuhe	9	3	.	27	.	9	3	.	27	.
Paar Sohlen mit Fleck, einschlüßig Aufnäherlohn	15	.	36	9	.	15	.	36	9	.
Schuld in 6 Jahren				95	3				103	36

Monturstücke.	Fuhrwesen. in 6 Jahren	Schuldschreibg. per Stück fl.	kr.	im Ganzen fl.	kr.	Sanitäts-Compagnien. Berittene Unteroffiziere. in 6 Jahren	Schuldschreibg. per Stück fl.	kr.	im Ganzen fl.	kr.	Sanitäts-Compagnien. Nicht berittene Unteroffiziere u. Gemeine. in 6 Jahren	Schuldschreibg. per Stück fl.	kr.	im Ganzen fl.	kr.
Waffenröcke	2	7	21	14	42	2	6	33	13	6	2	6	33	13	6
Spenser	2	4	54	9	48	3	4	43	14	9	.	.	.	.	.
Schirmmützen	2	1	1	2	2	2	1	.	2	.	2	1	.	2	.
Hosenträger	1	.	15	.	15	1	.	15	.	15	1	.	15	.	15
Paar weißled. Handschuhe	.	.	.	.	.	2	1	24	2	48	.	.	.	.	.
„ schwarzled. Handschuhe	2	1	12	2	24	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
„ gewirkte Handschuhe	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	2	.	24	.	48
Halsbinden	3	.	10	.	30	3	.	10	.	30	3	.	10	.	30
Tuchhosen	2	4	9	8	18	3	3	47	11	21	3	3	38	10	54
leinene Hosen	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	1	34	1	34
Reithosen ohne Besetz	3	10	12	30	36	3	8	34	25	42	.	.	.	.	.
Reihosenbesetze	3	1	13	3	39	3	1	6	3	18	.	.	.	.	.
Unterhosen	12	.	42	8	24	12	.	42	8	24	12	.	42	8	24
Hemden	12	1	14	14	48	12	1	14	14	48	12	1	14	14	48
Handtücher	6	.	17	1	42	6	.	17	1	42	6	.	17	1	42
Sacktücher	6	.	20	2	.	6	.	20	2	.	6	.	20	2	.
Paar Bundschuhe	3	3	.	9	.	3	3	.	9	.	9	3	.	27	.
„ Halbstiefel	5	3	55	19	35	3	3	55	11	45	.	.	.	.	.
„ Vorschuhe	.	.	.	.	.	3	2	20	7	.	.	.	.	.	.
„ Sohlen ohne Fleck	12	.	30	6	.	12	.	30	6	.	.	.	.	.	.
„ ditto mit Fleck	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	15	.	36	9	.
Schuld in 6 Jahren				133	43				133	48				92	1

Monturstücke.	Cuirassier. in 6 Jahren	Schuldschreibg. per Stück fl.	kr.	im Ganzen fl.	kr.	Chevaulegers. in 6 Jahren	Schuldschreibg. per Stück fl.	kr.	im Ganzen fl.	kr.	3. reit. Artill.-Rgmt. in 6 Jahren	Schuldschreibg. per Stück fl.	kr.	im Ganzen fl.	kr.
Waffenröcke . . .	2	6	56	13	52	2	8	27	16	54	2	7	27	14	54
Spenser	2	3	58	7	56	2	4	55	9	50	2	5	3	10	6
Schirmmützen . . .	2	1	.	2	.	2	1	1	2	2	2	1	1	2	2
Hosenträger . . .	1	.	15	.	15	2	.	15	.	30	1	.	15	.	15
Paar leder. Handschuhe	2	1	24	2	48	2	1	24	2	48	2	1	24	2	48
Halsbinden . . .	3	.	10	.	30	3	.	10	.	30	3	.	10	.	30
tüch. (Ordonnz.-) Hosen	2	4	17	8	34	3	4	22	13	6	2	4	36	9	12
Reithosen ohne Besetz	3	8	34	25	42	2	8	53	17	46	3	9	1	27	3
Reithosenbesetz . .	3	1	6	3	18	2	1	11	2	22	3	1	13	3	39
Unterhosen	12	.	42	8	24	12	.	42	8	24	12	.	42	8	24
Hemden	12	1	14	14	48	12	1	14	14	48	12	1	14	14	48
Handtücher . . .	6	.	17	1	42	6	.	17	1	42	6	.	17	1	42
Sacktücher	6	.	20	2	.	6	.	20	2	.	6	.	20	2	.
Paar Halbstiefel . .	5	3	55	19	35	6	3	55	23	30	5	3	55	19	35
Paar Bundschuhe .	3	3	.	9	.	2	3	.	6	.	3	3	.	9	.
Paar Sohlen ohne Fleck, incl. Aufnäherlohn	12	.	30	6	.	12	.	30	6	.	12	.	30	6	.
Schuld in 6 Jahren . . .				126	24		. .		128	12	. . .			131	58

Monturstücke.	Genie-Regiment. Berittene Unteroffiziere. in 6 Jahren	Schuldschreibg. per Stück fl.	kr.	im Ganzen fl.	kr.	Nicht berittene Unteroffiziere. in 6 Jahren	Schuldschreibg. per Stück fl.	kr.	im Ganzen fl.	kr.	Gemeine. in 6 Jahren	Schuldschreibg. per Stück fl.	kr.	im Ganzen fl.	kr.
Waffenröcke . . .	2	7	14	14	28	5	7	14	36	10	2	7	14	14	28
Spenser	3	5	2	15	6	.	.	.	.	.	3	3	59	11	57
Schirmmützen . . .	2	1	1	2	2	2	1	1	2	2	2	1	1	2	2
Hosenträger . . .	1	.	15	.	15	1	.	15	.	15	1	.	15	.	15
Pr. weißled. Handschuhe	2	1	24	2	48	2	1	24	2	48	.	.	.	.	.
„ gewirkte „	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	2	.	26	.	52
Halsbinden . . .	3	.	9	.	27	3	.	9	.	27	3	.	9	.	27
tüchene Hosen . . .	3	4	17	12	51	4	3	58	15	52	4	3	58	15	52
Reithosen ohne Besetz	2	9	2	18	4	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
Reithosenbesetz . .	2	1	13	2	26	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
Arbeits-Röcke . . .	2	2	42	5	24	6	2	42	16	12	.	.	.	.	.
„ -Spenser . . .	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	6	1	21	8	6
„ -Hosen . .	6	1	39	9	54	6	1	35	9	30	6	1	35	9	30
Unterhosen	12	.	43	8	36	12	.	43	8	36	12	.	43	8	36
Hemden	12	1	14	14	48	12	1	14	14	48	12	1	14	14	48
Handtücher	6	.	17	1	42	6	.	17	1	42	6	.	17	1	42
Sacktücher	6	.	20	2	.	6	.	20	2	.	6	.	20	2	.
Paar Halbstiefel . .	3	3	55	11	45	3	3	55	11	45	3	3	55	11	45
„ Bundschuhe .	3	3	.	9	.	3	3	.	9	.	3	3	.	9	.
„ Vorschuhe . .	3	2	20	7	.	3	2	20	7	.	3	2	20	7	.
„ Sohlen ohne Fleck	12	.	30	6	.	12	.	30	6	.	12	.	30	6	.
Schuld in 6 Jahren . . .				144	36		. .		144	7	. . .			124	20

Zusatz 1.) In Urlaub darf der Mann mitnehmen: Schirmmütze, Halsbinde, abgetragenen Waffenrock oder Spenser, Hosenträger, eine Hose, eine Unterhose, ein Hemd, ein Sacktuch, ein Paar Bundschuhe oder Halbstiefel. Aus dem Krankenhause erst Entlassene dürfen auch den Mantel, und Unteroffiziere auch Helm und Säbel mitnehmen.

Zusatz 2.) In den Arrest erhält der Arrestant in der Kopfzahl: Rock oder Spenser, Tuch- oder Reithose, Schirmmütze, 1 Unterhose, 1 Hemd und 1 Paar Bundschuhe oder Halbstiefel.

Die Arrestanten außer der Kopfzahl erhalten alte, getragene Monturen insoweit, als diese neben der in den Arrest mitgebrachten Kleidung nöthig sind.

Die zur Gefängnißstrafe auf einer Festung verurtheilten Soldaten erhalten vom Regimente mit: 1 Spenser, 1 tüchene oder Reithose, 1 Schirmmütze, 2 Unterhosen, 2 Hemden, 1 Paar Bundschuhe; der weitere Bedarf während der Strafzeit ist vom Regimente abzuverlangen.

Zusatz 3.) Den aus dem Heere Abgehenden werden, auf Rechnung des Aerars, die färbigen Krägen und Aufschläge durch solche von der Farbe des Rockes ersetzt u. auch von der Schirmmütze die Krone abgenommen.

d. Montur-Raten.

Zur Abtragung der durch die Fassung von Monturstücken entstandenen Monturschuld sind nachstehende Monturraten per Tag und Kopf genehmigt:

Waffengattungen.	Für den präsenten und diesem gleichgeachteten Tag.						Auf dem Marsche und in Cantonirung.						Für den Urlaubstag der ohne Fortbezug der Löhnung 2c.
	Unteroffiziere.		Fahrbombardier u. Fahrkanoniere.		Gemeine 2c.		Unteroffiziere.		Fahrbombardier u. Fahrkanonier.		Gemeine 2c.		
	kr.	hl.	kr.	hl.	kr.	hl.	kr.	hl.	kr.	hl.	kr.	hl.	hl.
1.) Regimentirte:													
Infanterie und Jäger .	3	2	.	.	2	5	4	7	.	.	3	7½	4
Cuirassiere	4	2	.	.	3	3	6	3	.	.	5	. ½	3
Chevaulegers	4	2	.	.	3	3	6	3	.	.	5	. ½	3
1., 2. u. 4. Artill.-Regmt.	4	3	3	4	3	1	6	4½	5	2	4	5½	3
3tes reit. " "	4	3	.	.	3	4	6	4½	.	.	5	2	3
Fuhrwesen.	4	2	.	.	3	4	6	3	.	.	5	2	3
Genie-Regiment	4	4	.	.	3	4	6	6	.	.	5	2	3
Ouvriers-Compagnie .	3	6	.	.	3	1	5	5	.	.	4	5½	3
Sanitäts-Compagnie .	4	3	.	.	3	4	6	4½	.	.	5	2	3
Garnisons-Compagnie	3	2	.	.	2	7	4	7	.	.	4	2½	4

2.) Nicht Regimentirte: Auditoriatsactuare, Profosen u. Gehilfen bei den selbstständigen Commandantschaften haben Infant.-Monturraten.

3.) Die zum Gemeinen auf unbestimmte Zeit degradirten Unteroffiziere haben Gemeine-Raten.

4.) Für die im Krankenhause befindliche Mannschaft werden keine und für die zur Erstehung einer Gefängnißstrafe auf Festungen Verurtheilten werden die Montur-Raten beim treffenden Regimente verrechnet.

5.) Monturraten-Zulage. Diese Zulage, bestehend in der Hälfte der gewöhnlichen Rate, gebührt:

a) auf Märschen und in Cantonirungen im In- und Auslande, wenn solche durch Aufstellung mobiler Truppencorps veranlaßt werden;

b) den Commando's zur Assistenzleistung in Aufrechthaltung der öffentlichen Sicherheit und Ordnung, sowie
c) den Commando's zum Forstschutze.

e. Montur-Guthaben.

Wenn einzelne Leute größere Monturguthabens-Beträge besitzen und vollständig montirt sind, so darf ihnen schon während der Dienst-Zeit ein bemessener Theil in Geld verabfolgt werden.

Von Soldaten, die noch nicht montirt sind und entlassen werden, ist das allenfallsige Monturguthaben pro aerario abzuschreiben.

f. Monturschuld.

Alle aus dem Heere abgehenden Leute haben ihre allenfallsigen Monturschulden dem Aerare zu vergüten. Von dieser Vergütung wird Umgang genommen, wenn 1.) die Vermögenslosigkeit des Mannes nachgewiesen ist, und 2.) wenn während der Dienstzeit keine Abgabe über die Gebühr stattgefunden hat. In diesen Fällen wird die Schuld dem Aerar aufgerechnet.

Für Ueberschulden ist der Compagnie-Commandant haftbar.

C. Kasernirung:

Holz- (Kohlen- &c.), Licht-, Stroh- und Besen-Gebühr.

Vortrag.		Holzgebühr zum Kochen und Heizen: Bei Spar-Herden	offenem Feuer und auf Schipp-Oefen	Unschlitt-Lichter	Oel		Geb. Stroh zu 12½ Pf.	Besen.
		Klftr. Gebührholz.*		Pf.	Pf.	L.		Stücke.
Für 1 präsenten Tag	Mon. Okt. bis Ende März	$\frac{3}{1600}$	$\frac{1}{400}$ **	$\frac{1}{200}$	.	.	}	$\frac{1}{150}$
	„ April „ Sept.	$\frac{1}{1600}$	$\frac{1}{800}$	$\frac{1}{1000}$	.	.	}	
Für 1 Gang-Laterne per Monat:	März, April, Septemb., Oktob.			. .	2	8		
	Mai, Juni, Juli, August . .			. .	1	16		
	Nov., Dezemb., Januar, Februar			. .	3	24		
Für 1 Wacht-Laterne per Monat:	März, April, Septemb., Oktob.			. .	2	18		
	Mai, Juni, Juli, August . .			. .	1	23		
	Novbr., Dezemb., Januar, Febr.			. .	4	23		
Zur Neufüllung eines	zweimännigen Strohsackes . .			. .	.	.	6	
	einmännigen „			. .	.	.	4	
	einmännigen Kopfpolsters . .			. .	.	.	½	
Dreimal per Jahr zur Nachfüllung eines	zweimännigen Strohsacks .			. .	.	.	3	
	einmännigen Strohsacks . .			. .	.	.	2	
Monatlich für 2 Pferde: Stall-Besen				. .	.	.	.	1
Jährlich*** für alle übrigen zum Dienste nöthigen Lokalitäten eines	Infanterie-Regiments .	73 Klafter		102				
	Jäger-Bataillons . . .	60 „		80				
	Cavalerie-Regiments .	64 „		83				
	3ten reit. Artill.-Rgmts.	64 „		83				
	1., 2. u. 4. Artill.-Rgts.	109 „		165				
	Genie-Regiments . . .	73 „		80				
	Ouvrier-Compagnie . .	8 „		10				
	Sanit.- od. Garnis.-Cp.	10 „		12				
Jährl.	Für jedes Hauptw.- od. Thorw. Zim.	10 „		† $91\frac{1}{16}$				
	„ eine Stock- (Kasern-) Wacht.	10 „		$68\frac{11}{16}$				

*) Die Gebühr- oder Normal-Klafter ist von Fichtenholz, 6′ lang, 6′ hoch und $3\frac{1}{2}$ Fuß Scheiterlänge (§. 52. c) = 126 c′.

**) Von diesen $\frac{3}{1600}$ und von $\frac{1}{400}$ sind $\frac{1}{800}$ zum Heizen, das Uebrige zum Kochen.

***) Diese Gebühren sind für alle Dienstzimmer; dann bekommen hievon:
der Regimentstambour, der Stabstrompeter, Stabshornist
und der Profos jeder . . . . . 5 Klftr. Holz u. 5 ℔. Lichter
der Musikmeister einschl des Musikzimmers 6 " " " 8 " "
Ein Hausmeister (ein 2. erhält über obige Gebühr) 4 " " " 6 " "
Büchsenmacher, Schmiede, Schuhmacher, Sattler ꝛc. haben nur ihre Mannschafts-Gebühr; das Uebrige aber aus ihrem Verdienst zu bestreiten.

†) Hiezu kommen täglich: in den Hauptstädten für 1 Schreiber $1\frac{6}{10}$, für jede Ronde 1, in größern Städten $1\frac{6}{10}$ Stück Lichter zu 16 per ℔.; und wöchentlich für jede Wache ein Zimmerbesen.

Zusatz 1.) Bei Berechnung der Gebühr an Holz, Licht und Besen wird zur Tagezahl der Mannschaft auch jene der wirklich kasernirenden Weiber und Kinder beigenommen, und zwar hat ein Weib, desgleichen 2 Kinder, die Gebühr wie 1 Mann; bei Knaben über 13 und Mädchen über 15 Jahr hört der Kaserngenuß, somit die Gebühr, auf.

Zusatz 2.) Für Germersheim darf überdieß noch mehr berechnet werden: a) ein Drittheil der Koch-Brenngebühr, b) während des Sommers ein Zehntel der Winter-Heiz-Brenngebühr und c) ein Zehntel der Wacht-Brenngebühr auf jenen äußern Wachten, wo das Frühstück bereitet wird.

Zusatz 3.) Wenn anstatt Gebührholz* anderes Holz, oder Steinkohlen oder Coaks mit Unterzündholz abgegeben wird, dann ist „eine Klafter Gebührholz gleich zu rechnen mit“:

Holz.		$\frac{7}{12}$	Klftr.	Buchenholz von 4 Fuß Scheiterlänge,		
	od.	$\frac{2}{3}$	"	" " $3\frac{1}{2}$ " od. $\frac{7}{9}$ Kl. Buch. v. 3′ Scheiterl.,		
	"	$\frac{8}{9}$	"	Eichenholz " $3\frac{1}{2}$ " Scheiterlänge,		
	"	$\frac{7}{8}$	"	Fichten " 4 " " u. so im Verhältn. fort;		
Kohlen.	"	1600	℔.	Stockheimer Heiz- oder Mischkohlen,		In den diesseitig. Garnisonen.
	"	1100	"	Miesbacher Braunkohlen (Würfel ohne Gries),		
	"	1200	"	Peissenberger (ohne Gries),		
	"	1000	"	Böhmische Steinkohlen (sog. geputzte Würfel);		
	"	1260	"	St. Ingberter Steinkohlen I.	zum Heizen zu Sparherd,	In der Pfalz, ausgen. Landau u. Germersheim.
	"	900	"	u. II. Qual. ($\frac{1}{2}$ Gries)	zum Heizen zu Sparherd,	
	"	1320	"	Saarer Steinkohlen,		
	"	1500	"	Mittelberbacher und Wellesweiler	zum Heizen,	
	"	1080	"	Mittelberbacher und Wellesweiler	zum Herdfeuer,	
	"	1070	"	Ruhrer Steinkohlen zum Herdfeuer;		
	"	900	"	St. Ingberter Steinkohlen	zum Heizen der Zimmer und für die Sparherde,	Zu Landau u. Germersheim.
	"	945	"	Saarer Steinkohlen	zum Heizen der Zimmer und für die Sparherde,	
	"	1080	"	Mittelberb. und Welleswʼ.	zum Heizen der Zimmer und für die Sparherde,	
	"	765	"	Ruhrer Steinkohlen	zum Heizen der Zimmer und für die Sparherde,	
Coaks.	"	700	℔.	Coaks der Münchner Gasbeleuchtung,		
	"	1000	"	Zwickauer Stuben-Coaks (Zünder),		
	"	1000	"	Stockheimer " " (I. Qual.).		

Als Unterzündholz gebührt hiezu { bei Steinkohlen der zehnte Theil / " Coaks " achte " } der ganzen Holzgebühr oder des diese surrogirenden Steinkohlen- (Coaks) Quantums.

Zusatz 4.) Ein Pfund Lichter besteht in der Regel aus 16 Stück.

Zusatz 5.) Zu 6 ℔. Oel gebührt ein Loth Dochtgarn.

Zusatz 6.) Ersparnisse an Holz- und Lichtgebühren (die jedoch nicht zum Nachtheile der Mannschaft gemacht werden dürfen), werden in Geld berechnet und als Menage-Verbesserung verwendet.

D. Tägliche Fourage-Gebühr für ein Dienstpferd.

Art der Rationen.	Haber Schffl.	Heu ℔.	Stroh ℔.
1.) Leichte, für alle Reitpferde, ausgenommen der Cuirassiere	$\frac{1}{30}$	9	3
2.) Schwere, für Cuirassier-, Artilleriezug- und für Train-Pferde	$\frac{1}{24}$	10	3
3.) Erhöht-schwere, für die Zugpferde des Genie-Regiments, dann auf Märschen, Transporten, in Lagern und Cantonirung, auch für die Artilleriezug- und die Train-Pferde . .	$\frac{1}{20}$	10	3

1. Zusatz. In Landau und Germersheim, und im Gieß- und Bohrhaus erhalten die Zugpferde bei erhöhter Arbeitsleistung noch besondere Fourage-Zulagen.

2. Zus. Für Remonte-Pferde, Fohlen ꝛc. bestehen besondere Fourage-Gebühren.

3. Zus. Wo Heu angekauft und dann erst in Rationen abgebunden wird, ist hiezu die Gebühr $\frac{2}{5}$ ℔. Stroh.

4. Zus. Bei Einquartierung geschieht die Vergütung an die Quartierträger für vollständige Rationen je nach einem für das einschlägige Kalenderjahr von der Kgl. Regierung festgesetzten Preise. — Wenn aber die Ration nicht vollständig, sondern nur theilweise oder ungleich abgegeben wird, so ist die Vergütung per Ration:

25 kr. für erh.-schwere, d. i. 18 kr. für $\frac{1}{20}$ Schfl Hab. u. 7 kr. für 10 ℔. Heu
22 kr. „ ord.- „ , d. i. 15 kr. „ $\frac{1}{24}$ „ „ „ 7 kr. „ 10 „ „
18 kr. „ leichte , d. i. 12 kr. „ $\frac{1}{30}$ „ „ „ 6 kr. „ 9 „ „

Für das Streu-Stroh und für die Unterbringung der Pferde wird nichts vergütet, da der Pferdedünger dem Quartierträger bleibt.

E. Militär-Versorgungs-Anstalten und Pensionen.

Zur Versorgung von im Dienste oder durch Alter und Gebrechen untauglich gewordenen Unteroffizieren und Soldaten bestehen 3 Versorgungs-Arten, nämlich:

1) für Halbinvaliden 2ter Abtheilung, die Garnisons-Compagnien Nymphenburg und Königshofen;
2) für Real- (gänzliche) Invaliden:
   a) die Veteranen-Anstalt zu Donauwörth und das Invalidenhaus zu Fürstenfeld,
   b) Pensionen in zwei Classen nach dem folgenden Regulativ.

Ad 1. Zu den Garnisonscompagnien werden jene versetzt, welche zwar zum Liniendienst untauglich, aber noch im Stande sind Garnisonsdienst zu verrichten. Die Verpflegung mittelst Löhnung, je nach der Charge, Brod und Monturraten ꝛc. ist einerlei mit jener der Infanterie.

Ad 2. a) Auf diese Versorgung haben alle jene Ansprüche, welche wegen im Dienste erhaltener Gebrechen oder wegen Alters nach vieljährigem treuen Dienste zu allen Waffen- und Dienstesgattungen untauglich werden, und im Erwerb des Lebensunterhaltes beschränkt sind.

Hiebei ist die Versorgung a. für jene bestimmt, die den Bezug der Pension in ihrer Heimath nicht wünschen, und zwar werden in dem Invalidenhause Fürstenfeld nur Unvereheliche und Wittwer ohne oder mit bereits versorgten Kindern, in der Veteranen-Anstalt aber die Verheiratheten oder Wittwer mit noch unversorgten Kindern aufgenommen.

Die Verpflegung im Invalidenhause besteht in Frühstück, Mittagessen und Nachtessen nebst täglich 1 Pf. Brod und 1 Mß. Bier, Kleidung nach Bedarf, freier Wäsche, Wohnung mit Holz, Licht und gutem Bette, ferner Taschengeld anstatt Löhnung, und zwar:

der Feldwebel, 1ter Wachtmeister ꝛc. täglich . . . . . . 6 kr.
der Sergeant, 2ter Wachtmeister ꝛc. täglich . . . . . . 4 kr.
der Corporal täglich . . . . 3 kr.
und der Gemeine jeder Waffengattung „ . . . . 2 kr.

Die Invaliden und Veteranen sind von allen Diensten und Arbeiten befreit.

Die Veteranen (in Donauwörth) beziehen, je nach ihrer Charge, Löhnung und Brod wie in der Infanterie; sodann Montur nach Bedarf, und überdieß wird ihnen, für den Entgang der bessern Verpflegung im Invalidenhause, eine entsprechende Zulage Allerhöchstenorts bewilligt.

Den Veteranen kann mit dem Fortbezuge der Löhnung ꝛc. ein Urlaub innerhalb des Königreichs ertheilt werden, jedoch nicht über 6 Wochen während eines Etatsjahres.

Weiber von Veteranen im Krankenhaus, deren Armuth und Erwerbsunfähigkeit nachgewiesen ist, erhalten eine tägliche Unterstützung von 3 bis 4 kr. nebst der gebührenden Brodportion.

Ad 2. b. **Pensions-Regulativ.**

Chargen.	Monatliche Pension							
	Mann				Wittwe		Waise	
	I. Classe		II. Classe					
	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.
Feldwebel, Oberjäger, 1ter Wachtmeister, Oberfeuerwerker, Obermeister, Musikmeister, Stabshornist, Stabstrompeter, Regimentstambour, Profos	12	30	10	.	6	.	3	.
Auditoriats-Aktuar	10	.	7	30	5	30	3	.
Sergeanten, Secondjäger, 2ter Wachtmeister, Feuerwerker, Untermeister, Bataillons-Tambour	9	30	7	.	4	30	3	.
Korporäle aller Waffen, Führer, Hautboisten, Hornisten, Trompeter beider Cl., Sattler, Schmiede und Büchsenmacher	8	30	6	.	4	.	3	.
Tamboure, Gefreite, Bombardiere, Fahrbombardiere, Pionniere, Gemeine und Profosengehilfen ꝛc.	6	.	3	30	3	30	3	.

1. Zusatz.) Bei einer Dienstuntauglichkeit, die nicht durch militärdienstliche Verrichtungen veranlaßt wurde, ist eine ununterbrochene 14jährige Dienstzeit zum Pensions-Anspruch erforderlich.

2. Zus.) Bei einem im Dienste erhaltenen Uebel, welches nur theilweise Erwerbsunfähigkeit zur Folge hat, kann unter 15 Dienstjahren (Feldzugsjahre doppelt gezählt) nur die Pension II. Classe in

Anspruch genommen werden; gänzliche Erwerbsunfähigkeit aber, oder 15 Dienstjahre begründen die Ansprüche auf Pension erster Classe.

3. Zus.) Jede Wittwe eines auf dem Felde der Ehre gebliebenen oder an den Folgen der Verwundung vor dem Feinde verstorbenen Unteroffiziers 2c. erhält die dem gehabten Grade ihres Mannes vorgehende höhere Wittwen-Pension, z. B. die Sergeanten-Wittwe jene einer Feldwebels-Wittwe u. s. w.

4. Zus.) Die Knaben beziehen die Pension bis zum vollendeten 13ten, die Mädchen bis zum vollendeten 15ten Lebensjahre.

Lernt ein Knabe ein Handwerk, oder eine Kunst, so wird ein Beitrag von 2 fl. im ersten und von 1 fl. im zweiten und dritten Lehrjahre sowie ein Lehrgeld incl. aller Nebenkosten bis zu 60 fl. als Maximum in zwei Hälften verabreicht. Als Abfertigung erhalten die Knaben nach Beendigung der Lehrzeit oder der Studien 30 fl. und die Mädchen zu ihrer Ausstattung 20 fl.

F. Beiträge: a) zur Militär-Wittwen-Kasse.

Rangklasse	Chargen	Jedes Quartal kr.	Jedes Quartal hl.	Bei Verehelichung fl.	Bei Verehelichung kr.
I.	Feldwebel, Oberjäger, 1ter Wachtmeister, Oberfeuerwerker, Obermeister, Musikmeister, Stabshornist, Stabstrompeter, Regimentstambour, Profos	27	.	54	.
II.	Auditoriats-Actuar	24	6	49	30
III.	Sergeant, Secondjäger, 2ter Wachtmeister, Feuerwerker, Untermeister, Bataillons-Tambour.	18	.	36	.
IV.	Wirklicher Corporal, Führer, Hautboist, Hornist, Trompeter 1ter und 2ter Classe, dann Büchsenmacher, Sattler, Schmied . .	15	6	31	30
V.	Pionnier, Gefreiter, Tambour 1. u. 2. Cl., Bombardier, Fahrbombardier, Gemeiner, Profosengehilfe	8	2	16	30

1. Zusatz.) Jeder, am letzten Tage eines Quartals als effectiv in den Listen stehende Unteroffizier und Soldat, gleichviel ob ledig oder verheirathet, hat nach Verhältniß seiner Löhnung (per Gulden ½ kr.) den in vorstehender Tabelle enthaltenen Beitrag zum Militär-Wittwen- und Waisenfonde zu entrichten.

2. Zus.) Die mit Raten beurlaubte Mannschaft hat den gleichen Beitrag wie die präsente zu leisten; die ohne Raten beurlaubte Mannschaft ist jedoch von der Leistung eines Beitrages frei.

3. Zus.) Die nicht regimentirten, in eine der vorstehenden Rang-Kategorien zählenden Unteroffiziere und Soldaten haben gleichfalls diese Beiträge nach ihrer Charge zu leisten.

4. Zus.) Diejenigen Pensionisten, welche bei ihrer Pensionirung schon verehelicht oder Wittwer mit noch im Unterstützungsalter sich befindenden Kindern waren, haben von jedem Gulden ihrer monatlichen Pension ½ Kreuzer zum Fonde zu leisten.

5. Zus.) Beim Vorrücken in eine höhere Charge müssen die Verheiratheten, und die Wittwer mit noch im Unterstützungsalter stehenden Kindern, jedesmal die Differenz von dem frühern Verehelichungsbeitrag zu dem für die neue Charge vorgeschriebenen Beitrag entrichten.

6. Zus.) Die Heiraths-Caution ist für Unteroffiziere und Soldaten zu 600 fl. festgesetzt.

b) Beiträge zum Unteroffiziers-Unterstützungsfonde.

Jene Unteroffiziere, welche in einem Löhnungsbezuge stehen und eine eigene Holz- und Lichtgebühr beziehen, haben den nämlichen ordinären Beitrag von ½ kr. per Gulden, welchen sie zum Wittwenfonde leisten, auch zum Unteroffiziers-Unterstützungsfonde baar zu entrichten.

II. Gendarmerie.

A. Sold, Montur, Pferd.

Chargen.	Täglich. Sold.		Monturgeld.		Pferdsunterhaltsbeitrag.		Zulage.		Summa.		Monatlich. Sold.		Monturgeld.		Pferdsunterhaltsbeitrag.		Zulage.		Summa.		Täglich leichte Fourage-Rationen.
	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.	
a) Zu Fuß:																					
Oberbrigadier	1	6	.	8	.	.	.	.	1	14	33	.	4	.	.	.	.	.	37	.	.
Corps-Profos	.	54	.	8	.	.	.	.	1	2	27	.	4	.	.	.	.	.	31	.	.
Brigadier I. u. II. Cl.	.	50	.	8	.	.	.	.	.	58	25	.	4	.	.	.	.	.	29	.	.
Stationskommandant	.	43	.	8	.	.	.	3	.	54	21	30	4	.	.	.	1	30	27	.	.
Gendarm.	.	43	.	8	.	.	.	.	.	51	21	30	4	.	.	.	.	.	25	30	.
b) Beritten:																					
Brigadier I. u. II. Cl.	.	53	.	8	.	12	.	.	1	13	26	30	4	.	6	.	.	.	36	30	1
Gendarm.	.	46	.	8	.	12	.	.	1	6	23	.	4	.	6	.	.	.	33	.	1

Zusätze: 1.) Jeder von der Linie zur Gendarmerie oder von der Gendarmerie zur Linie rückversetzte Mann erhält während des Marsches 4 kr. per Wegstunde (nach dem Stundenzeiger Tafel III.), woraus er seine Eisenbahnfahrtaxe und Verpflegung zu bestreiten hat. Ist die Rückversetzung nachgesucht worden, gebührt diese Entschädigung nicht.

2.) Die im Laufe eines Monats Beförderten treten erst am Ersten des darauffolgenden Monats in den höhern Bezug ein.

3.) Der Oeconomie-Beitrag ist per Mann und Monat auf 1 fl. 7 kr. 4 hl. festgesetzt.

4.) Das Fourage-Geld ist für jeden Berittenen auf 34 kr. per Tag festgesetzt und gebührt auch im Urlaub und Arrest.

5.) Der Gendarm hat freies Quartier mit Betten, aber keinen Anspruch auf Holz und Licht, Küchen- und Stallgeräthe ꝛc.

6.) Erwerbsunfähige Weiber und Kinder von im Arreste befindlichen Gendarmen erhalten aus dem Sold des Mannes täglich die Frau 12, jedes Kind unter 15 Jahren 8 kr., wenn, nach Abrechnung der Verpflegskosten des Arrestanten selbst, der Gebührsrest noch hinreicht.

Die Weiber und Kinder von zur Festungsstrafte Verurtheilten erhalten keine Alimente.

B. **Besondere Zulagen.**

a.) bei der Compagnie der Haupt- und Residenzstadt München:

	Ober-Brigadier		Brigadier		Gendarm	
	monatlich					
	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.
Jeder Mann vom Zugange in der Compagnie bis zum vollendeten 6ten Monate	1	15	1	15	1	15
vom 7ten bis zum 12ten Monate . .	2	30	1	40	1	15
im 2ten und dritten Dienstjahre . . .	5	.	3	20	2	30
vom 4ten Dienstjahre an	6	40	4	26⅔	3	20

b.) außerhalb des Patrouillenbezirks bei einer Abwesenheit von mehr als 3 Tagen und 3 Nächten 3 bis 6 kr. per Tag;

c.) für Assistenzleistung bei Schwurgerichten haben nur die von auswärtigen Stationen Beigezogenen:

1.) wenn sie in Gendarmerie-Localen untergebracht werden können . . . . . . 6 kr. per Tag.

2.) wenn nicht . . . . 12 kr. „ „

d.) die ständige Ordonnanz beim Corps-Commando 27 kr. „ „

C. **Bezüge im Urlaub.** Jeder Gendarm &c. kann jährlich 42 Tage mit voller Löhnung Urlaub erhalten.

D. **Erkrankte Gendarmen** haben ärztliche Behandlung und Medicamente frei. Befinden sie sich in Militär-Krankenhäusern, so haben sie die erlaufenen Kosten (Regiekosten ausgenommen) aus dem Fortbezug ihrer vollen Löhnung zu bestreiten.

E. **Belohnungen** bestehen in öffentlichen Belobungen, Gratificationen von 10 bis 150 fl., und in silbernen und goldenen Verdienst-Medaillen.

Die Gratificationen werden aus einem eigenen, dem Gendarmerie-Corps zugemessenen Fonde — der größtentheils aus den von den Gerichten eingesendeten Anzeigsgebühren, die in jedem Falle 17 kr. betragen, gebildet ist — bestritten.

Mit der goldenen Verdienst-Medaille sind 12 kr. und
„ „ silbernen „ „ „ 6 kr.
tägliche Zulage verbunden, welche in der Pension fortbezogen wird.

G. Pensionen.

a) Für die Gendarmerie-Mannschaft.

Vortrag.	Ober-Brigadier.	Corps-Profos.	Brigadier I. u. 2. Cl.	Gendarm.
	fl.	fl.	fl.	fl.
I. Classe. Für Realinvaliden, welche 1.) entweder mindestens 20 Dienst-Jahre zurückgelegt haben oder 2.) deren Untauglichkeit erwiesene, unmittelbare Folge einer bei der Dienstausübung ohne Verschulden erlittenen Verwundung 2c. ist	22	18	16	14
II. Classe. 1.) Für Realinvaliden mit weniger als 20 Dienstjahren, wenn nicht der Fall ad 2 oben sie zur Pension I. Classe berechtigt; 2.) für Halbinvaliden 2ter Abth., welche a.) entweder mindestens 15 Dienstjahre zurückgelegt haben, oder b.) deren Untauglichkeit wie oben durch Verwundung 2c. bei der Dienstausübung veranlaßt ist	18	16	14	12
III. Classe. Für Halbinvaliden 2ter Abth. mit weniger als 15 Dienstjahren, wenn nicht der Fall ad 2 oben sie zur Pension II. Classe berechtigt	14	10	9	7

Zusatz. 1. Wird ein Mann, der Anspruch auf Pension hat, in Folge Erkenntnisses aus dem Corps entlassen, oder erfolgt diese Entlassung aus dienstlichen oder disciplinären Gründen, so wird anstatt der Pension eine Unterstützung verabreicht, und zwar:

einem Oberbrigadier	6 fl.	— kr.
„ Profosen	5 „	— „
„ Brigadier	4 „	30 „
„ Gendarm	4 „	— „

Zus. 2. Aufnahme in das Invalidenhaus oder die Veteranen-Anstalt findet nur in ganz besondern Fällen und dann auf Rechnung des Gendarmerie-Etats statt.

b) Pensionen der Wittwen und Waisen der Gendarmerie-Mannschaft.

Chargen.	Wittwe		Waise einfache		Waise Doppel-		Bemerkungen.
	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.	
Oberbrigadier	10	.	3	.	4	30	Diese Pensionen beginnen vom 1ten des auf den Sterbetag folgenden Monats. Im Uebrigen gelten dieselben Bestimmungen, wie sie für die Wittwen u. Waisen der Unteroffiziere des activen Heeres gegeben sind.
Profos	6	.	3	.	3	.	
Brigadier . . .	4	30	3	.	3	.	
Gendarm . . .	4	.	3	.	3	.	

c) Regulativ über die Beiträge der Gendarmerie-Mannschaft zur Militär-Wittwen-Cassa.

Chargen.	a.) Jeden Monat.		b.) Bei Verehelichung.		Bemerkungen.
	kr.	hl.	fl.	kr.	
Oberbrigadier	15	.	90	.	Auch hier gelten im Uebrigen die für die Beiträge der Unteroffiziere u. Gemeinen des Heeres gegebenen Bestimmungen.
Profos	9	.	54	.	
Brigadier . . .	6	.	36	.	
Gendarm . . .	5	2	31	30	

H. Die von den Abtheilungen zur Dienstleistung bei der Gendarmerie commandirte Mannschaft

bezieht die Gebühren wie ein Gendarm zu Fuß. Der Bezug **beginnt** für diese Mannschaft erst von dem Tage der wirklichen Dienstleistung als Gendarm und **hört** mit dem Tage der Beendigung derselben **auf**.

Während ihres Commando's bei der Gendarmerie kommen für sie in allen Verhältnissen (nämlich im Arrest, Urlaub oder Erkrankung ꝛc.) die für die Gendarmerie geltenden administrativen Vorschriften in Anwendung.

Sie werden bei den Regimentern als commandirt mit Tagen ohne Gebühr geführt.

Die Gendarmerie hat an die Regimenter per Tag zu vergüten:

a.) für Abnützung der Aerarial-Montur . . .	1 kr.	— hl.
b.) „ „ der Armatur und des Lederwerks	1 „	$2\frac{2}{3}$ „
c.) als tägliche Monturrate	5 „	$5\frac{1}{3}$ „
im Summa	8 kr.	— hl.

Die zu den Schwurgerichtssitzungen verwendete Mannschaft erhält per Tag 6 kr. Zulage.

§. 231. Verpflegung des k. bayer. Heeres im Kriege.

I.) Der Gagirten vom General bis zum Junker.

A.) Feld-Equipirung. Für deren Anschaffung erhält als Entschädigung:
1.) Ein General der Infanterie, Caval. od. Feldzeugmeister 4000 fl.
2.) Ein Generallieut.-, Artill.-Corps- od. Genie-C.-Cmdt. 2000 fl.
3.) Ein Brigade-General . . . . 1000 fl.
4.) Jede folgende Charge vom Oberst abwärts erhält: zwei Monatsbeträge der reinen Friedens-Gage ohne Quartiergeld (§. 229. A. S. 437) u. zwei Monatsbeträge der Gagezulage (sieh' unten B. 2.)

B.) Kriegs-Geldgebühren:
1.) Die Generale erhalten Gage mit Quartiergeld u. Functions-Gehalt nach §. 229. A. Seite 437, und hiezu als Zulagen „das Viertel dieser Gage mit Quartiergeld und die Hälfte jenes Functionsgehaltes."
2.) Alle übrigen Chargen, vom Obersten an, beziehen a) die reine Gage (ohne Quartiergeld), b) den Functionsgehalt (Beides nach §. 229. A. Seite 437 2c.) und c) als Zulagen „die Hälfte der reinen Gage" und die „monatliche Marsch- und Pferde-Gratification", nämlich:

$37\frac{1}{2}$ fl. der Oberst des Generalquartiermeisterstabs, der Cavalerie, reit. Artillerie und des Geniecorps;
$31\frac{1}{4}$ fl. der Oberst der Artill.-Rgter. Nr. 1, 2 u. 4 und des Genie-Rgts., der Oberstlt. u. Major des Generalquartiermeisterstabs, der Cavalerie u. reit. Artillerie;
25 fl. der Oberst der Inftr., der Oberstlt. u. Major der Art.-Rgtr. Nr. 1, 2 u. 4, des Genie-Corps u. Genie-Rgts.; der Hptm. od. Rittmeister des Generalquartiermeisterstabs, der Cavalerie und reit. Artillerie;
$18\frac{3}{4}$ fl. der Oberstlt. u. Major der Infant., der ält. Hauptm. der Jäg.-Bat., der Hauptm. der Art.-Rgtr. 1, 2 u. 4, Ouvr.-Comp., des Genie, der Sanitätscomp., Rittmeist. des Art.-Fuhrw., der Oberlieut. u. Unterlieut. der Caval. u. reit. Artillerie; und die Rgts.- u. Bat.-Adjutanten;
$12\frac{1}{2}$ fl. der Ober- u. Unt.-Lieutenant der Art.-Rgtr. Nr. 1, 2 u. 4, der Ouvrier-, Art.-Fuhrw.-, Genie, u. Sanit.-Comp.;
$8\frac{1}{3}$ fl. der Hauptm., Ober- u. Unterlieut. der Infanterie u. Jäger;
4 fl. der Junker aller Waffengattungen;
6 fl. der Unterzeugwart des Genie-Regiments.

Beispielsweise findet man nach Obigem die monatliche Geldgebühr eines Oberst der Infanterie wie folgt:

Die reine Gage (nach Seite 437) . .	166 fl.	40 kr.
Der Functionsgehalt (Seite 437) . . .	25 „	— „
Die halbe Gage als Feldzulage (nach Obigem)	83 „	20 „
u. als Marsch- u. Pferdegratification (n. Obigem)	25 „	— „
Somit in Summe . .	300 fl.	— kr.

C.) Quartier- und Stallgeld wie §. 229. C. b u. c. Seite 444.

D.) Mundportionen-Gebühr wie in §. 229. C. e. Seite 445. — Diese dienen zur Bestreitung der Selbstverpflegung im Inlande und im befreundeten Auslande, wo die Gagirten in der Regel nur auf Dach und Fach mit Liegerstatt, Beheizung u. Beleuchtung einquartiert sind. — Die Vergütung der Mundportionen in Geld hört auf mit dem Tage der unentgeldlichen Naturalverpflegung.

E.) Vorspanns- u. Transport-Mittel wie §. 229. C. f. 3. Seite 446., wobei als Maximum der Belastung für den vierspännigen Wagen 24 Ztr., für den 2spännigen Wagen 12 Ztr. bayer. festgesetzt sind.

F.) Tägliche Fourage-Gebühren:

1.) General der Infanterie, Cavalerie od. Feldzeugmeister (Armee-Corps-Commandant) 18 l., u. 12 schw. Rat.;

2.) Gllieut. 8 l., 8 schw.; 3.) Glmajor 6 l. u. 4 schw. Rat.;

4.) Generalquartiermeisterstab u. Adjutanten der Generale wie die entsprechenden Chargen der Cavalerie;

5.) Infanterie u. Jäger: Oberst 4, Oberstlieut., Major, Adjutant, ält. Hauptmann im Jäger-Bat. 3 l. Rat.;

6.) Caval. u. reit. Artill.: Oberst 6, Oberstlt. od. Major 5, Rittmstr. od. Hptm. 4, Ober- oder Unterlieut. 3 l. od. schw. Rat.;

7.) Art.-Rgt. Nr. 1, 2 u. 4, Fuhrwes. u. Genie-Rgt.: Oberst 5, Oberstlt. od. Major 4, Hptm. od. Rittmstr. u. Adjutant 3, Ober- u. Unterlieut. 2 l. Rat.;

8.) Genie-Corps: Oberst 6, Obstlt. o. Maj. 4, Hptm. 3, Lieut. 2 l. R.;

9.) Sanit.-Comp.: Hauptm. 3, Ober- u. Unterlieut. 2 l. Rat.;

II.) Der im Löhnungsbezug Stehenden.

A.) Geldgebühren. Die täglichen Löhnungen nach §. 230. A.

B.) Naturalverpflegung:

1.) Im Inlande nach §. 230. A. c. Seite 459;

2.) Auf fremdem, nicht feindlichen Gebiete:

entweder a) Nach Uebereinkunft, oder dortigen Normen;

oder b) bei Verpflegung aus Magazinen, per Mann und Tag: $\frac{1}{2}$ ℔. Fleisch, $1\frac{1}{2}$ ℔. Brod, 6—7 Lth. Reis od. fein. Hülsenfrucht (oder 13—14 Lth. gröb. Hülsenfrüchte, od. 13 Lth. Kochmehl, od. 27 Lth. Kartoffeln od. anderes Gemüse), 1 Lth. Salz, und $\frac{1}{2}$ Mß. Bier, oder $\frac{1}{4}$ Mß. Wein oder $\frac{1}{16}$ Mß. Branntwein.

3.) Auf feindlichem Gebiete: unentgeltliche Einquartierung und Verpflegung.

C.) Monturraten, als Ersatz für die größere ꝛc. Abnützung, zum gewöhnlichen Monturraten-Betrag (§. 230. B. d. Seite 464), die Hälfte dieses Betrags als Zulage.

Alphabetisches Register.

A.

B.

C.

D.

E.

F.

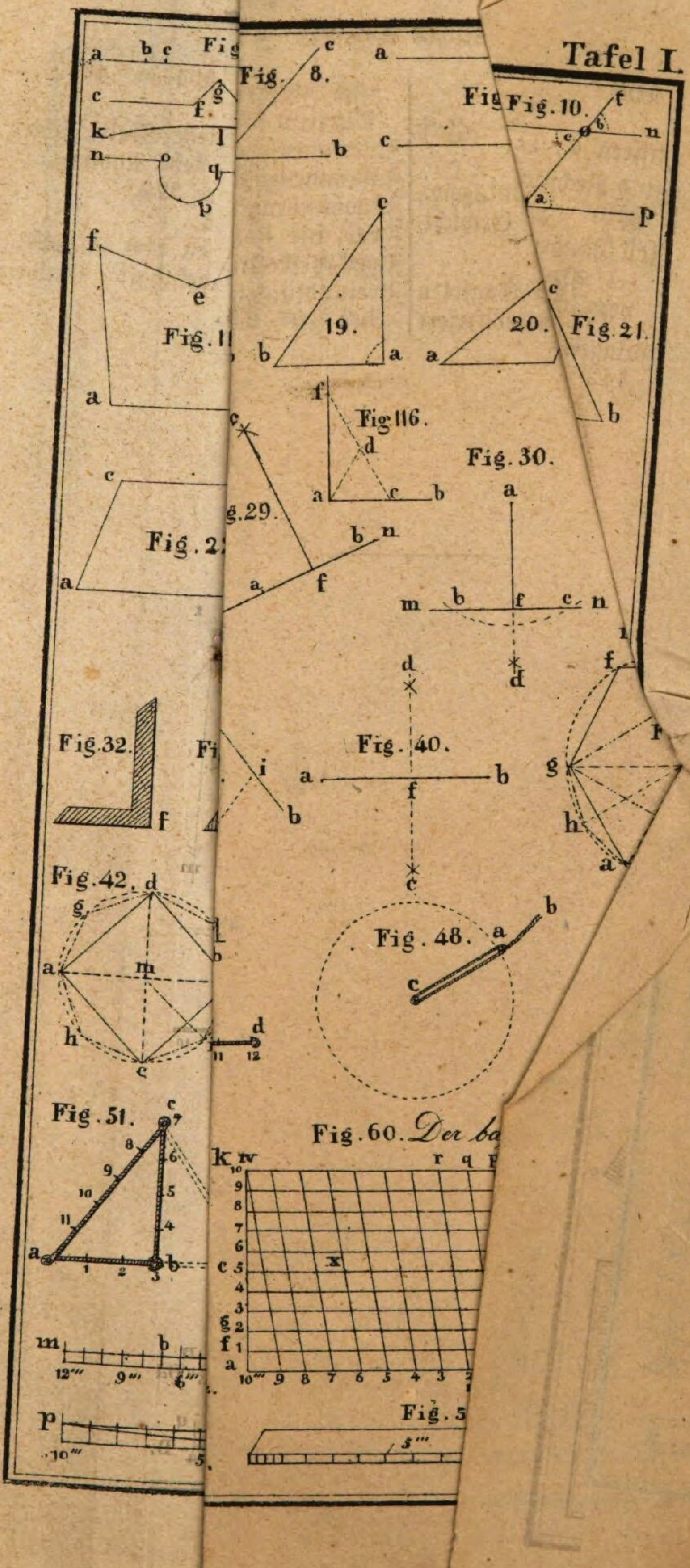
G.

L.

Q.

R.

S.


Tafel I.
Fig. 8.
Fig. 10.
19.
20.
Fig. 21.
Fig. 116.
Fig. 30.
Fig. 29.
Fig. 32.
Fig. 40.
Fig. 42.
Fig. 48.
Fig. 51.
Fig. 60. Der ba

Tafel II.

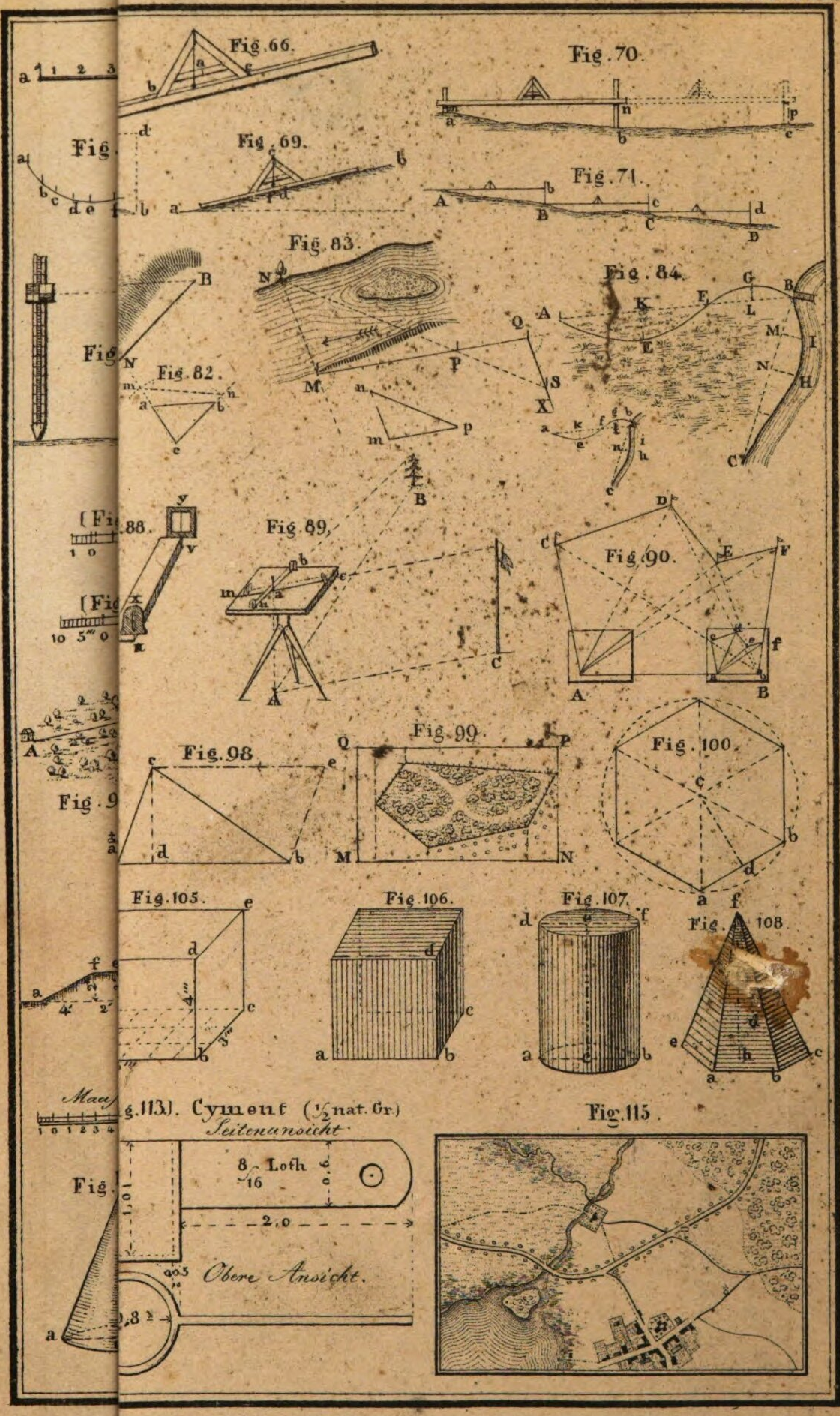


Fig. 66.
Fig. 70.
Fig. 69.
Fig. 71.
Fig. 83.
Fig. 84.
Fig. 82.
Fig. 88.
Fig. 89.
Fig. 90.
Fig. 98
Fig. 99.
Fig. 100.
Fig. 105.
Fig. 106.
Fig. 107.
Fig. 108.
g. 113). Cyment (½ nat. Gr.)
Seitenansicht
8 Loth
16
2,0
Obere Ansicht.
Fig. 115.